# Algorithmen im Chip-Entwurf 4

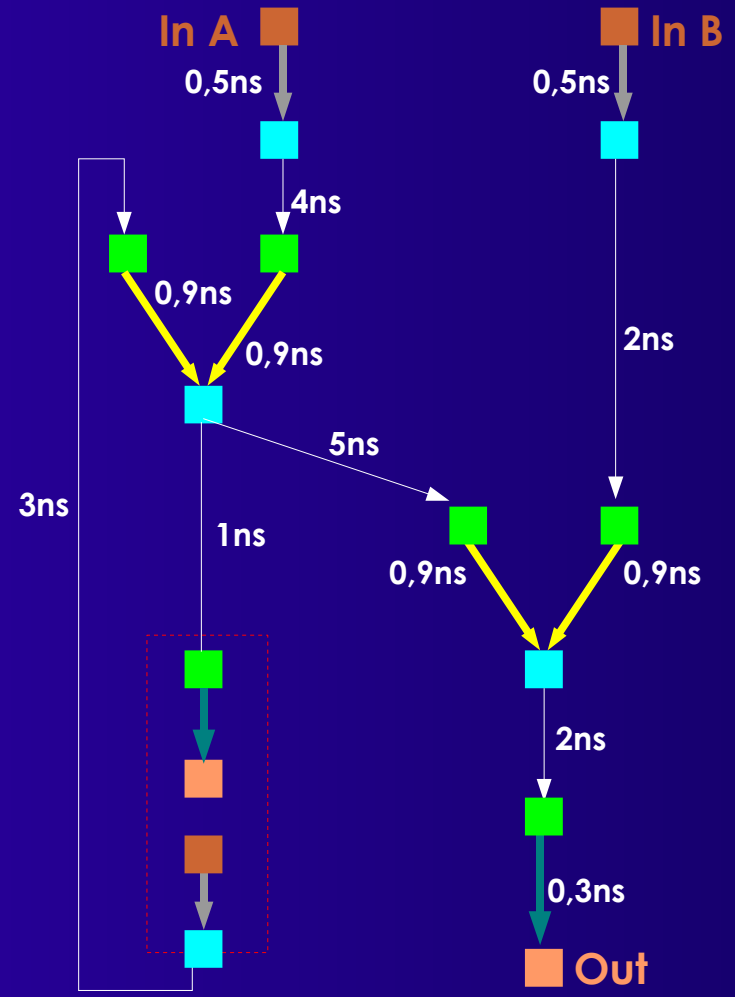
## Längenmaße und Platzierung

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

# Überblick

- Übung Timing-Analyse
- Längenmaße
- Arten von Platzierungsproblemen
- Platzierungsverfahren
- Partitionierung
  - Kernighan-Lin
- Zusammenfassung

# Übung Timing-Analyse




$$T_a(v) = \underset{(u,v)\in E}{Max}\,(T_a(u) + w(u,v))$$

$$T_r(u) = \underset{(u,v)\in E}{Min}\,(T_r(v) - w(u,v))$$

$$slack(u,v) = T_r(v) - T_a(u) - w(u,v)$$

- $D_{max}$ = 13,6ns

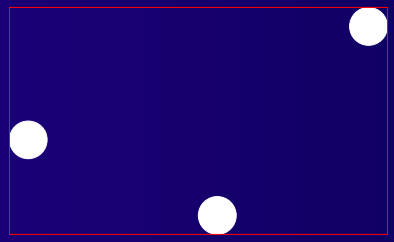
# Verdrahtungsfläche

- **Mögliches Platzierungs-Qualitätskriterium**
  - Gesamtfläche für Verdrahtung
    - Nur bei ASIC
    - Bei FPGA: Feste Breite der Leitungen, Länge reicht
- **Aber: Vollständiges Routing zu komplex**
  - NP
- **Abschätzen der Länge durch Metrik**
  - Einzeln pro Netz
  - Aufsummieren der Teillängen
  - Multiplizieren mit angenommener
    - Leitungsbreite plus
    - Leitungsabstand

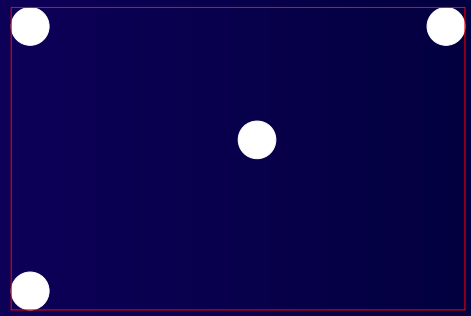
# Längenmetriken 1

- **Halber Umfang (half perimeter)**
  - Rechteck um alle Terminals des Netzes

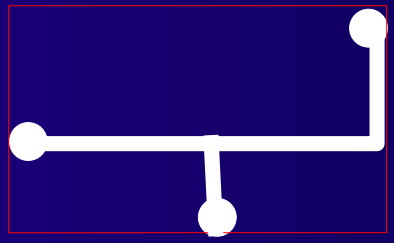
exakt

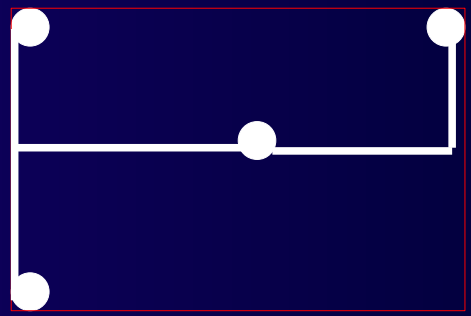


exakt



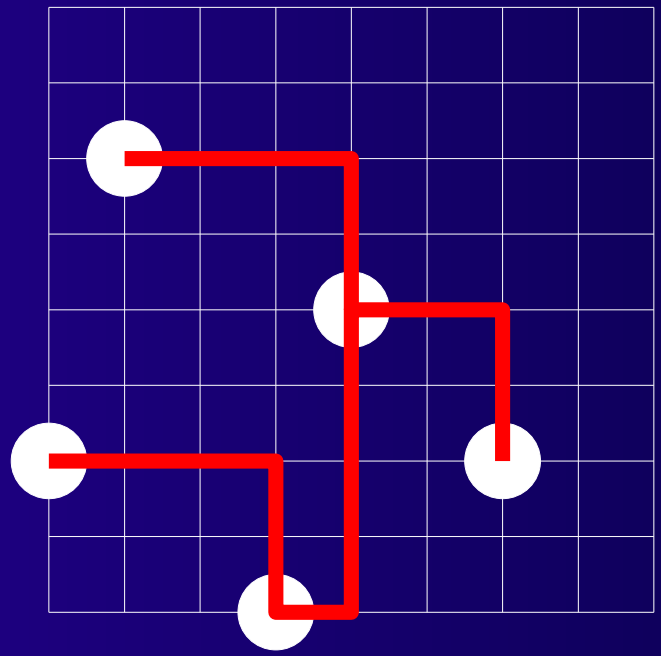
untere Grenze





# Längenmetriken 2

- **Minimaler Rechtwinkliger Überspannender Baum (MRST)**

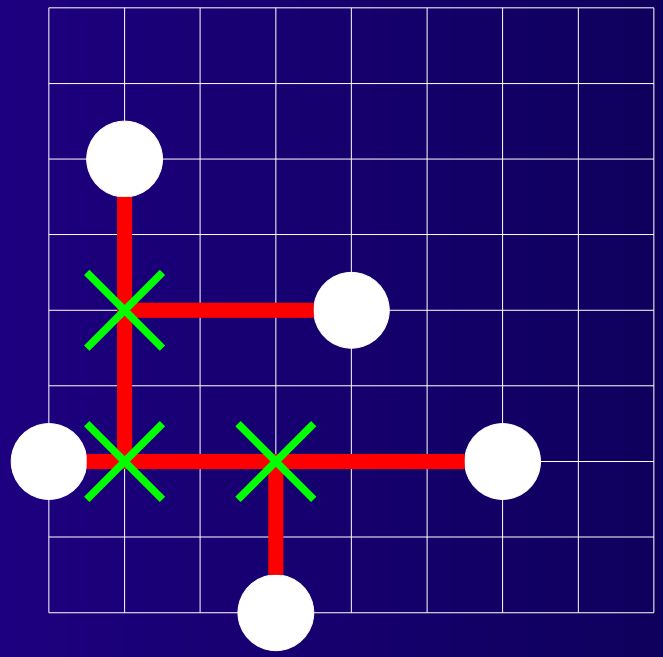


$L_R = 19$

- **Sonderfall von MRST**
  - In P via Prim's Algorithmus (im Buch 3.4.4)
    - Vollständiger planarer Graph

# Längenmetriken 3

- **Rechtw. Steiner-minimaler Baum (RSMT)**



$L_S = 15$

$L_R / L_S = 1{,}26$

- **RSMT-Berechnung ist NP-vollständig**
  - Annäherung durch MSRT: max. 1.5x so lang
  - Bessere Näherungen existieren

# Längenmetriken 4

- **Quadratischer Euklidischer Abstand**
  - Arbeitet auf Zellen, nicht auf Netzen
    - Für Clique-Modell geeignet

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}\left[(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2\right]$$

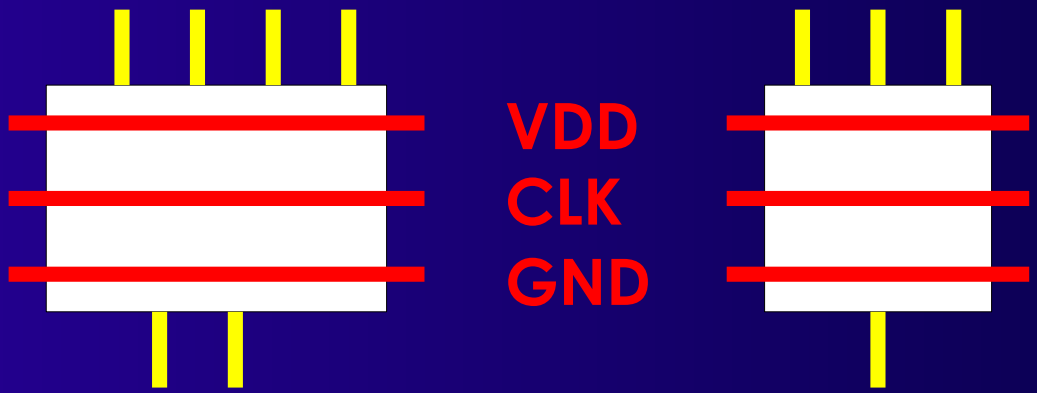
- $\gamma_{ij}$
  - =0 wenn $(v_i, v_j) \notin E$
  - $=|(v_i,v_j)|$: Gewichtet nach Anzahl Kanten
  - $< |(v_i,v_j)|$: nicht nur Einzelleitungen

# Platzierungsprobleme

- **Standardzellen**
  - Semi-Custom
- **Building Block**
  - Teilweise Full-Custom möglich
- **MPGA/FPGA**
  - Auf vorgegebene Strukturen

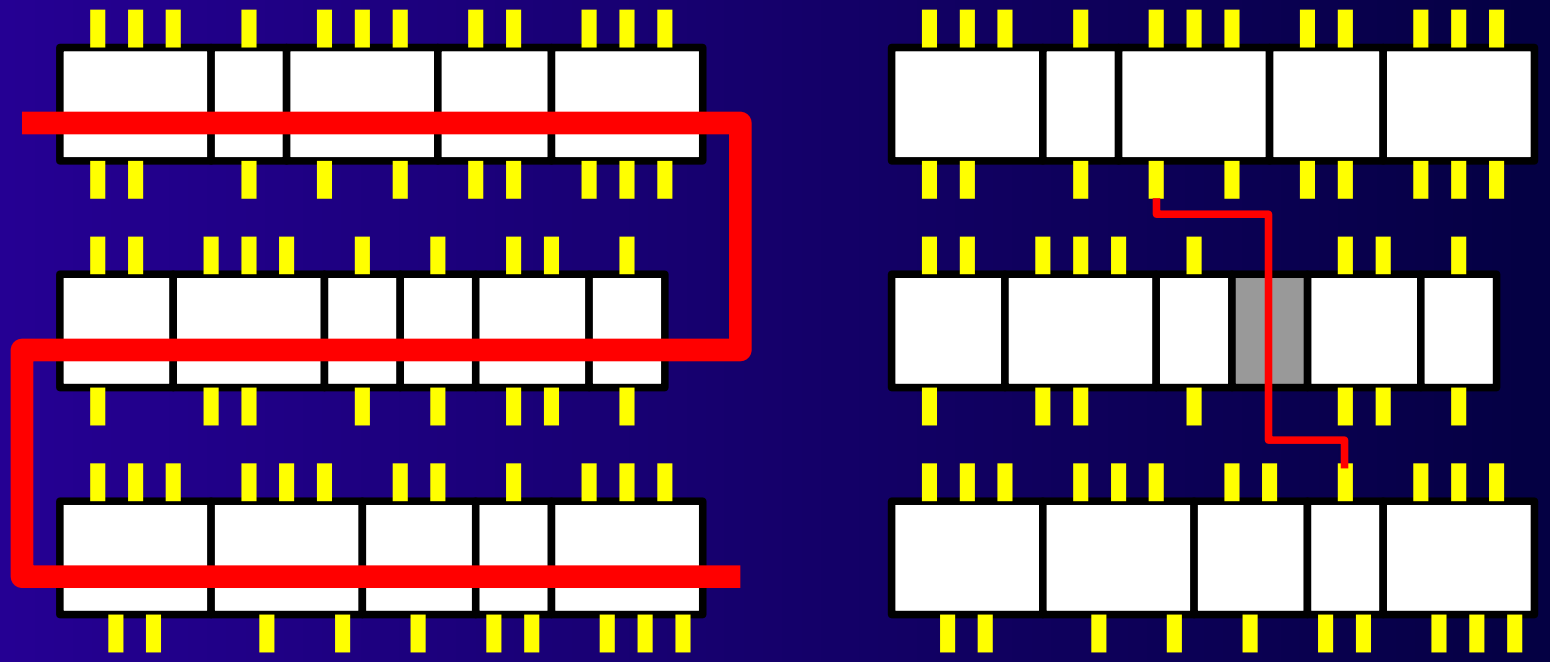
# Standardzellen 1

- **Standardzellen (Semi-Custom)**
  - Kleinere Schaltungen (Gatter) aus Bibliothek
  - Festes Layout
    - Grösse
    - Terminal-Anordnung
  - Anreihbar in Zeilen
    - Logistische Signale



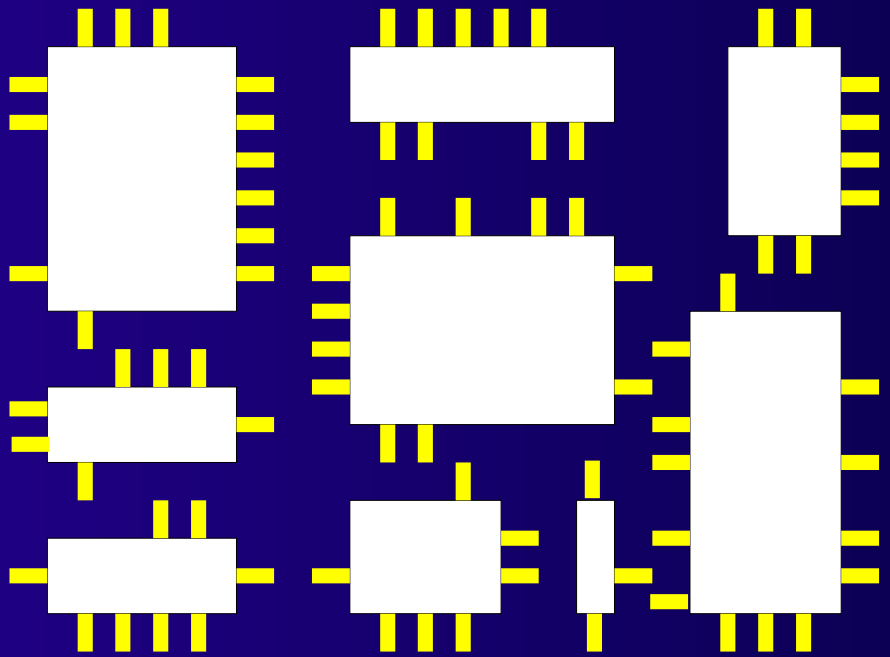
# Standardzellen 2

- Zeilenweise Anordnung
- Verdrahtung zwischen Zeilen
- Ausnahmen
  - Angrenzende Verbindungen (abutment)
  - Durchleitungen (feedthroughs)



# Building Blocks 1

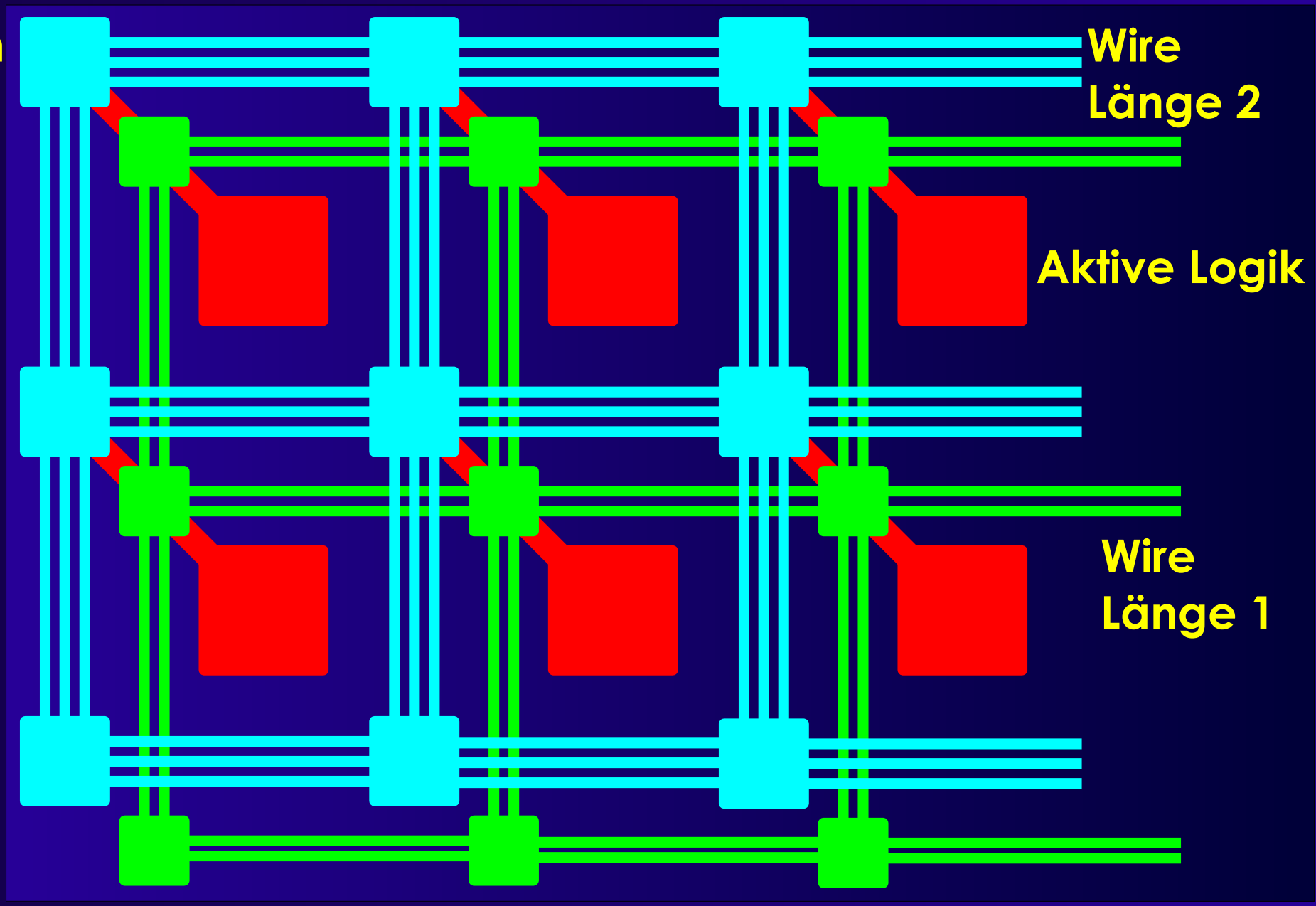
- **Mehr Flexibilität**
  - Kann auch Full-Custom Teile enthalten
  - Automatisch generierte Blöcke (z.B. RAM)
- **Verdrahtungskanäle an allen Seiten**



# MPGA/FPGA 1

- **Mask-Programmable Gate Array**
  - Modebezeichnung: Structured ASIC
- **Field-Programmable Gate Array**
- **Feste Anordnung von**
  - Logik
  - Verdrahtung
- **Anpassung auf Anwendung**
  - MPGA: Beim Hersteller (Metalllagen)
  - FPGA: Beim Anwender (Programmierung)

# MPGA/FPGA 2



# MPGA/FPGA 3

- Sehr ähnlich zu UPP
- Aber: Segmentierte Verbindungen
  - Mehrere Verdrahtungslängen
- Verzögerung abhängig von
  - Anzahl durchlaufener Switch Boxes
  - Last (Fan-Out)
- Feste Verdrahtungskapazität
- ➢ Nicht jede Platzierung verdrahtbar
- Verdrahtbarkeit in Kostenfunktion

# Platzierungsverfahren 1

- **Konstruktiv**
  - Zellkoordinaten sind nach einmaligem Plazierungsschritt fest
- **Iterativ**
  - Zellkoordinaten können beliebig oft geändert werden
- **Kombination**
  - Konstruktive Startlösung
  - Dann iterative Verbesserung

# Mögliche Optimierungsziele 1

- Minimale Verdrahtungsfläche
- Minimale Verdrahtungslänge
- Schnellste Schaltung
  - Timing-driven
- Anzahl von Leitungen durch Schnittlinie
- Verdrahtbare Schaltung
- Geringes Übersprechen
  - Zwischen Leitungen

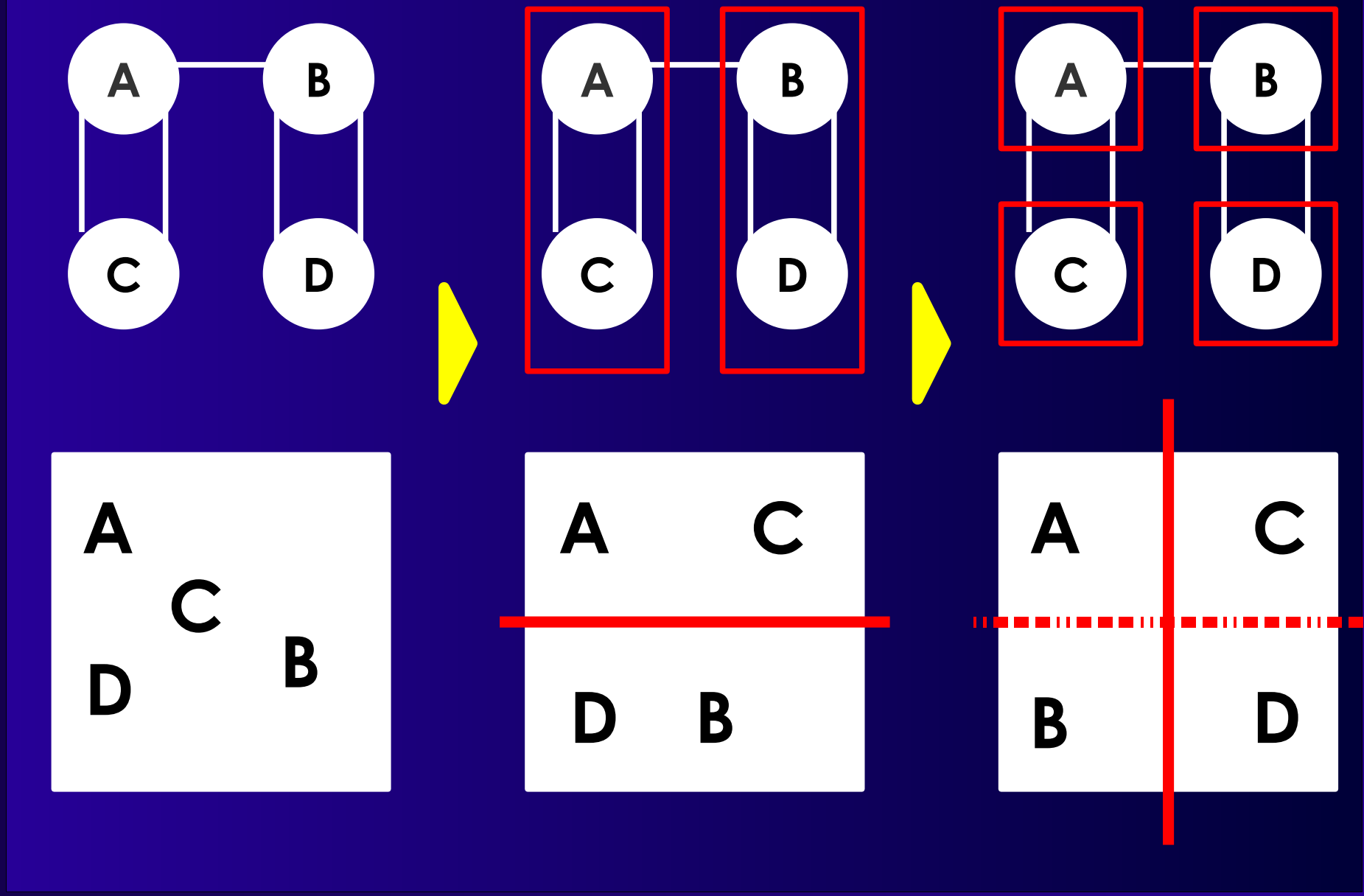
# Konstruktive Platzierung 1

- Viele Methoden
- Top-Down Verfahren
  - Starten mit kompletter Schaltung
  - Aufteilen in immer kleinere Probleme
  - Beispiel: Min-Cut
- Bottom-Up Verfahren
  - Beginnen mit einzelnen Zellen
  - Zusammenfügen von Teillösungen
  - Beispiel: Clustering

# Min-Cut Platzierung 1

- **Idee**
  - Teile Schaltung in zwei Hälften auf
  - Minimiere die Anzahl der Netze dazwischen
    - MinCut: Minimiere Gewicht *durchschnittener* Netze
  - Teile auch Layoutfläche nach jedem Schnitt
  - Ordne Schaltungshälften Layouthälften zu
    - Horizontal und Vertikal, i.d.R. abwechselnd
  - Wiederhole bis Abbruch
    - z.B. Nur noch eine Zelle in Partition

# Min-Cut Plazierung 2



# Min-Cut Plazierung 3

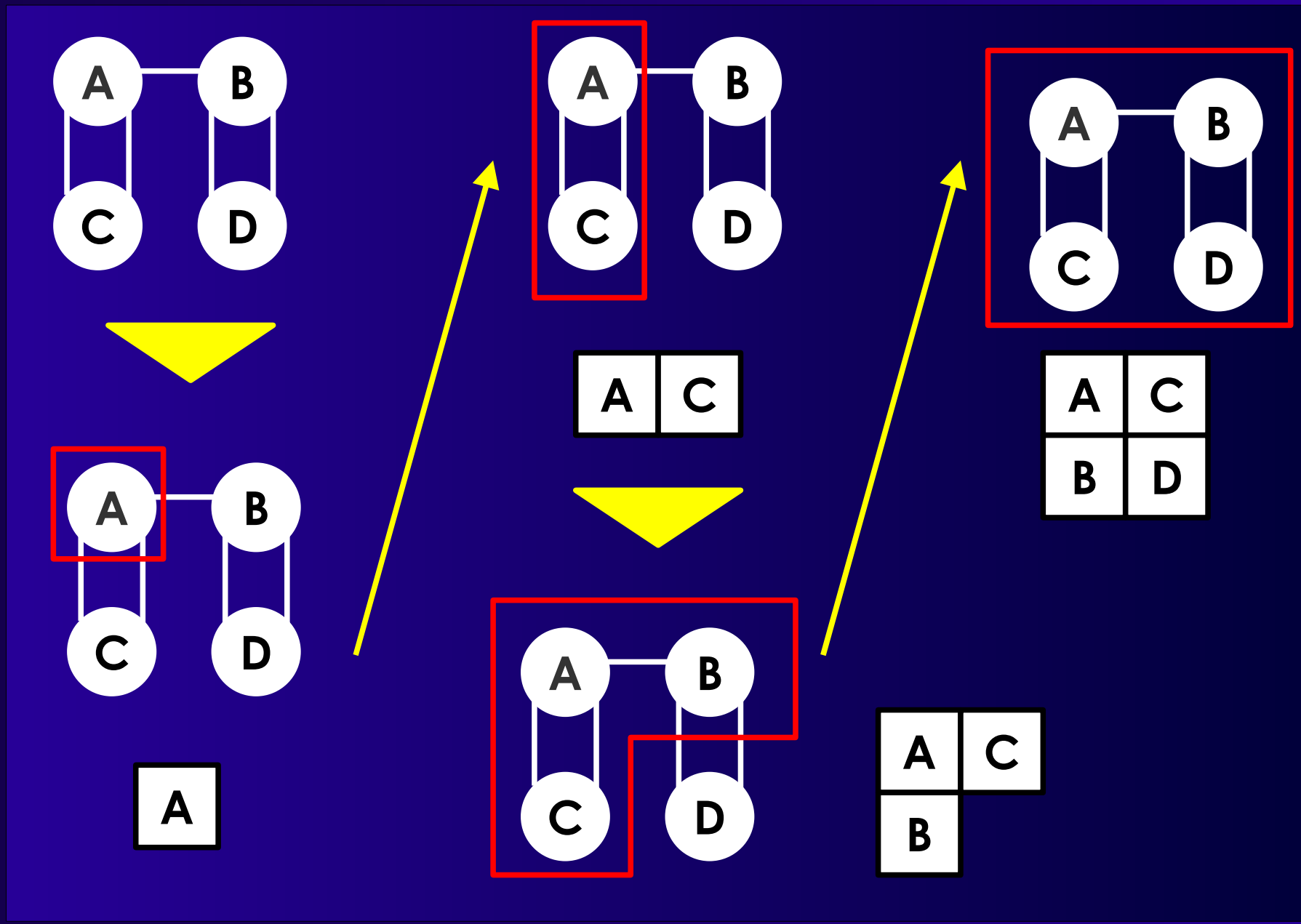
- **Aufteilen des Graphen**
  - Standardalgorithmen
- **Zuweisung der Partitionen an Layout**
  - Einschließlich Richtung der Aufteilung
  - Verschiedene Heuristiken
  - Beispiele:
    - Berücksichtige bereits zugewiesene Partitionen
    - Berücksichtige Chip-I/O-Pads

# Platzierung mit Clustering 1

- Beginne mit einer Startzelle als Cluster
- Finde angeschlossene Zelle(n)
- Ordne Zelle(n) „nahe“ um Cluster an
- Füge neue Zellen dem Cluster hinzu

- Entscheidungen:
  - Welche Zellen(n) hinzufügen?
  - Auf welche Art nahegelegen anordnen?

# Platzierung mit Clustering 2



# Iterative Verbesserung 1

- „Kleine“ Veränderung bestehender Lösung
  - Ändere die Position von Zelle(n)
  - Falls besseres Ergebnis: Immer übernehmen
  - Schlechter: Unter Umständen übernehmen

  ➔ Abhängig von Suchverfahren!

# Iterative Verbesserung 2

```
iterative_improvement () {
    s := initial_configuration();
    c := s.cost();
    while (!stop()) {
            s' := s.perturb();
            c':= s'.cost();
            if ( c.accept( c' ) )
                s := s';
    }
}
```

- initial_configuration
- cost
- stop
  - z.B. #Iterationen
  - komplexer möglich
- accept
  - Nachbarsuche
  - Simulated Annealing
  - Tabu-Suche

# Iterative Verbesserung 3

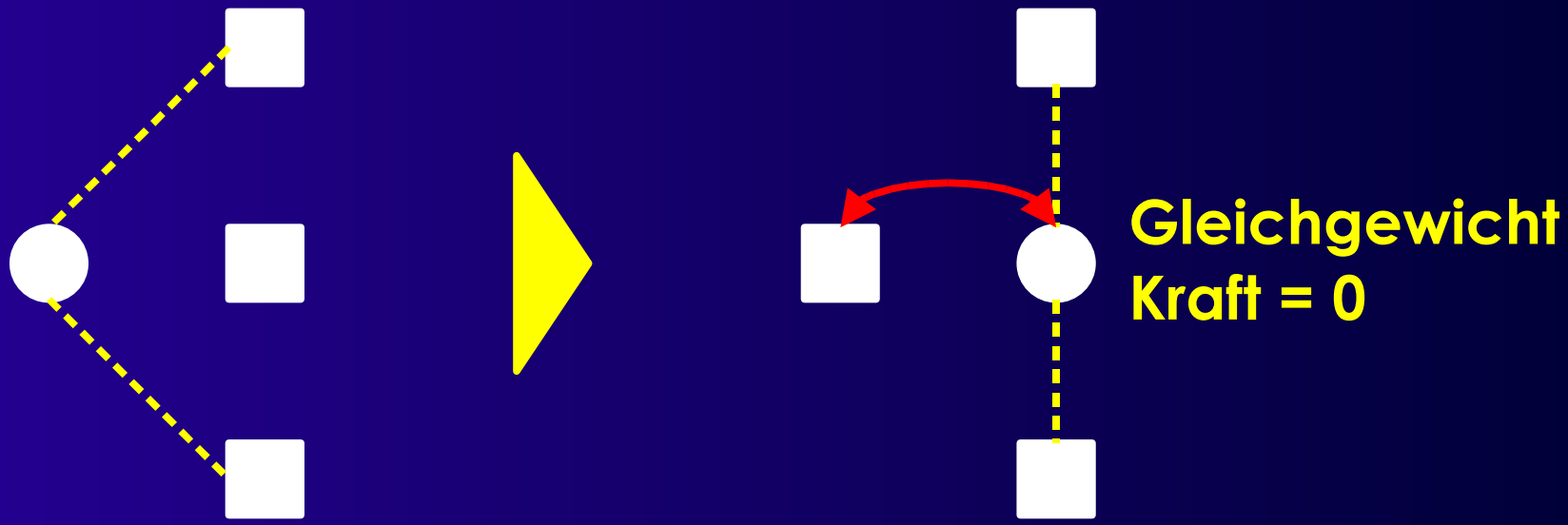
- **perturb**
  - **Bei UPP: einfach, z.B. Positionstausch**
    - **Bei Standardzellen oder Building Block:**
      - **Unterschiedliche Zellgrößen, Überlappung möglich**

# Iterative Verbesserung 4

- Vorgehensweisen
  - Überlappung erlaubt, aber höhere Kosten
    - Bereinige beste gefundene Lösung am Ende
    - Möglicherweise drastische Verschlechterung
  - Beseitige Überlappung direkt nach jedem Zug
    - Bei BB sehr aufwendig, bei SC machbar
    - Aber so genauere Kostenberechnung möglich
  - Erzeuge nur überlappungsfreie Lösungen
    - Züge unter Umständen sehr viel aufwendiger

# Iterative Verbesserung 5

- **Alternativen zu zufälligem Zellaustausch**
  - Kräfte-gesteuerte Auswahl des Partners
  - Bestimme Idealposition der Zelle
    - Reduziere durch Netze ausgeübte Anziehungskraft
  - Tausche dann mit Zelle auf Idealposition



# Iterative Verbesserung 6

- **Berechnung des Schwerpunktes**
  - Verwendet Cliquen-Modell $G(V, E)$
  - $\gamma_{ij}$: Gewicht von $(i,j) \in E$, $\gamma_{ij} = 0$ falls $(i, j) \notin E$
  - Bestimme Schwerpunkt $(x_i^g, y_i^g)$ der Zelle $i$

$$x_i^g = \frac{\sum_j \gamma_{ij} x_j}{\sum_j \gamma_{ij}} \quad \text{Gewichteter Durchschnitt} \quad y_i^g = \frac{\sum_j \gamma_{ij} y_j}{\sum_j \gamma_{ij}}$$

  - Bewege Zelle $i$ dorthin
  - Was tun, wenn dort schon andere Zelle liegt?
    - Bewege andere Zelle auf ihren Schwerpunkt
    - Erzeugt Folge von Zügen, ggf. Tabu-Mechanismus

# Partitionierung 1

- Aufteilen eines Graphen
- Hier motiviert durch Plazierung
  - Min-Cut
- Andere Anwendungen
  - Aufteilen einer Schaltung auf mehrere Chips
  - Verkleinern der Problemgröße
    - Vorbearbeitung vor anderem Algorithmus
- Viele Verfahren
  - Beispiel: Kernighan-Lin

# Kernighan-Lin Partitionierung 1

- **Problem**
  - Gewichteter, ungerichteter Graph $G(V,E)$
  - $|V| = 2n$
  - $\gamma_{ab}$: Gewicht von $(a,b) \in E$, $\gamma_{ab}=0$ bei $(a,b) \notin E$
  - Finde Mengen $A$ und $B$ mit
    - $A \cup B = V$, $A \cap B = \emptyset$, $|A| = |B| = n$
  - Minimiere

$$\sum_{(a,b)\in A\times B} \gamma_{ab}$$

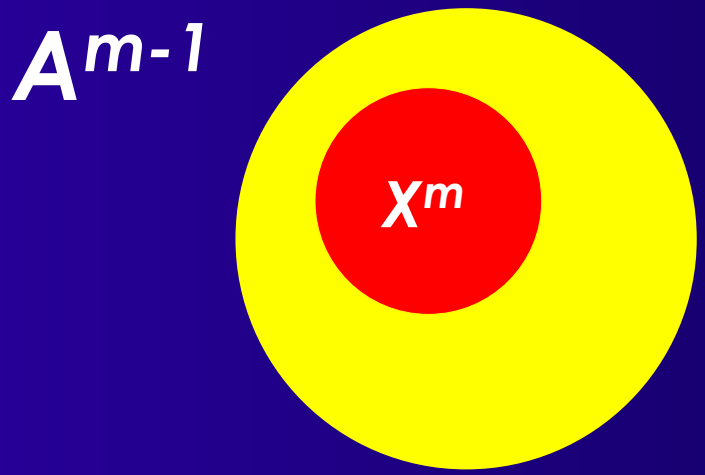
- **Arbeitet auf Cliquen-Modell**

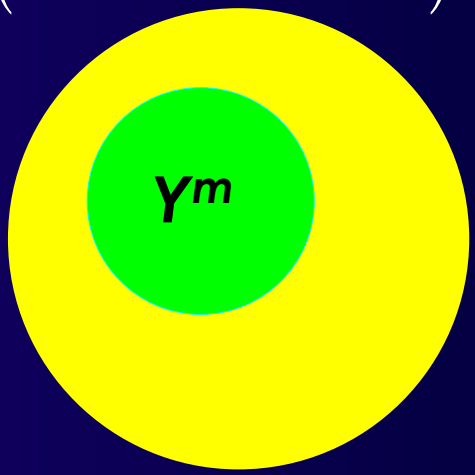
# Kernighan-Lin Partitionierung 2

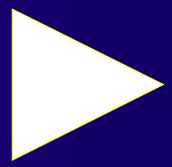
- **Partitionierungsproblem ist NP-vollständig**
- **KL ist eine Heuristik**
  - Im praktischen Einsatz bewährt
- **Vorgehensweise**
  - Anfangslösung bestehend aus $A^0$ und $B^0$
    - I.d.R. nicht optimal
  - Isoliere Untermengen von $A^{m-1}$ und $B^{m-1}$
  - Tausche diese aus um $A^m$ und $B^m$ zu bestimmen
  - Wiederhole, solange Verbesserung erreichbar

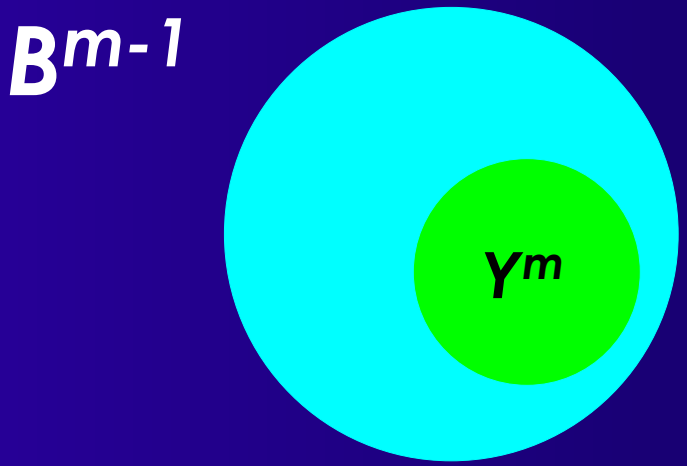
# Kernighan-Lin Partitionierung 3

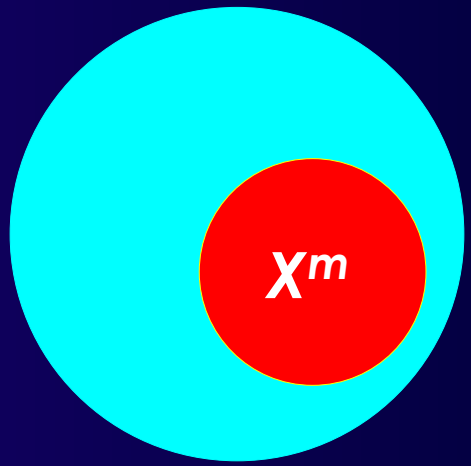
$$A^m = (A^{m-1} \setminus X^m) \cup Y^m$$






$$B^m = (B^{m-1} \setminus Y^m) \cup X^m$$

# Kernighan-Lin Partitionierung 4

- Optimum immer in einem Schritt erzielbar
  - Bei geeignetem $X^m$ und $Y^m$
- Problem: Wie $X^m$ und $Y^m$ bestimmen?
  - Schwer zu finden

➔Suche Lösung in mehreren Schritten

  - Wiederhole, bis keine Verbesserung mehr
- Anzahl Schritte unabhängig von *n*
  - In der Praxis <= 4.

# Kernighan-Lin Partitionierung 5

- Konstruktion von $X^m$ und $Y^m$
- Externe Kosten

$$E_a = \sum_{y \in B^{m-1}} \gamma_{ay} \quad , a \in A^{m-1}$$

- Interne Kosten

$$I_a = \sum_{x \in A^{m-1}} \gamma_{ax} \quad , a \in A^{m-1}$$

- Analog für B

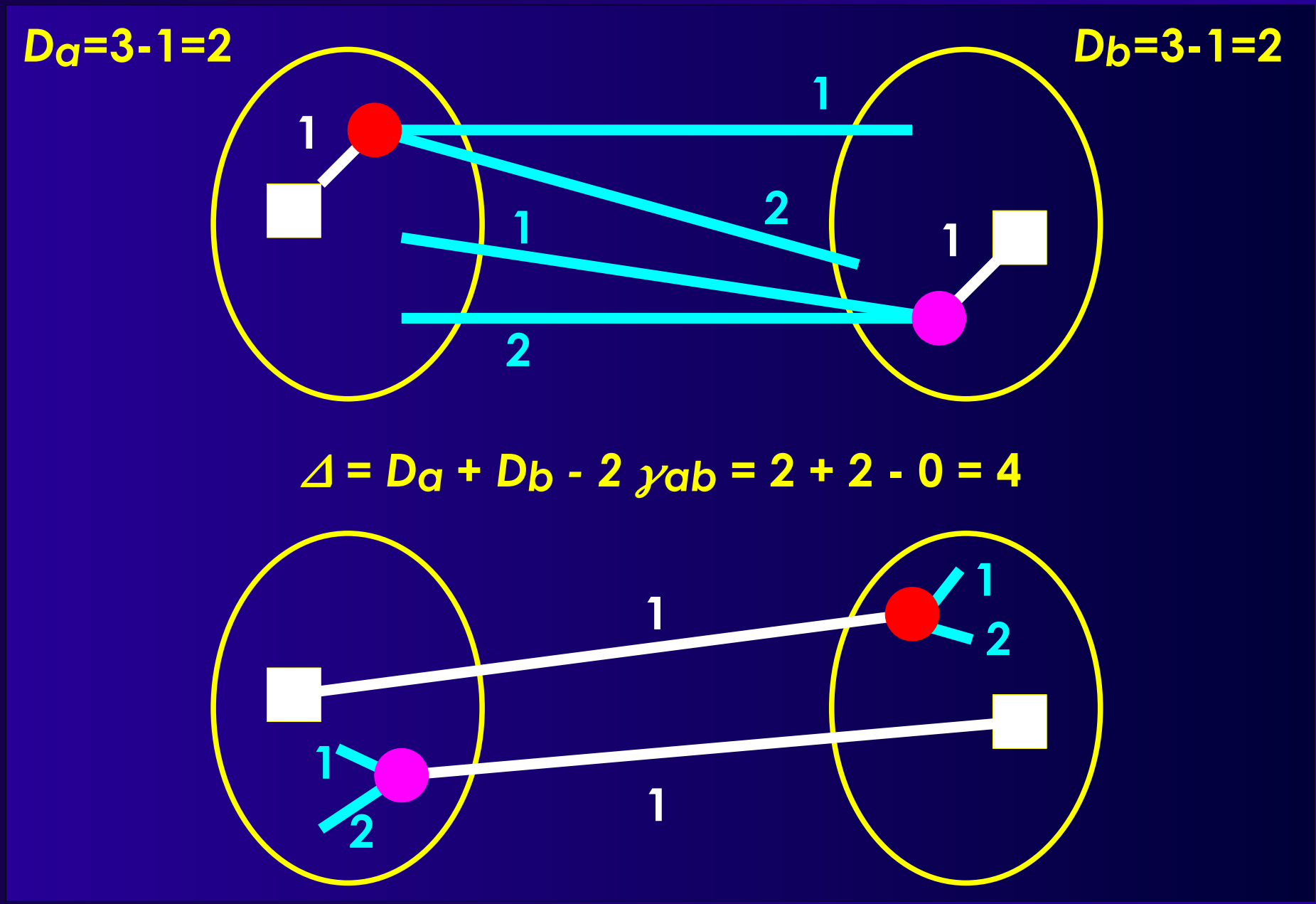
# Kernighan-Lin Partitionierung 6

- $D_a = E_a - I_a$ für $a \in A^{m-1}$ (desirability)
  - >0: Knoten sollte nach *B* getauscht werden
  - <0: Knoten sollte in *A* bleiben
- **Verbesserung $\Delta$ der Schnittkosten**
  - Bei Austausch von $a \in A^{m-1}$ und $b \in B^{m-1}$

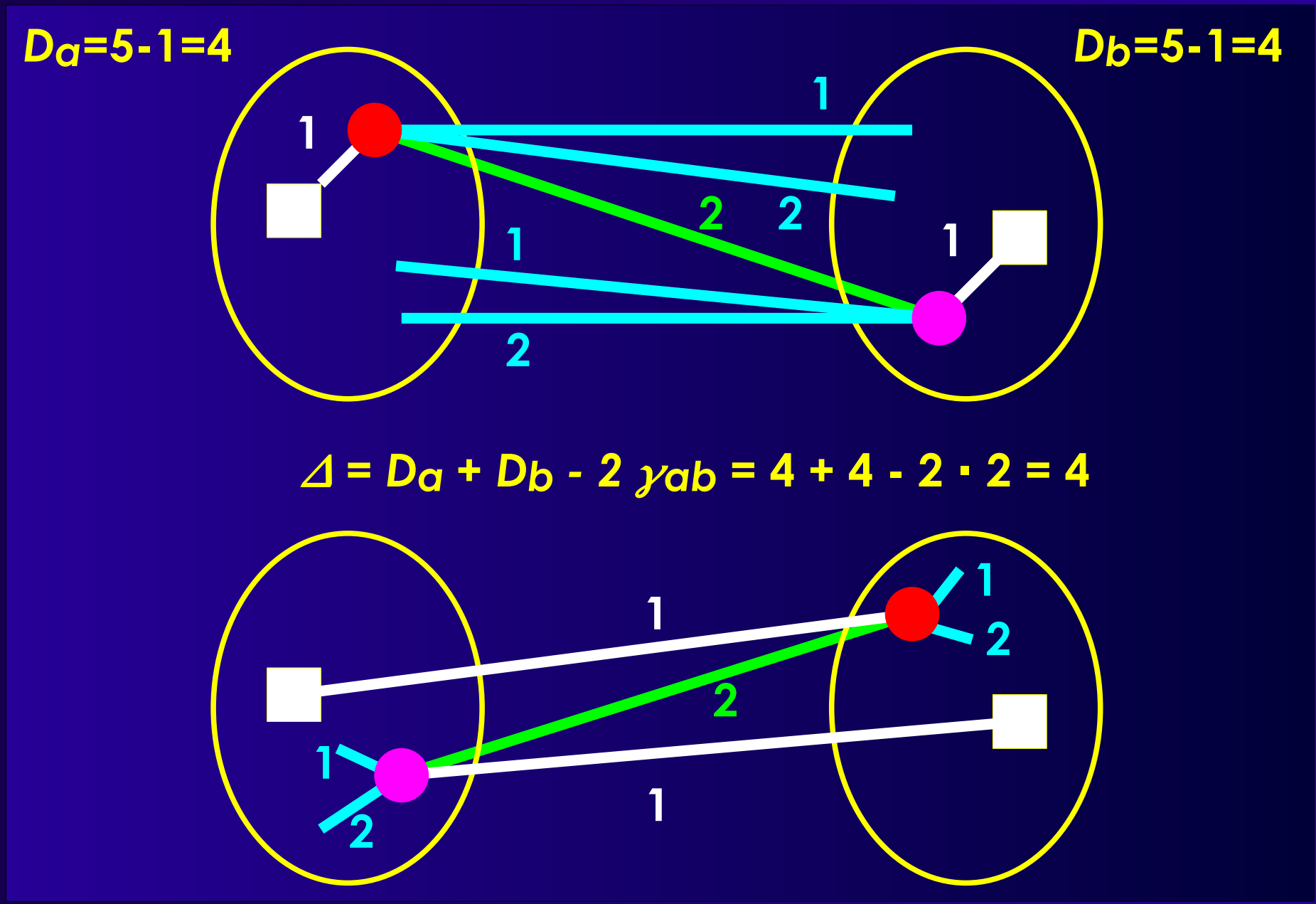
$$\Delta = D_a + D_b - 2\gamma_{ab}$$

  - $\Delta$ kann negativ sein!

# Kernighan-Lin Partitionierung 7



# Kernighan-Lin Partitionierung 8



# Kernighan-Lin Partitionierung 9

initialize($A^0$, $B^0$);
m := 1;
**do** {
  **foreach** $a \in A^{m-1}$
    "berechne $D_a$";
  **foreach** $b \in B^{m-1}$
    "berechne $D_b$"
  **for** (i:=1; i <= n; ++i) {
    "finde freie $a_i \in A^{m-1}$, $b_i \in B^{m-1}$ mit
      $\Delta_i := D_{ai} + D_{bi} - 2\,\gamma_{aibi}$ maximal"
    "sperre $a_i$ und $b_i$"
    **foreach** "freies" $x \in A^{m-1}$
      $D_x := D_x + 2\,\gamma_{xai} - 2\,\gamma_{xbi}$;
    **foreach** "freies" $y \in B^{m-1}$
      $D_y := D_y - 2\,\gamma_{yai} + 2\,\gamma_{ybi}$;
  }
  "finde ein k mit $\sum_{i=1}^{k} \Delta_i$ ist max."
  $G := \sum_{i=1}^{k} \Delta_i$

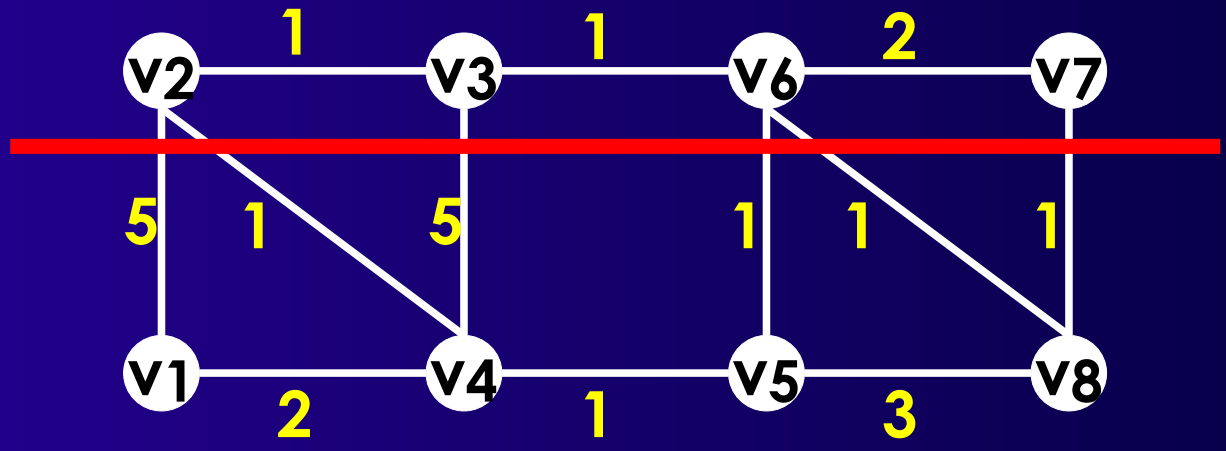
$$D_x = E_x - I_x$$
$$= E_x^{old} + \gamma_{ax} - \gamma_{bx} - (I_x^{old} - \gamma_{ax} + \gamma_{bx})$$
$$= D_x^{old} + 2\gamma_{ax} - 2\gamma_{bx}$$

  **if** (G > 0) {
    $X^m := \{a_1, \ldots a_k\}$;
    $Y^m := \{b_1, \ldots, b_k\}$;
    $A^m := (A^{m-1} \setminus X^m) \cup Y^m$;
    $B^m := (B^{m-1} \setminus Y^m) \cup X^m$;
    "entsperre alle Knoten in $A^m$ and $B^m$"
    m := m + 1;
  }
} **while** (G > 0);

# Kernighan-Lin Partitionierung 10

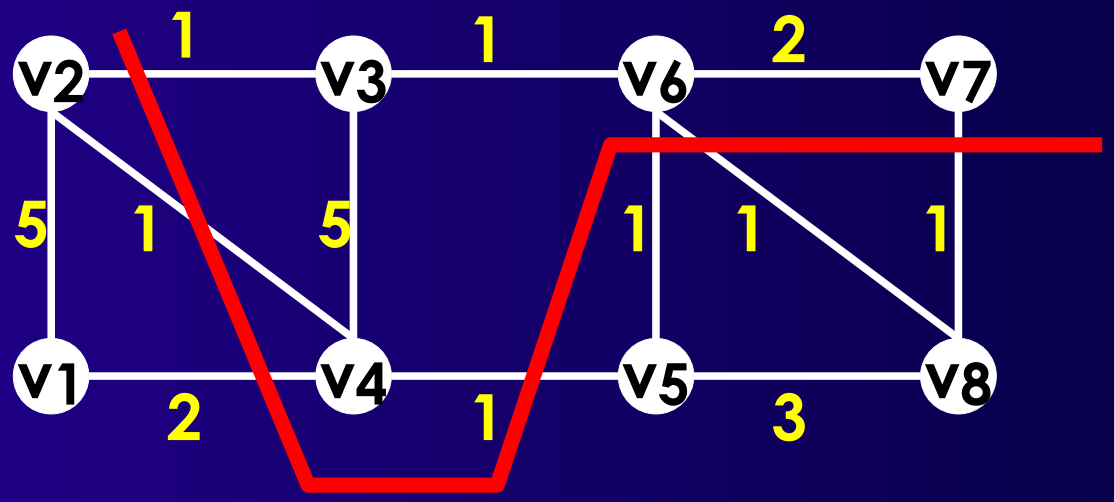
- $\Delta_j$ kann negativ werden
- $\Sigma \Delta_j$ kann zeitweise auch negativ sein
  - Dicht verbundene Teilmengen
    - Keine Verbesserung bei Austausch von Einzelknoten
    - Erst bei Austauch der gesamten Teilmenge

# Kernighan-Lin Partitionierung 11



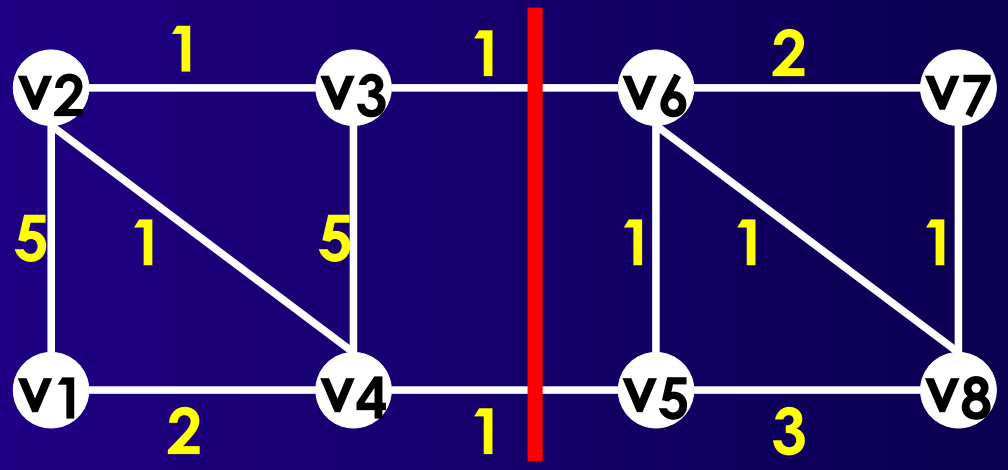

| i | $A^0$ V2 | V3 | V6 | V7 | $B^0$ V1 | V4 | V5 | V8 | $\Delta_i$ | $\Sigma\Delta_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **5** | 3 | -1 | -1 | 3 | **3** | -3 | -1 | 6 | 6 |
| 2 | | -5 | -1 | **-1** | -3 | | **-1** | -1 | -2 | 4 |
| 3 | | -5 | **1** | | -3 | | | **3** | 2 | 6 |
| 4 | | **-3** | | | **-3** | | | | -6 | 0 |

# Kernighan-Lin Partitionierung 12




| i | $A^1$ | | | | $B^1$ | | | | $\Delta_i$ | $\Sigma\Delta_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | v3 | v4 | v6 | v7 | v1 | v2 | v5 | v8 | | |
| 1 | -5 | **-1** | -1 | -1 | -3 | -3 | -1 | **-1** | -2 | -2 |
| 2 | **5** | | -3 | -3 | -7 | -5 | **3** | | 8 | 6 |
| 3 | | | **-3** | -3 | **-7** | -7 | | | -10 | -4 |
| 4 | | | | **1** | | **3** | | | 4 | 0 |

# Kernighan-Lin Partitionierung 13




- Danach keine Verbesserung mehr in G
- Innere Schleife: *n* Iterationen
  - Finden des Paares mit bestem $\Delta$: $O(n^2)$
  - Nach $\Delta$ sortiert: O(n log n)

➔ $O(n^3)$ oder $O(n^2 \log n)$

# Kernighan-Lin Partitionierung 14

- KL: Lokale Suche mit variabler Nachbarschaft
- Schnellere Verfahren
  - Fiduccia-Mattheyses (FM)
    - Wesentlich schneller: O($n$)
    - Aber schlechtere Qualität der Lösungen
  - QuickCut (QC): avg. O($|E| \log n$)
    - Gleiche Qualität wie KL
- Diverse Alternativen
  - Spectral Partitioning, Multi-Level-FM, ...

# Weiteres Vorgehen

- **Diesen Freitag keine Veranstaltung!**
- **Montag**
  - **Für 4SWS'ler: Abgabe 1. Aufgabe, 23:59 MET**
    - Ausnahmsweise noch *ohne* Gruppennummer
    - Bitte in der Mail auch Klarnamen angeben
      - Nicht nur E-Mail-Adressen!
  - **Keine Vorbereitung der Vorlesung**
    - Vorstellung eines realen Platzierungswerkzeugs

# Zusammenfassung

- Übung Timing-Analyse
- Längenmaße für Netze
- Platzierungsverfahren
  - Zieltechnologien
  - Konstruktiv
  - Iterativ
- Partitionierung: Min-Cut
  - Anwendung für Platzierung
  - Kernighan-Lin