# Algorithmen im Chip-Entwurf 3

## Timing-Analyse und Heuristiken

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

# Organisatorisches

- **Gute Nachricht für 2 SWS'ler**
  - Ohne vollständiges Programmierprojekt
  - Erste Aufgabe nur für Klausurpunkte
- **Vereinfachung**
  - Keine Timing-Analyse mehr erforderlich
- **Gestreckter Zeitplan**
  - Abgabe am Montag, dem 20.11.06
  - Bis 23:59 Uhr
- **Nochmal: Das gilt nicht für 4 SWS'ler**
  - Mit vollständigem Programmierprojekt
  - Dafür ohne Klausur

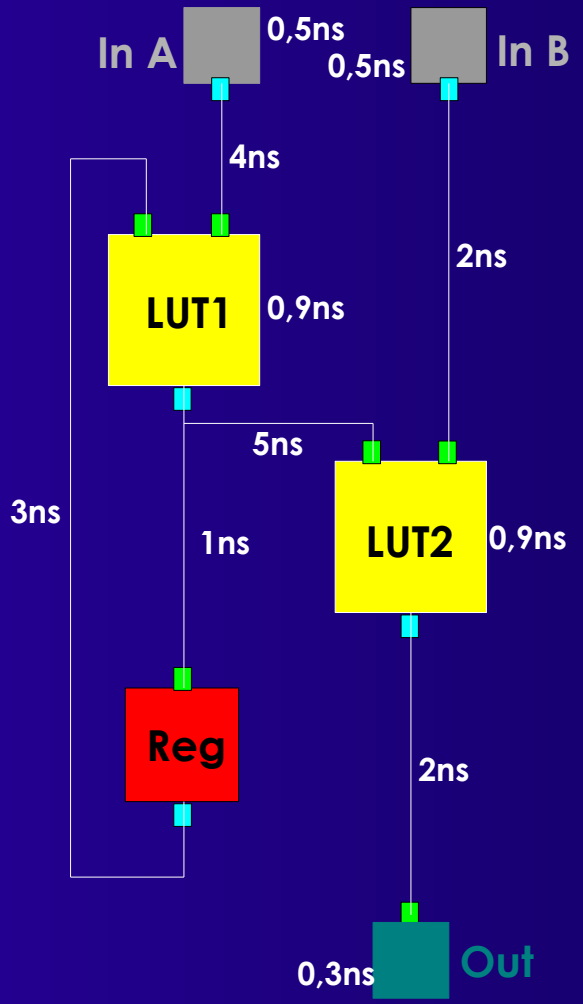
# Übersicht

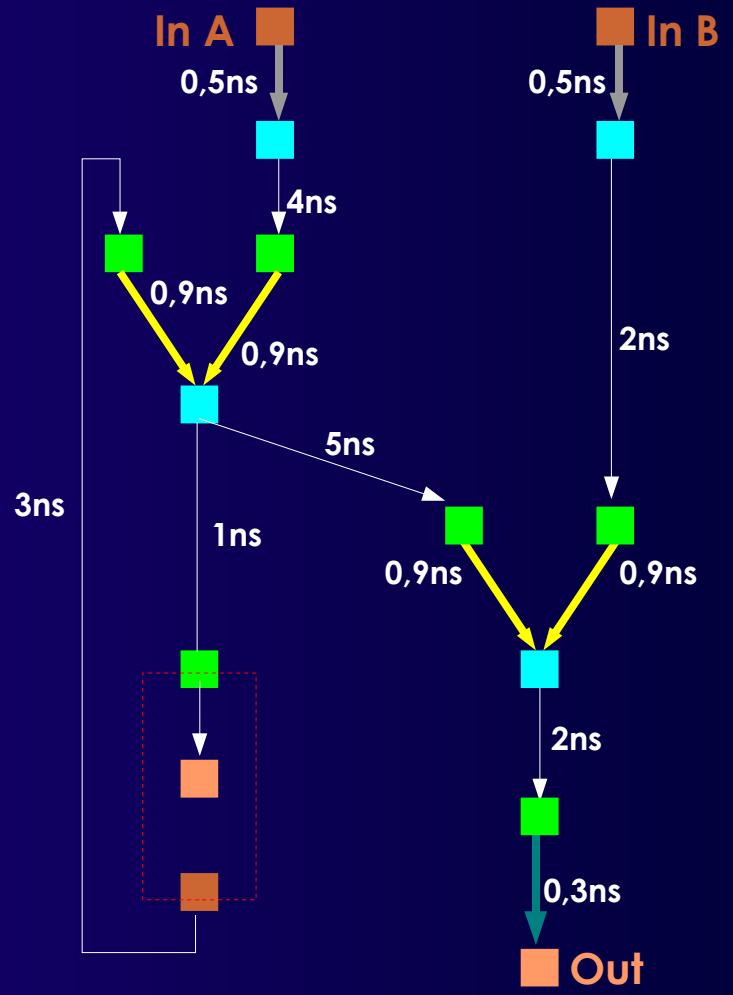
- Timing-Analyse
- Vereinfachtes Beispielproblem
  - Unit-Size Placement Problem (UPP)
- Heuristiken
  - Nachbarsuche
  - Simulated Annealing
  - Tabu-Suche
  - Genetische Algorithmen
- Zusammenfassung

# Grundlagen Timing-Analyse

- **Wozu?**
  - Analysiere fertige Layouts
  - Analysiere einzelne Verbindungen während Layouterzeugung
    - Erkenne kritische Verbindungen
    - Behandele diese mit Vorrang
- **Worauf?**
  - Schaltungselemente
    - Gatter, Wertetabellen (*LUT*), Register, I/O-Blöcke, ..
    - Bleiben konstant, exakte Verzögerungen bekannt
  - Netze
    - Nur nach Layouterzeug. bekannt, vorher *schätzen*

# Modellierung




- **Auf „4-partitem“ Graph**
  - Externe Ein-/Ausgänge, Ein-/Ausgangs-Ports

# Berechnung Ankunftszeit

- **Ankunftszeit (Arrival) an Knoten *v*:**

$$T_a(v) = \underset{(u,v)\in E}{Max} \left(T_a(u) + w(u,v)\right)$$

- **Idee: BFS oder zyklenfreier LP**
  - Beginne mit $T_a(v) = 0$ mit Knoten *v*:
    - Externer Eingang, Registerausgang
  - Bearbeite Knoten mit bearbeiteten Vorgängern
  - Späteste Gesamtankunftszeit $D_{max}$ = Taktper.
    - An externem Ausgang oder Registereingang
      - Im Beispiel 13,6ns

# Spätestmögliche Ankunftszeit

- **Wie unwichtig sind unkritische Netze?**
  - Idee: Verschiebbare Elemente bei Kompakt.
  - Hier auf Zeitintervalle anwenden (*slack*)
  - „Wieviel langsamer kann ein Netz werden, ohne dass die gesamte Schaltung leidet?“

- **Berechnung**
  - Mittels spätestmöglicher Ankunftszeit
    - Required time $T_r(u)$ an Knoten *u*
    - Spätestmöglicher Ankunftszeitpunkt von Signalen
      - Sonst Verlangsamung der ganzen Schaltung
    - Analog Kompaktierungsbeispiel
      - Rechteste Position ohne Breitenvergrößerung

# Berechnung $T_r(u)$ & slack($u$,$v$)

- **Beginne mit $T_r(u) = D_{max}$ bei Knoten *u*:**
  - Externer Ausgang, Registereingang
- **Nun BFS/LP *rückwärts***
- **Bearbeite Knoten**
  - Nur mit komplett bearbeiteten Vorgängern
    - Rückwärts: Vorgänger hier sind sonst Nachfolger!

$$T_r(u) = \underset{(u,v)\in E}{Min}\left(T_r(v) - w(u,v)\right)$$

- **Slack einer *Verbindung* von *u* nach *v***

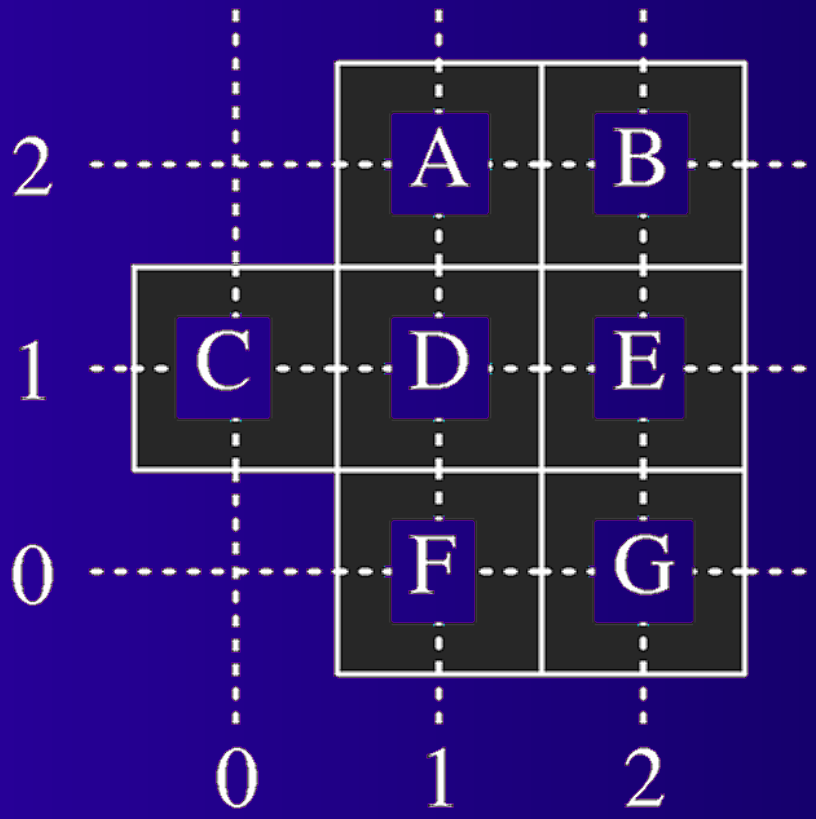
$$\text{slack}(u,v) = T_r(v) - T_a(u) - w(u,v)$$

- **Beachte: Auf kritischem Pfad slack = 0**

# Beispiel s27.critical

```
Node: 4  INPAD_SOURCE Block #2 (s27_in_3_)
T_arr: 0  T_req: -3.88578e-16  Tdel: 5e-10

Node: 5  INPAD_OPIN Block #2 (s27_in_3_)
Pin: 0
T_arr: 5e-10  T_req: 5e-10  Tdel: 5e-09
Net to next node: #2 (s27_in_3_).  Pins on net: 5.

Node: 12  CLB_IPIN Block #6 (s27_out)
Pin: 0
T_arr: 5.5e-09  T_req: 5.5e-09  Tdel: 0

Node: 17  SUBBLK_IPIN Block #6 (s27_out)
Pin: 0 Subblock #0
T_arr: 5.5e-09  T_req: 5.5e-09  Tdel: 9e-10

Node: 21  SUBBLK_OPIN Block #6 (s27_out)
Pin: 4 Subblock #0
T_arr: 6.4e-09  T_req: 6.4e-09  Tdel: 0

Node: 16  CLB_OPIN Block #6 (s27_out)
Pin: 4
T_arr: 6.4e-09  T_req: 6.4e-09  Tdel: 1e-09
Net to next node: #5 (s27_out).  Pins on net: 2.

Node: 10  OUTPAD_IPIN Block #5 (out:s27_out)
Pin: 0
T_arr: 7.4e-09  T_req: 7.4e-09  Tdel: 3e-10

Node: 11  OUTPAD_SINK Block #5 (out:s27_out)
T_arr: 7.7e-09  T_req: 7.7e-09


Tnodes on crit. path: 8  Non-global nets on crit. path: 2.
Global nets on crit. path: 0.
Total logic delay: 1.7e-09 (s)  Total net delay: 6e-09 (s)
```

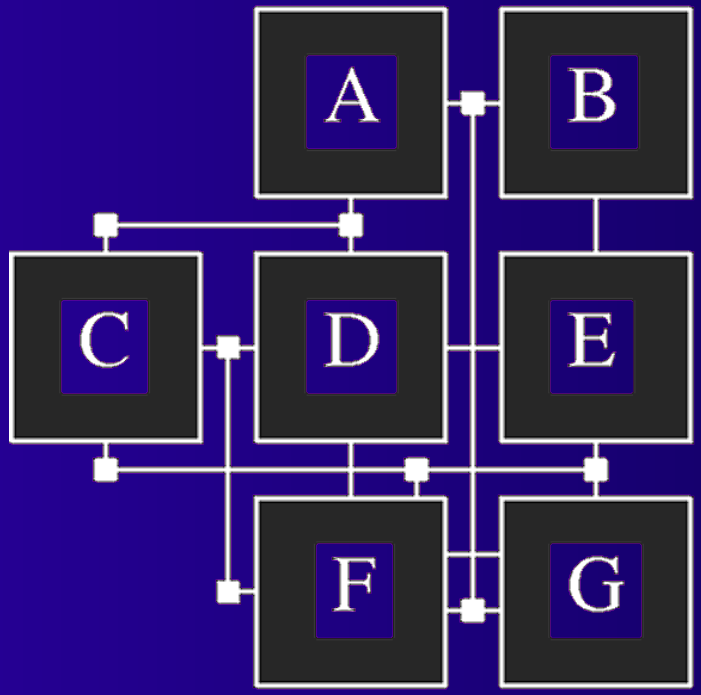
# Beispielanwendung UPP 1



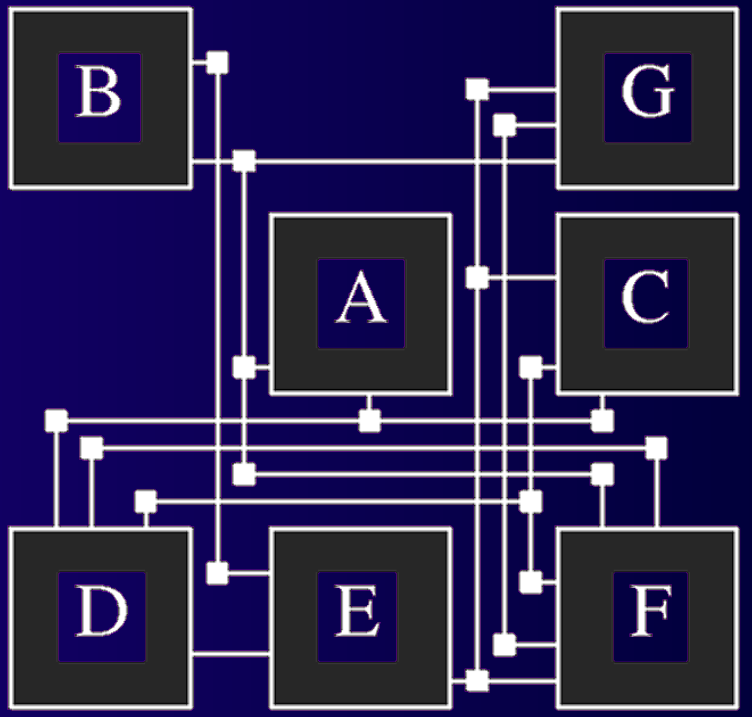

$n_1$: A, B, F, G
$n_2$: B, E
$n_3$: D, E
$n_4$: A, C, D
$n_5$: C, D, F
$n_6$: C, E, F, G
$n_7$: D, F
$n_8$: F, G

- **Eingabe:**
  - 1x1 Zellen
  - Netzliste
- **Plaziere Zellen**
  - Auf 1x1 Raster
  - Überlappungsfrei
- **Minimiere Fläche**
  - Platz für Verdrahtung

# Unit-Size Placement 2




Plazierung mit Verdrahtung




Schlechtere Plazierung

- Mehr Verdrahtungsspuren

Problem: Bestimmung der Qualität

- Komplette Verdrahtung dauert zu lange
- Abschätzen

# Art der Probleme

- **Viele Probleme im Bereich VLSI CAD sind**
  - **NP-vollständig**
  - **NP-hart**
    - Mindestens so aufwendig wie NP-vollständig

**→Exakt lösbar nur für kleine Problemgrößen**

- **Falls sub-optimale Lösungen akzeptabel**
  - **Näherungsverfahren**
    - Garantieren eine vorgegebene Lösungsqualität
    - Nicht allgemein formulierbar
  - **Heuristiken**
    - In der Praxis: Schwankende Lösungsqualität

# Darstellung einer „Lösung“

- Problem-spezifisch
- Algorithmen-spezifisch

- Grundsätzlich unterscheidbar
  - Vollständige Lösung
    - Alle Unbekannten haben gültige Werte
    - ➠ Algorithmus *könnte* beliebig beendet werden
  - Unvollständige Lösung
    - Einige/alle Unbekannte sind noch unbestimmt
    - ➠ Algorithmus *muss* weiterrechnen

# Definitionen

- **Instanz $I = (F, c)$**
  - Lösungsraum $F$
  - Kostenfunktion $c$: $F \rightarrow \mathbb{R}$
- **Lösung $\underline{f} \in F$: $\underline{f} = [\, f_1, \ldots, f_n]^T$**
  - Explizite Einschränkungen: Wertebereiche $f_i$
  - Implizite Einschränkungen: Abhängigkeiten
- **Teillösung $\tilde{\underline{f}}$**
  - Einige $f_i$ undefiniert
  - Spannt Unterraum von $F$ auf

# Nachbarsuche 1

- Starte mit einer vollständigen Lösung
- Bestimme „Nachbarn“ der Lösung
  - Andere Lösungen „nahe“ an existierender
  - Definition von „Nähe“ ist problemspezifisch
- Wähle „besseren“ Nachbarn aus
- Wiederhole

# Nachbarsuche 2

- **Formal**
  - Problem $I = (F, c)$
  - Lösung $\underline{f} \in F$
  - Nachbarschaft $N: F \rightarrow 2^F$
    - Potenzmenge $2^F$: Menge der Untermengen von $F$
  - Nachbar $\underline{g} \in N(\underline{f})$
- **Beispielzug UPP: Vertausche zwei Zellen**
  - $n$ Zellen, $(n-1)$ Partner
  - Komplexere Züge möglich
    - Tausche 3 Zellen, tausche Regionen, ...

$$|N(\vec{f})| = \frac{n(n-1)}{2}$$

# Nachbarsuche 3

- Welches $\underline{g} \in N(\underline{f})$ wählen?
- Ziel: Kostenreduzierung bezüglich c
- Also wähle $\underline{g}$ mit

$$c(\underline{g}) < c(\underline{f})$$

- Ende mit $\underline{f}$ bei

$$c(\underline{g}) \geq c(\underline{f}) \text{ für alle } \underline{g} \in N(\underline{f})$$

# Nachbarsuche 4

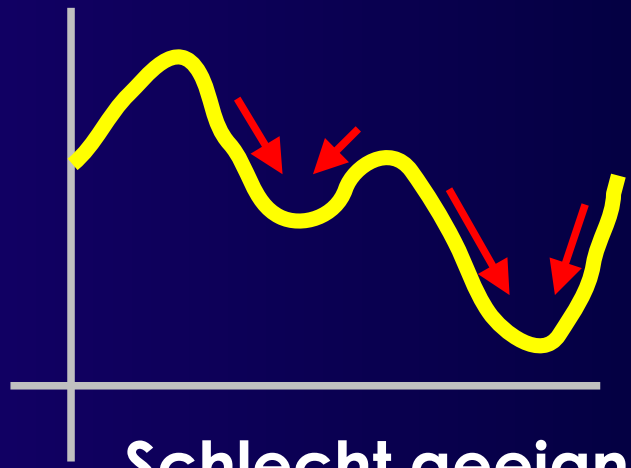
```
local_search() {
        feasible_solution f;
        set<feasible_solution> G;

        f := initial_solution();
        do {
                G := {g | g ∈ N(f) ∧ c(g) < c(f)};
                if (G ≠ ∅)
                        f := G.pickany();
        } while (G ≠ ∅);
        report(f);
}
```

- Initialisierung
- Strategien
  - Erste Verbesserung
  - Steilster Abstieg

# Nachbarsuche 5

- „Form“ der Kostenfunktionen

Gut geeignet



Schlecht geeignet

- Steckenbleiben in lokalen Minima
  - Betrachte größere Nachbarschaften
  - Mehrere Läufe mit anderen Startlösungen
  - Adaptiere Größe der Nachbarschaft

# Simulated Annealing 1

- **Akzeptiere verschlechternde Züge**
  - Aber bessere Strategie als reiner Zufall!
- **Simulated Annealing (SA)**
  - Simuliertes Erstarren
  - Inspiriert vom physikalischen Erstarrungsprozessen
    - Schnelles Erstarren ("Schockfrosten")
      - Hohe innere Spannung = hohe Energie
    - Langsames Abkühlen
      - Niedrige innere Spannung = niedrige Energie

# Simulated Annealing 2

- **Physik**
  - Hohe Anfangstemperatur (flüssiges Material)
  - Moleküle können sich frei anordnen
  - Langsames Abkühlen
  - Bewegungsfreiheit wird schrittweise weiter eingeschränkt
  - Moleküle ordnen sich in Konfiguration niedrigster Energie an
  - Am besten bei *sehr langsamer* Abkühlung

# Simulated Annealing 3

- **Optimierung**
  - Energie entspricht Kostenfunktion
  - Bewegung der Moleküle entspricht Zügen
  - Temperatur entspricht Kontrollparameter T
    - Wie frei dürfen sich Moleküle bewegen?
      = Welche Züge sind noch akzeptabel?
    - Niedrigere Energie/Kosten: Immer akzeptiert

$$c(\vec{g}) \leq c(\vec{f})$$

    - Höhere Energie/Kosten: Akzeptiert bei

$$\Delta c = c(\vec{g}) - c(\vec{f}) \quad \text{mit} \quad e^{\frac{-\Delta c}{T}}$$

# Simulated Annealing 4

$$\Delta c = \mathrm{c}(\vec{g}) - \mathrm{c}(\vec{f}) \quad \text{mit} \quad e^{\frac{-\Delta c}{T}} = \frac{1}{e^{\frac{\Delta c}{T}}}$$

- **Hohe Temperaturen**
  - Akzeptiere fast alle schlechten Züge
- **Niedrige Temperaturen**
  - Akzeptiere fast keine schlechten Züge mehr
- **Physik: Boltzmann-Verteilung**
  - Statistische Mechanik

# Simulated Annealing 5

```
feasible_solution bsf;

simulated_annealing() {
  feasible_solution f, g;
  float T;

  T := initial_temperature();
  f := initial_solution();
  bsf := f;

  do {
    do {
      g := N(f).pickany();
      if (accept(f, g))
        f := g;
    } while (!thermal_equilibrium(T));
    T := new_temperature(T);
  } while (!stop());

  report(bsf);
}
```

```
int accept(feasible_solution f, g) {
  float Δc;

  Δc := c(g) - c(f);
  if (Δc ≤ 0) {
    if (c(g) < c(bsf))
      bsf := g;
    return (1);
  } else
    return (exp(-Δc/T) > random(1));
}
```

# Simulated Annealing 6

- initial_temperature()
  - Bestimmt ausreichend hohe Starttemperatur
- initial_solution()
  - Bestimmt Startlösung
    - Zufällige, aber gültige Lösung OK!
- thermal_equilibrium()
  - Gleichgewicht auf einer Temperaturstufe
- new_temperature()
  - Bestimmt nächsten Temperaturschritt
- stop()
  - Abbruchkriterium
- BSF: „Best so far“, beste bisherige Lsg.
  - Letzte Lösung ist nicht immer die beste!

# Simulated Annealing 7

- **TimberWolf: Standard Cell-Placer**
  - Start mit $T$ = 4.000.000
  - Stop bei $T$<0,1
  - Equilibrium abhängig von Problemgröße
    - 100 Züge pro Zelle bei 200 Zellen
    - 700 Züge pro Zelle bei 3000 Zellen
  - Abkühlen
    - Anfangs mit $T_n$ = 0,8 $T$
    - Im Mittelbereich mit $T_n$ = 0,95 $T$
    - Gegen Ende mit $T_n$ = 0,8 $T$

➔ **Cooling Schedule**

# Simulated Annealing 8

- Bei geeigneter Cooling Schedule
  - SA findet *immer* die optimale Lösung
  - Praktisch aber nicht relevant (zu langsam)
- Viele Variationsmöglichkeiten
  - stop() abhängig von accept()
  - Adaptive Cooling Schedules
- Bibliotheken: ASA, EBSA
- SA ist allgemein verwendbar
- Aber: Spezialisierte Lösungen sind besser

# Tabu Suche 1

- **Simulated Annealing**
  - Aufsteigende Züge zu Beginn akzeptiert
- **Tabu-Suche (TS)**
  - Aufsteigende Züge werden *immer* akzeptiert
  - Gehe *immer* zu $\underline{g} \in N(\underline{f})$ mit

$$c(\vec{g}) = \min_{\vec{h} \in N(\vec{f})} c(\vec{h})$$

  - Auch, wenn $c(\underline{g}) > c(\underline{f})$ !
  - Problem: Zyklen
    - Ständige Wiederholung der letzten Züge

# Tabu-Suche 2

- **Lösung: Verbiete letzte *k* Lösungen**
  - Lösungen sind als „tabu“ markiert
  - Vermeidet Zyklen der Länge *k*
- **Realisierung**
  - FIFO der Länge *k* von Lösungen

# Tabu-Suche 3

```
tabu_search() {
        feasible_solution f, g, bsf;
        set<feasible_solution> G;
        FIFO<feasible_solution,k> Q;

        Q       := Ø;
        f       := initial_solution();
        bsf     := f;
        do {
                G := {s | s ∈ N(f) ∧ s ∉ Q};
                if (G ≠ Ø) {
                        g       := G.findmin(c);
                        Q.shiftin(g);
                        f       := g;
                        if (c(f) < c(bsf))
                                bsf := f;
                }
        } while (G ≠ Ø or stop());
        report(bsf);
}
```

# Tabu-Suche 4

- stop()
  - „Keine Verbesserung in den letzten *k* Zügen“
- UPP-Beispiel 10.000 Zellen
  - Lösung beschreibt 10.000 Koordinatenpaare
  - ➢ Sehr große Tabu-Liste
  - Abhilfe: Setze nur einzelne Züge Tabu
  - Aber: Einschränkung des Lösungsraumes
- Viele Variationsmöglichkeiten
- Kein theoretischer Hintergrund
  - Erreichen des Optimums?
  - Wie stop() oder *k* wählen?

# Genetische Algorithmen 1

- **Auch hier**
  - Umgang mit vollständigen Lösungen
- **Aber: Gleichzeitig *mehrere* Lösungen**
  - Menge $P$ von Lösungen: Population
  - Generation $k$
  - Ersetze $P^{(k)}$ durch $P^{(k+1)}$ während Optimierung
- **Bestimmung von $\underline{f}^{(k+1)} \in P^{(k+1)}$ mit**
  - $\underline{f}^{(k)}, \underline{g}^{(k)} \in P^{(k)}$: Eltern von $\underline{f}^{(k+1)}$
  - Vererbung von Eigenschaften von $\underline{f}^{(k)}, \underline{g}^{(k)}$
    - Crossover
  - Ggf. Mutation von $\underline{f}^{(k+1)}$

# Genetische Algorithmen 2

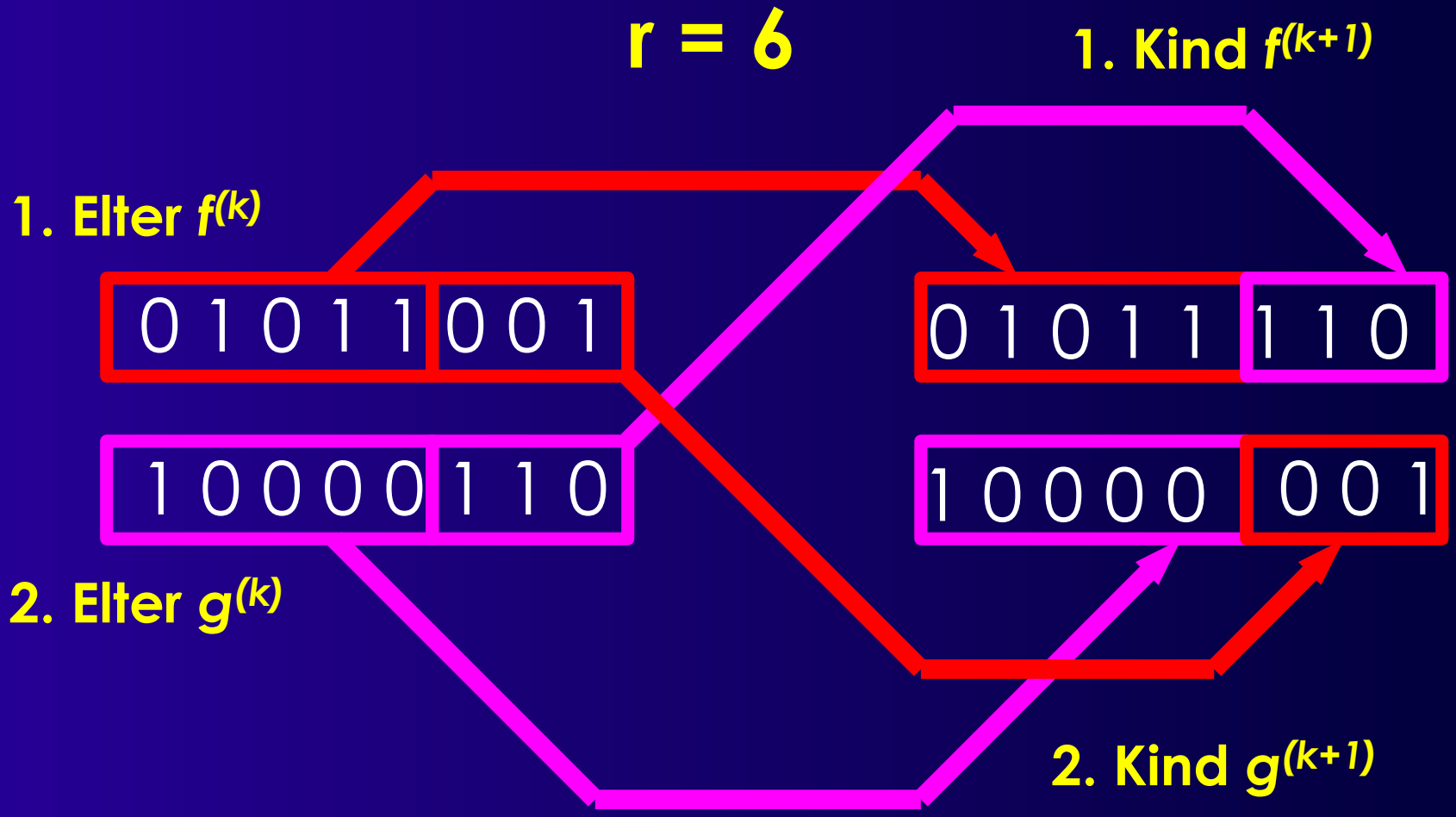
- **Kodierung bestimmt Operationen**
  - Beispiel: Bitfolge für Lösungsvektor f
    - Chromosom
  - UPP: 100 Zellen, 10x10 Raster
    - 4 bit pro Koordinate
    - 8 bit pro Koordinatenpaar
    - 100 x 8 bit = 800 bit lange Bitfolge als Chromosom
    - L = Länge des Chromosoms in Bit
- **Wichtige Unterscheidung zwischen**
  - Lösung
    - Biologie: Phänotyp
  - Kodierung der Lösung
    - Biologie: Genotyp
- **Hier aber äquivalent benutzt**

# Genetische Algorithmen 3

- **Vererbung mit dem Crossover-Operator**
  - Kombiniere die Bitfolgen der Eltern
- **Verschiedenste Realisierungen**
- **1. Beispiel**
  - Wähle zufällige Crossover-Position $1 \leq r \leq L$
  - Kopiere bits 1...($r$-1) aus $\underline{f}^{(k)}$ nach $\underline{f}^{(k+1)}$
  - Kopiere bits $r$...$L$ aus $\underline{g}^{(k)}$ nach $\underline{f}^{(k+1)}$
    - Ggf.: Erzeuge 2. Kind $\underline{g}^{(k+1)}$ mit vertauschten Rollen

# Genetische Algorithmen 4

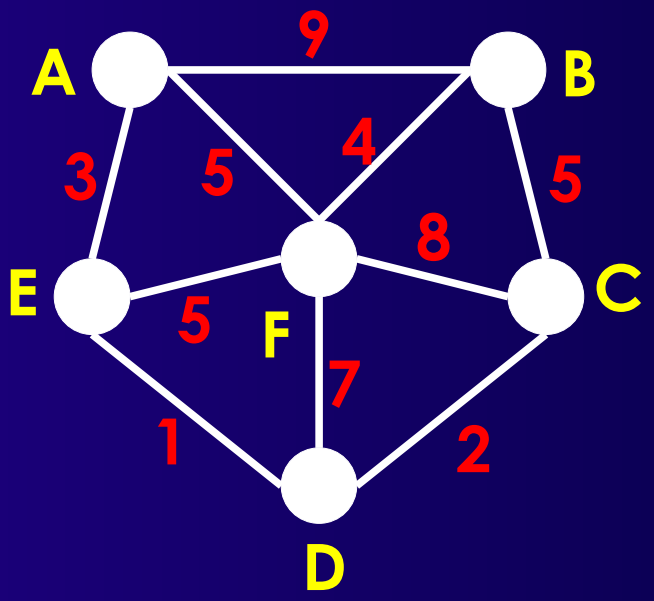
**Beispiel: UPP im 10x10 Raster, plaziere einzelne Zelle**



# Genetische Algorithmen 5

- **Crossover erzeugt ungültige Lösungen**
  - Abhilfe: Mehr Struktur als einfache Bitfolgen
- **Bei UPP: Folgen von 4-bit Koordinaten**
  - Nun zwar intern konsistente Koordinaten
  - Reicht aber im allgemeinen nicht aus!

# Travelling Salesman Problem




- TSP
- *Einfacher* Zyklus durch alle Knoten mit minimaler Länge
  - Jeder Knoten nur einmal besucht
  - Minimale Kantengewichte
- NP-vollständig

# Genetische Algorithmen 6

- Chromosom: Folge von Knoten
- Aber:
  - $\underline{f}^{(k)} = v_1 v_3 \mid v_6 v_5 v_2 v_4$, $g^{(k)} = v_4 v_2 \mid v_1 v_5 v_3 v_6$, $r=3$
  - $\underline{f}^{(k+1)} = v_1 v_3 v_1 v_5 v_3 v_6$, $g^{(k+1)} = v_4 v_2 v_6 v_5 v_2 v_4$
- Keine gültigen Lösungen!

# Genetische Algorithmen 7

- **Problem-spezifisches Crossover**
- **Bei TSP: z.B. Geordnetes Crossover**
  - Kopiere Elemente 1...($r$-1) aus $\underline{f}^{(k)}$ nach $\underline{f}^{(k+1)}$
  - Kopiere in $\underline{f}^{(k+1)}$ *fehlende* Elemente nach $\underline{f}^{(k+1)}$
    - In der Reihenfolge ihre Auftretens in $\underline{g}^{(k)}$
  - Beispiel
    - $\underline{f}^{(k)} = v1v3 \mid v6v5v2v4$, $\underline{g}^{(k)} = v4v2 \mid v1v5v3v6$, $r$=3
    - $\underline{f}^{(k+1)} = v1v3v4v2v5v6$, $\underline{g}^{(k+1)} = v4v2v1v3v6v5$, $r$=3

# Genetische Algorithmen 8

- **Bisher noch keine Optimierung**
  - Nur neue Lösungen erzeugt

**➔Bevorzuge gute Lösungen vor schlechten**

- Wähle „gute“ Eltern aus: Niedrige Kosten
- Kombiniere gute Eigenschaften in Nachwuchs
- Aber: Auch Gegenteil möglich (*r* zufällig)
  - Vererbung schlechter Eigenschaften
  - Idee: Schlechte Nachkommen verscheiden in nächster Generation

# Genetische Algorithmen 9

```
genetic() {
        int pop_size;
        set<chromosome> pop, new_pop;
        chromosome parent1, parent2, child;

        pop := ∅;
        for (i:=1; i <= pop.size(); i := i+1)
                pop := pop ∪ {"Chromosom einer zufälligen Lösung"}
        do {
                newpop := ∅;
                for (i:=1; i<= pop.size(); i := i + 1) {
                        parent1         := pop.select();
                        parent2         := pop.select();
                        child           := crossover(parent1, parent2);
                        newpop :        = newpop ∪ {child};
                }
                pop := newpop;
        } while (!stop());
        report(pop.findmin(c));
}
```

# Genetische Algorithmen 10

- **stop()**
  - Keine Verbesserung in den letzten *m* Iterationen
  - *m* problemspezifischer Parameter
- **Mutation**
  - Fehler beim Kopieren
  - Vermeidet Steckenbleiben in lokalen Minima
- **Sehr viele Variationsmöglichkeiten**
  - Komplexes Crossover (mehrere *r*)
  - Mehrere Generationen gleichzeitig
  - Elite-Selektion
  - Meta-Genetische Algorithmen

# Allgemeine Heuristiken

- **Diverse Alternativen**
  - Neuronale Netze
  - Simulierte Evolution
  - Lösen des SAT-Erfüllbarkeitsproblems
- **Bei allen allgemeinen Ansätzen**
  - Immer schlechter als problemspezifische
    - Z.B. Kernighan-Lin für Partitionierung
  - Aber schneller zu realisieren
    - Bei unbekannten Problemeigenschaften
- **Hybride Ansätze**
  - z.B. Eingeschränktes SA
    - SDI, TU Braunschweig

# Vorbereitung

- Bestimmung von $T_a$, $T_r$ und slack
  - Für Beispiel auf Folie 5
- Im Buch lesen
  - Kapitel 7.2 - 7.6

# Zusammenfassung

- Timing-Analyse
- Unit-Size Placement Problem
- Gierige Nachbarsuche
  - Steckenbleiben in lokalen Optima
- Untersuchen schlechterer Lösungen
  - Simulated Annealing
  - Tabu-Suche
- Genetische Algorithmen
  - Paralleles Untersuchen mehrerer Lösungen
- Hybride Verfahren