Algorithmen im Chip-Entwurf 5

Allgemeine Platzierungsverfahren, Partitionierung und Pfad-basierte Timing-Analyse

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

Übersicht

- Allgemeine Platzierungsverfahren
  - Ein konkretes Verfahren schon kennengelernt: VPR
  - Nun Überblick über Alternativen
- Kernighan-Lin
  - Partitionierung via MinCut
- Timing-Analyse
  - Mehrere kritische Pfade
- Zusammenfassung

Platzierungsverfahren 1

- **Konstruktiv**
  - Zellkoordinaten sind nach einmaligem Plazierungsschritt fest
- **Iterativ**
  - Zellkoordinaten können beliebig oft geändert werden
- **Kombination**
  - Konstruktive Startlösung
  - Dann iterative Verbesserung

Mögliche Optimierungsziele 1

- Minimale Verdrahtungsfläche
- Minimale Verdrahtungslänge
- Schnellste Schaltung
  - Timing-driven
- Anzahl von Leitungen durch Schnittlinie
- Verdrahtbare Schaltung
- Geringes Übersprechen
  - Zwischen Leitungen

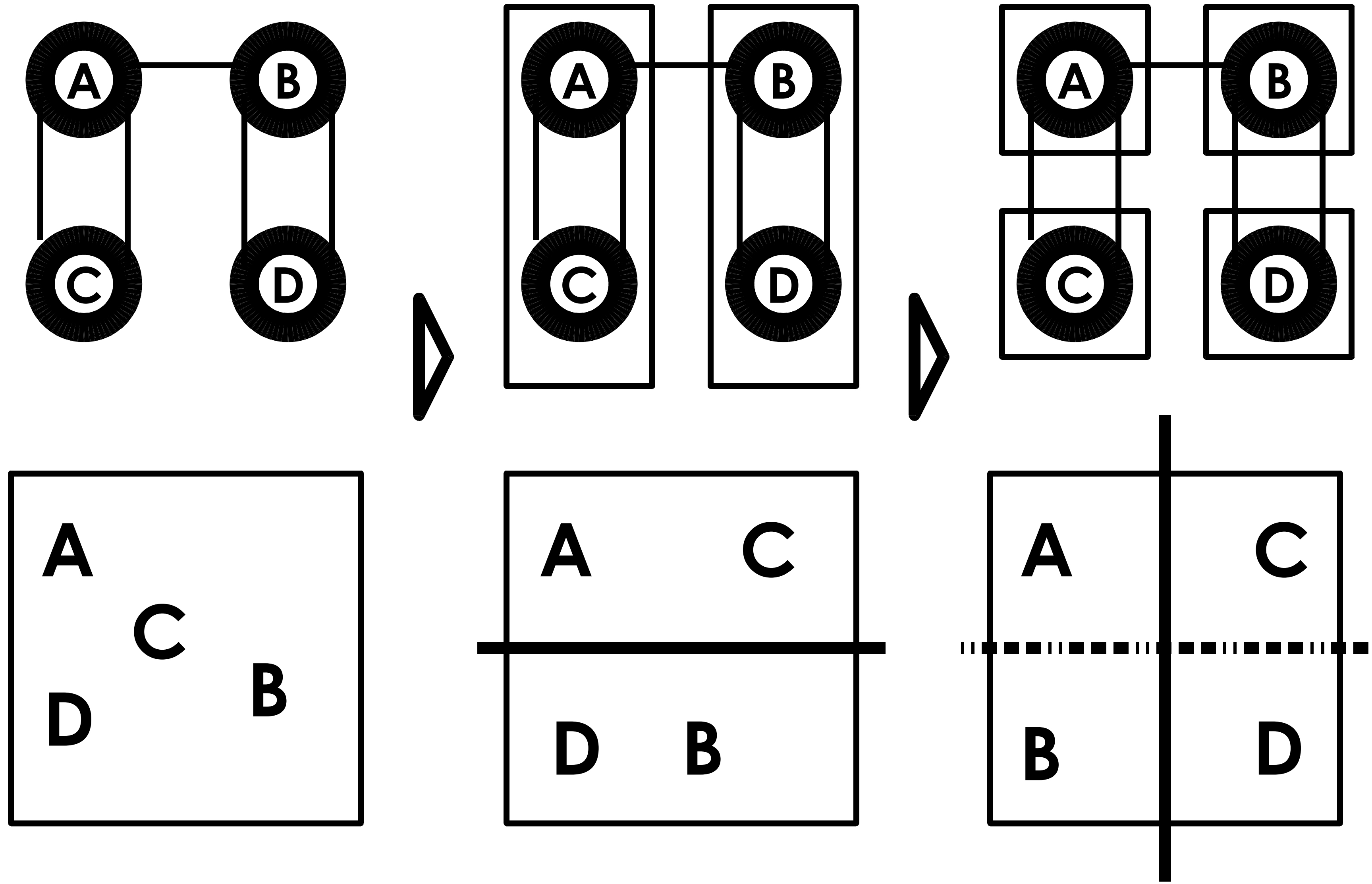
Konstruktive Platzierung 1

- Viele Methoden
- Top-Down Verfahren
  - Starten mit kompletter Schaltung
  - Aufteilen in immer kleinere Probleme
  - Beispiel: Min-Cut
- Bottom-Up Verfahren
  - Beginnen mit einzelnen Zellen
  - Zusammenfügen von Teillösungen
  - Beispiel: Clustering

Min-Cut Platzierung 1

- Idee
  - Teile Schaltung in zwei Hälften auf
- Minimiere die Anzahl der Netze dazwischen
  - *MinCut: Minimiere Gewicht durchschnittener* Netze
- Teile auch Layoutfläche nach jedem Schnitt
- Ordne Schaltungshälften Layouthälften zu
  - Horizontal und Vertikal, i.d.R. abwechselnd
- Wiederhole bis Abbruch
  - z.B. Nur noch eine Zelle in Partition

Min-Cut Plazierung 2



Min-Cut Plazierung 3

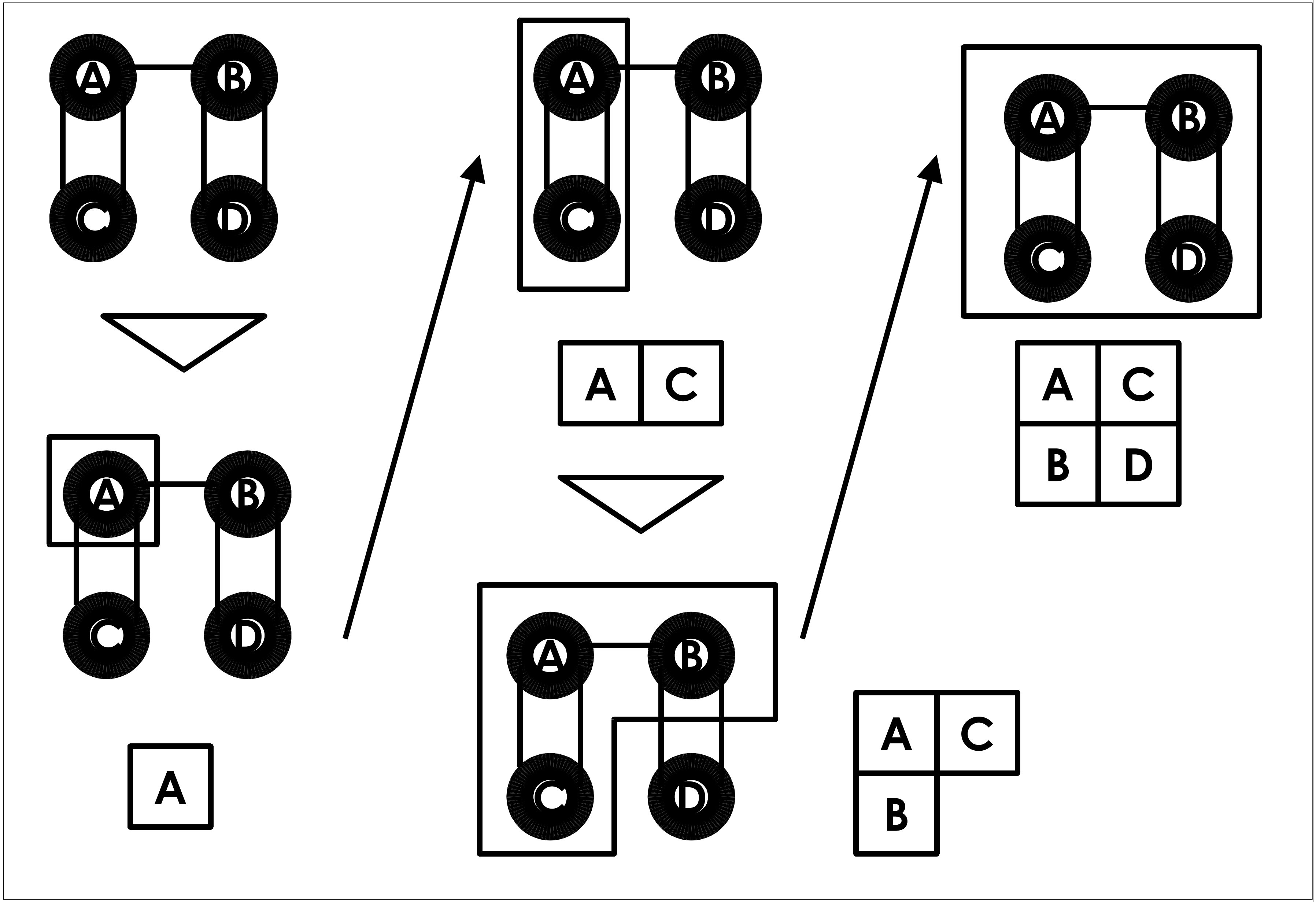
- Aufteilen des Graphen
  - Standardalgorithmen
- Zuweisung der Partitionen an Layout
  - Einschließlich Richtung der Aufteilung
  - Verschiedene Heuristiken
  - Beispiele:
    - Berücksichtige bereits zugewiesene Partitionen
    - Berücksichtige Chip-I/O-Pads

Platzierung mit Clustering 1

- Beginne mit einer Startzelle als Cluster
- Finde angeschlossene Zelle(n)
- Ordne Zelle(n) „nahe“ um Cluster an
- Füge neue Zellen dem Cluster hinzu

- Entscheidungen:
  - Welche Zellen(n) hinzufügen?
  - Auf welche Art nahegelegen anordnen?

Platzierung mit Clustering 2



Iterative Verbesserung 1

- „Kleine“ Veränderung bestehender Lösung
  - Ändere die Position von Zelle(n)
  - Falls besseres Ergebnis: Immer übernehmen
  - Schlechter: Unter Umständen übernehmen

  → Abhängig von Suchverfahren!

Iterative Verbesserung 2

```
iterative_improvement () {
  s := initial_configuration();
  c := s.cost();
  while (!stop()) {
        s' := s.perturb();
        c':= s'.cost();
        if ( c.accept( c' ) )
            s := s';
  }
}
```

- **initial_configuration**
- **cost**
- **stop**
  - **z.B. #Iterationen**
  - **komplexer möglich**
- **accept**
  - **Nachbarsuche**
  - **Simulated Annealing**
  - **Tabu-Suche**

Iterative Verbesserung 3

- perturb
- Bei UPP: einfach, z.B. Positionstausch
- Bei Standardzellen oder Building Block:
  - Unterschiedliche Zellgrößen, Überlappung möglich

Iterative Verbesserung 4

- Vorgehensweisen

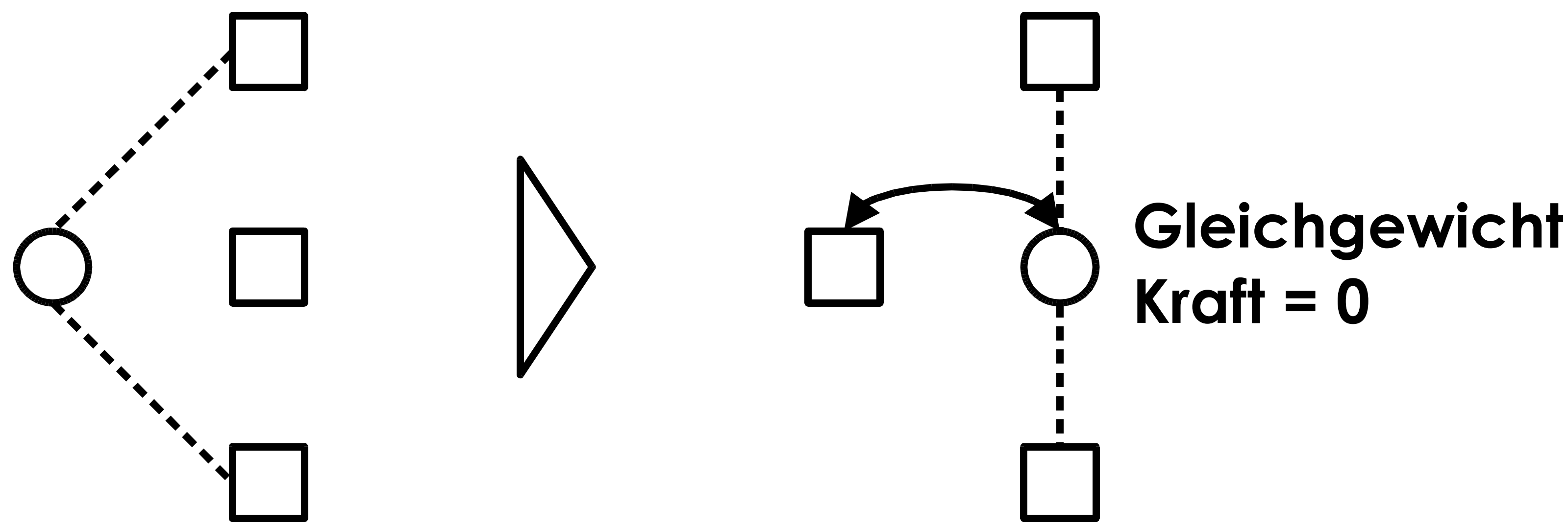
- Überlappung erlaubt, aber höhere Kosten
  - Bereinige beste gefundene Lösung am Ende
    - Möglicherweise drastische Verschlechterung

  - Beseitige Überlappung direkt nach jedem Zug
    - Bei BB sehr aufwendig, bei SC machbar
    - Aber so genauere Kostenberechnung möglich

- Erzeuge nur überlappungsfreie Lösungen
  - Züge unter Umständen sehr viel aufwendiger

Iterative Verbesserung 5

- Alternativen zu zufäligem Zellaustausch
  - Kräfte-gesteuerte Auswahl des Partners
  - Bestimme Idealposition der Zelle
    - Reduziere durch Netze ausgeübte Anziehungskraft
  - Tausche dann mit Zelle auf Idealposition



Iterative Verbesserung 6

- **Berechnung des Schwerpunktes**
  - **Verwendet Cliquen-Modell *G(V, E)***
  - **γ_{ij}: Gewicht von *(i,j)* $\in$ *E*, γ_{ij} = 0 falls *(i, j)* $\notin$ *E***
  - **Bestimme Schwerpunkt (x_i^g, y_i^g) der Zelle *i***

$$x_i^g = \frac{\sum_j \gamma_{ij} x_j}{\sum_j \gamma_{ij}} \quad \text{Gewichteter Durchschnitt} \quad y_i^g = \frac{\sum_j \gamma_{ij} y_j}{\sum_j \gamma_{ij}}$$

  - **Bewege Zelle *i* dorthin**
  - **Was tun, wenn dort schon andere Zelle liegt?**
    - **Bewege andere Zelle auf <u>ihren</u> Schwerpunkt**
    - **Erzeugt Folge von Zügen, ggf. Tabu-Mechanismus**

Partitionierung

- Aufteilen eines Graphen
- Hier motiviert durch Plazierung
  - Min-Cut
- Andere Anwendungen
  - Aufteilen einer Schaltung auf mehrere Chips
  - Verkleinern der Problemgröße
    - Vorbearbeitung vor anderem Algorithmus
- Viele Verfahren
  - Beispiel: Kernighan-Lin

Kernighan-Lin Partitionierung 1

- **Problem**
  - **Gewichteter, ungerichteter Graph $G(V,E)$**
  - **$|V| = 2n$**
  - **γ_{ab}: Gewicht von $(a,b) \in E$, $\gamma_{ab}=0$ bei $(a,b) \notin E$**
  - **Finde Mengen A und B mit**
    - $A \cup B = V$, $A \cap B = \emptyset$, $|A| = |B| = n$
  - **Minimiere**

$$\sum_{(a,b) \in A \times B} \gamma_{ab}$$

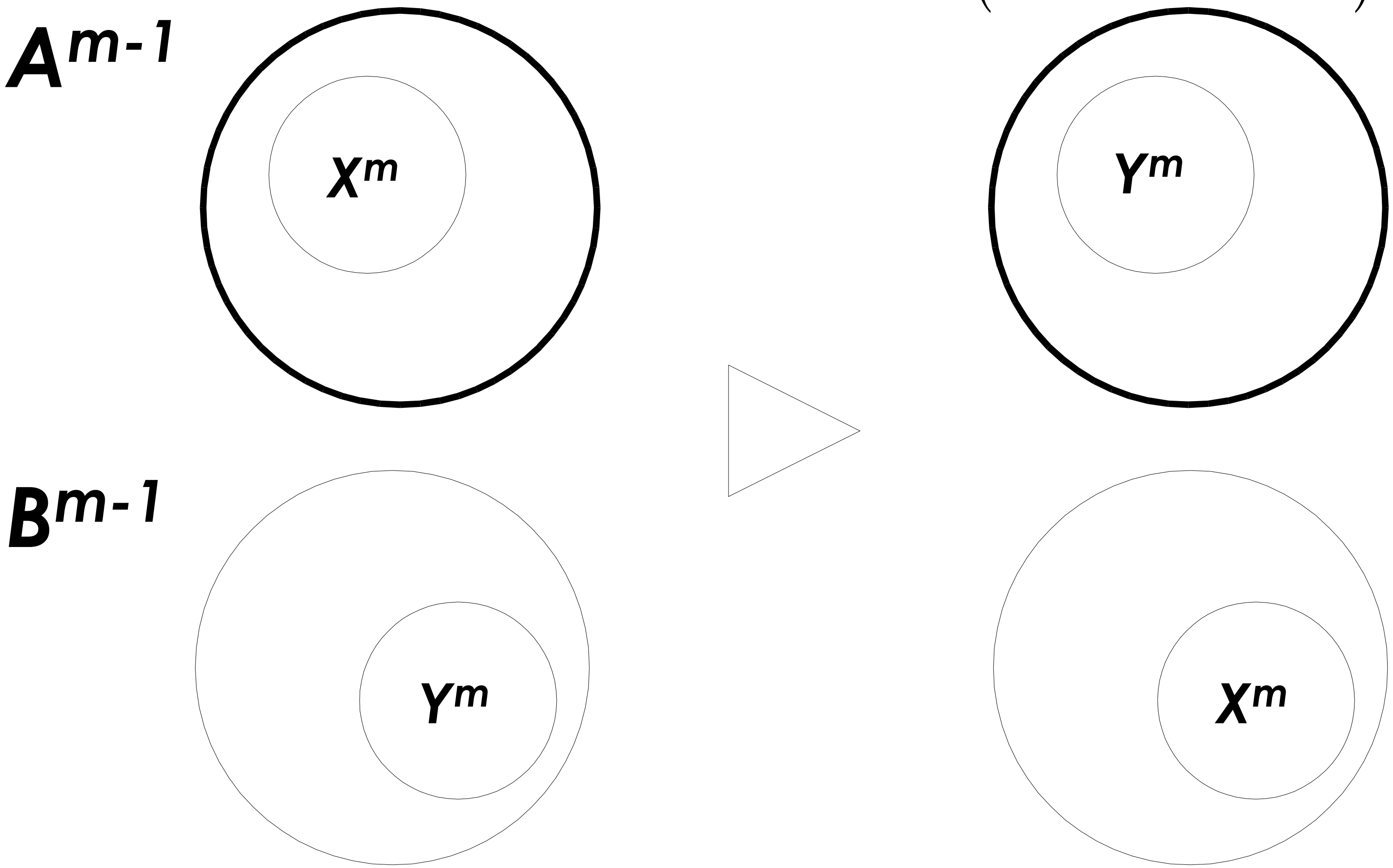
- **Arbeitet auf Cliquen-Modell**

Kernighan-Lin Partitionierung 2

- Partitionierungsproblem ist NP-vollständig
- KL ist eine Heuristik
  - Im praktischen Einsatz bewährt
- Vorgehensweise
  - Anfangslösung bestehend aus A^0 und B^0
    - I.d.R. nicht optimal
  - Isoliere Untermengen von A^{m-1} und B^{m-1}
  - Tausche diese aus um A^m und B^m zu bestimmen
  - Wiederhole, solange Verbesserung erreichbar

Kernighan-Lin Partitionierung 3

$$A^m = (A^{m-1} \setminus X^m) \cup Y^m$$



$$B^m = (B^{m-1} \setminus Y^m) \cup X^m$$

Kernighan-Lin Partitionierung 4

- Optimum immer in einem Schritt erzielbar
  - Bei geeignetem X^m und Y^m
- Problem: Wie X^m und Y^m bestimmen?
  - Schwer zu finden

→ Suche Lösung in mehreren Schritten
  - Wiederhole, bis keine Verbesserung mehr

- Anzahl Schritte unabhängig von n
  - In der Praxis <= 4.

Kernighan-Lin Partitionierung 5

- **Konstruktion von X^m und Y^m**
- **Externe Kosten**

$$E_a = \sum_{y \in B^{m-1}} \gamma_{ay} \quad , a \in A^{m-1}$$

- **Interne Kosten**

$$I_a = \sum_{x \in A^{m-1}} \gamma_{ax} \quad , a \in A^{m-1}$$

- **Analog für B**

Kernighan-Lin Partitionierung 6

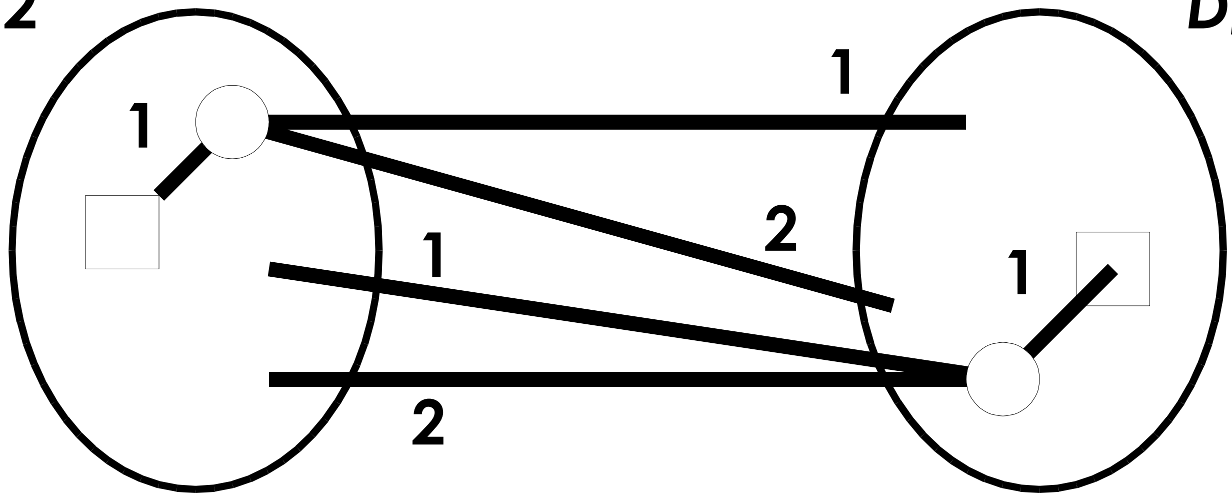
- $D_a = E_a - I_a$ für $a \in A^{m-1}$ (desirability)
  - >0: Knoten sollte nach *B* getauscht werden
  - <0: Knoten sollte in *A* bleiben
- Verbesserung Δ der Schnittkosten
  - Bei Austausch von $a \in A^{m-1}$ und $b \in B^{m-1}$

$$\Delta = D_a + D_b - 2\gamma_{ab}$$

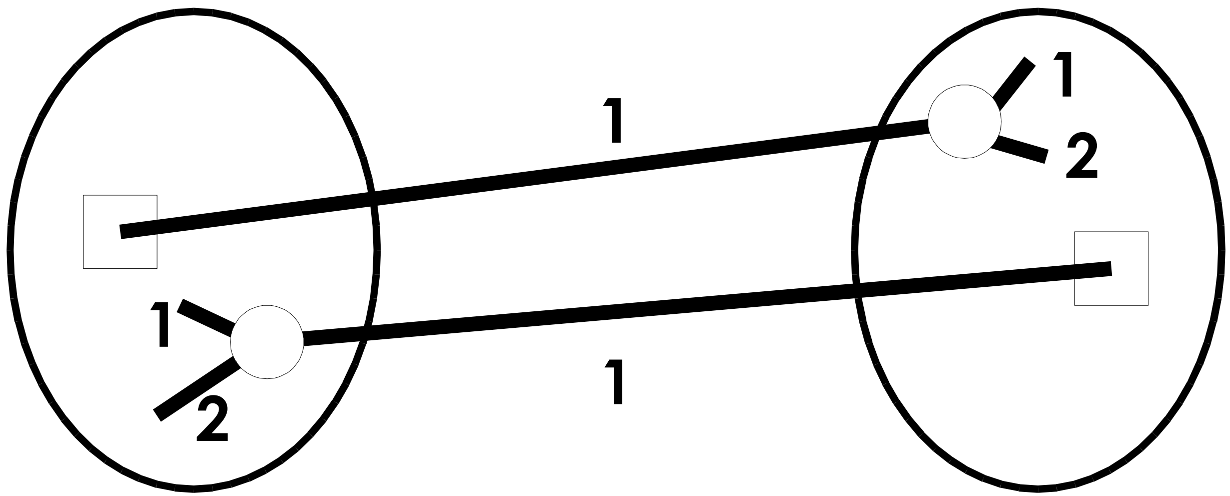
  - Δ kann negativ sein!

Kernighan-Lin Partitionierung 7

D_a=3-1=2 D_b=3-1=2

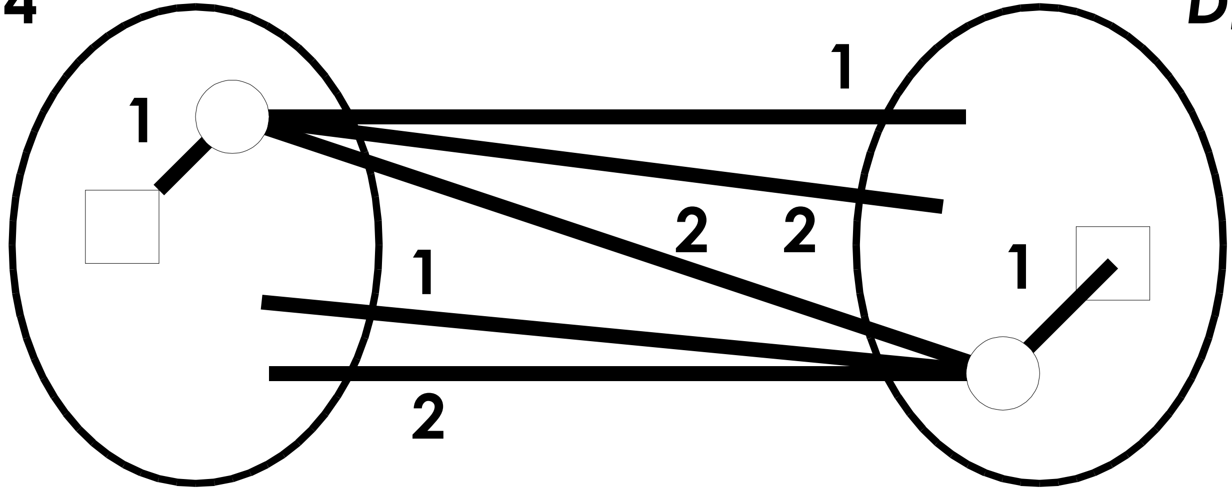


$$\Delta = D_a + D_b - 2\,\gamma_{ab} = 2 + 2 - 0 = 4$$

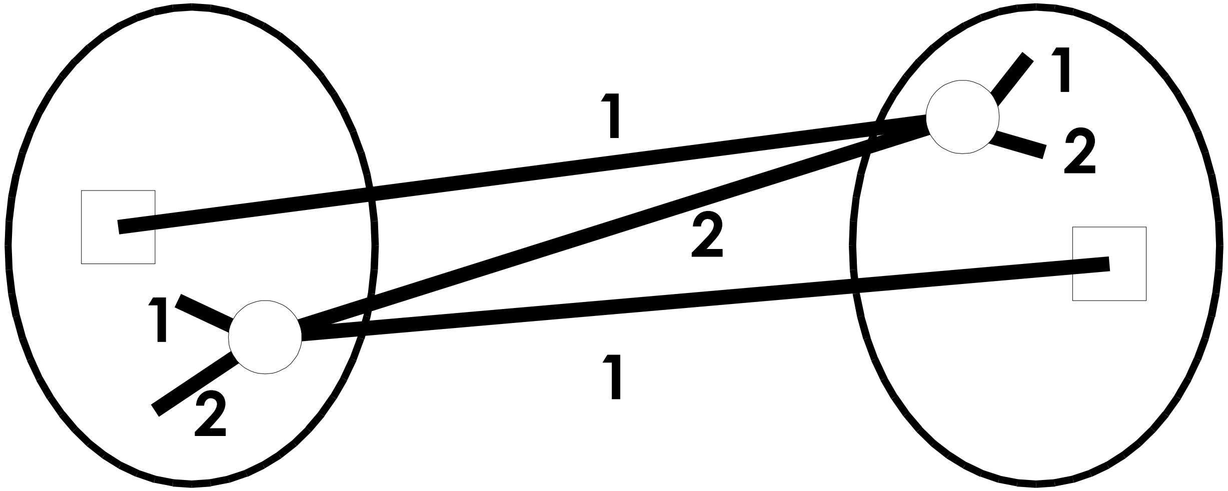


Kernighan-Lin Partitionierung 8

$D_a=5-1=4$ $D_b=5-1=4$



$$\Delta = D_a + D_b - 2\,\gamma_{ab} = 4 + 4 - 2 \cdot 2 = 4$$



Kernighan-Lin Partitionierung 9

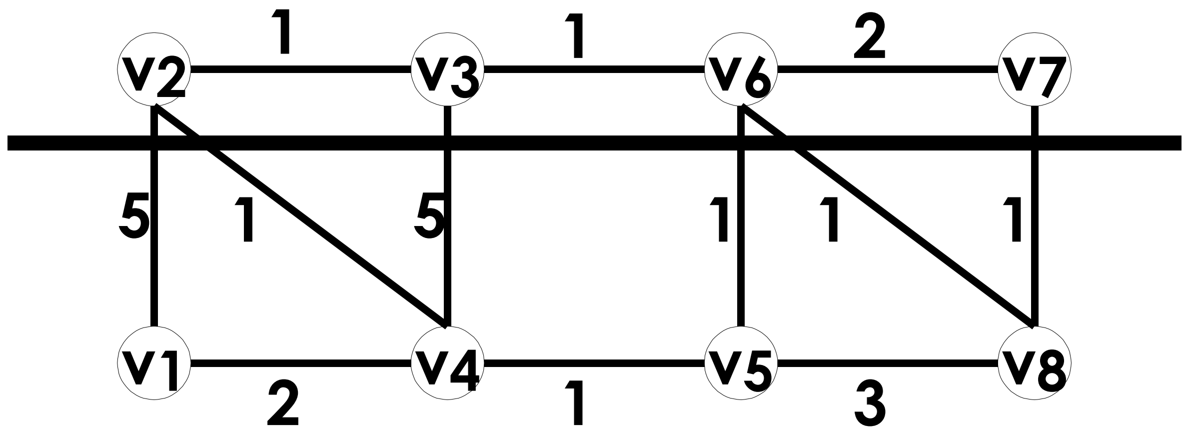
```
initialize(A^0, B^0);
m := 1;
do {
  foreach a ∈ A^(m-1)
    "berechne Da";
  foreach b ∈ B^(m-1)
    "berechne Db"
  for (i:=1; i <= n; ++i) {
    "finde freie ai ∈ A^(m-1), bi ∈ B^(m-1) mit
      Δi := Dai + Dbi - 2 γaibi maximal"
    "sperre ai und bi"
    foreach "freies" x ∈ A^(m-1)
      Dx := Dx + 2 γxai - 2 γxbi;
    foreach "freies" y ∈ B^(m-1)
      Dy := Dy - 2 γyai + 2 γybi;
  }
  "finde ein k mit Σ_{i=1}^{k} Δi ist max."
  G := Σ_{i=1}^{k} Δi
  if (G > 0) {
    X^m := {a1, ... ak};
    Y^m := {b1, ..., bk};
    A^m := (A^(m-1) \ X^m) ∪ Y^m;
    B^m := (B^(m-1) \ Y^m) ∪ X^m;
    "entsperre alle Knoten in A^m and B^m"
    m := m + 1;
  }
} while (G > 0);
```

$$
\begin{aligned}
D_x &= E_x - I_x \\
&= E_x^{old} + \gamma_{ax} - \gamma_{bx} - \left(I_x^{old} - \gamma_{ax} + \gamma_{bx}\right) \\
&= D_x^{old} + 2\gamma_{ax} - 2\gamma_{bx}
\end{aligned}
$$

Kernighan-Lin Partitionierung 10

- Δ_i kann negativ werden
- $\sum \Delta_i$ kann zeitweise auch negativ sein
  - Bei dicht verbundenen Teilmengen
  - Keine Verbesserung bei Austausch von Einzelknoten
  - Erst bei Austauch der gesamten Teilmenge

Kernighan-Lin Partitionierung 11



i	A^0: v2	v3	v6	v7	B^0: v1	v4	v5	v8	Δ_i
1	$\boxed{5}$	3	-1	-1	3	$\boxed{3}$	-3	-1	6
2		-5	-1	$\boxed{-1}$	-3		$\boxed{-1}$	-1	-2
3		-5	$\boxed{1}$		-3			$\boxed{3}$	2
4		$\boxed{-3}$			$\boxed{-3}$				-6

$\sum \Delta_i$

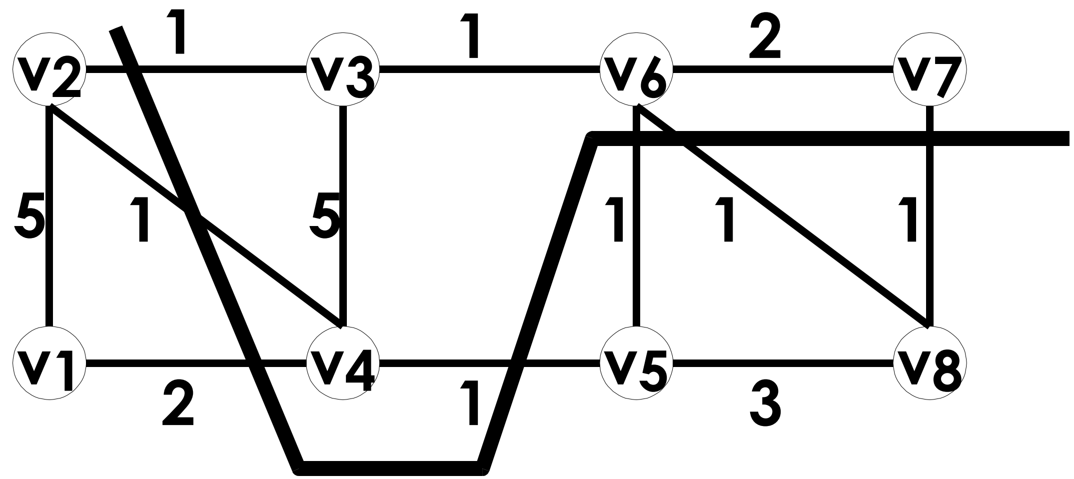
6

4

6

0

Kernighan-Lin Partitionierung 12

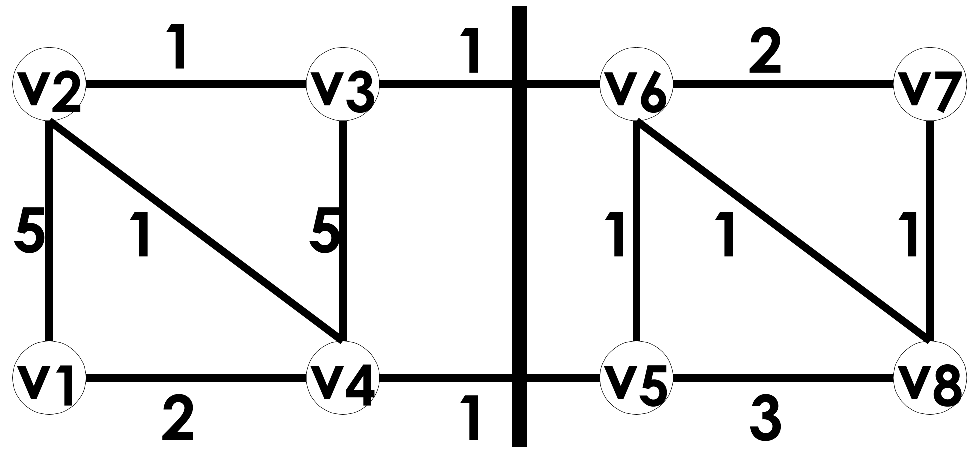


i	A^1 v3	v4	v6	v7	B^1 v1	v2	v5	v8	Δ_i
1	-5	$\boxed{-1}$	-1	-1	-3	-3	-1	$\boxed{-1}$	-2
2	$\boxed{5}$		-3	-3	-7	-5	$\boxed{3}$		8
3			$\boxed{-3}$	-3	$\boxed{-7}$	-7			-10
4				$\boxed{1}$		$\boxed{3}$			4

$\sum \Delta_i$

-2   6   -4   0

Kernighan-Lin Partitionierung 13



- **Danach keine Verbesserung mehr in G**
- **Innere Schleife: *n* Iterationen**
  - **Finden des Paares mit bestem Δ: $O(n^2)$**
  - **Nach Δ sortiert: $O(n \log n)$**

→ $O(n^3)$ oder $O(n^2 \log n)$

Kernighan-Lin Partitionierung 14

- **KL: Lokale Suche mit <u>variabler</u> Nachbarschaft**
- **Schnellere Verfahren**
  - **Fiduccia-Mattheyses (FM)**
    - **Wesentlich schneller: O(n)**
    - **Aber schlechtere Qualität der Lösungen**
  - **QuickCut (QC): avg. O($|E| \log n$)**
    - **Gleiche Qualität wie KL**
- **Diverse Alternativen**
  - **Spectral Partitioning, Multi-Level-FM, ...**

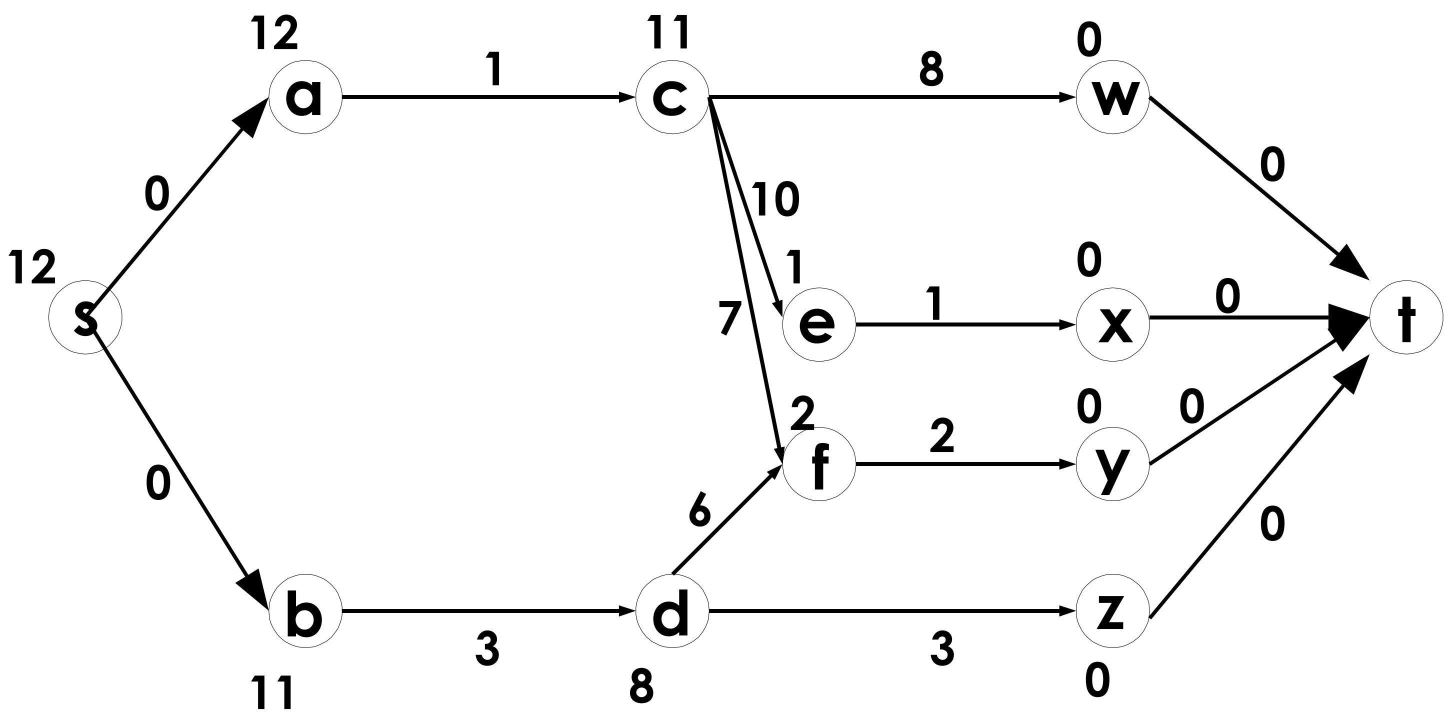
Timing-Analyse

- **Kritischer Pfad**
  - Einfach (slack=0)
  - Nächstkritischerer Pfad?
- **Vorgehensweisen**
  - Alle Pfade berechnen
    - Rechenzeit- und Speicherbedarf
  - *k* längste Pfade „en bloque“ berechnen
    - Wenig flexibel: *k* bei Start der Berechnung fest
  - Pfade inkrementell berechnen
    - Flexibel: Rechen- und Speicheraufwand reduziert
- **Idee**
  - Timing-Graph annotieren
  - Pfade aufzählen (enumerate)

Verfahren nach Ju und Saleh

- Design Automation Conference 1991
  - Paper auf Web-Seite
  - Details in Abschnitt 3
- Graphannotation
  - Längste Verzögerung zur Senke bestimmen
  - Aber auch an jeder Abzweigung merken
    - Wieviel <u>schneller</u> würde die Alternative sein?
- Pfadaufzählung
  - Beginne mit längstem Pfad
  - Wähle minimal schnellere Abzweigung
  - Erzeuge von dort ausgehend längsten Pfad
- Vorteil
  - Erzeugung beliebig vieler/weniger Pfade
    - Exakt an Anforderungen anpassbar

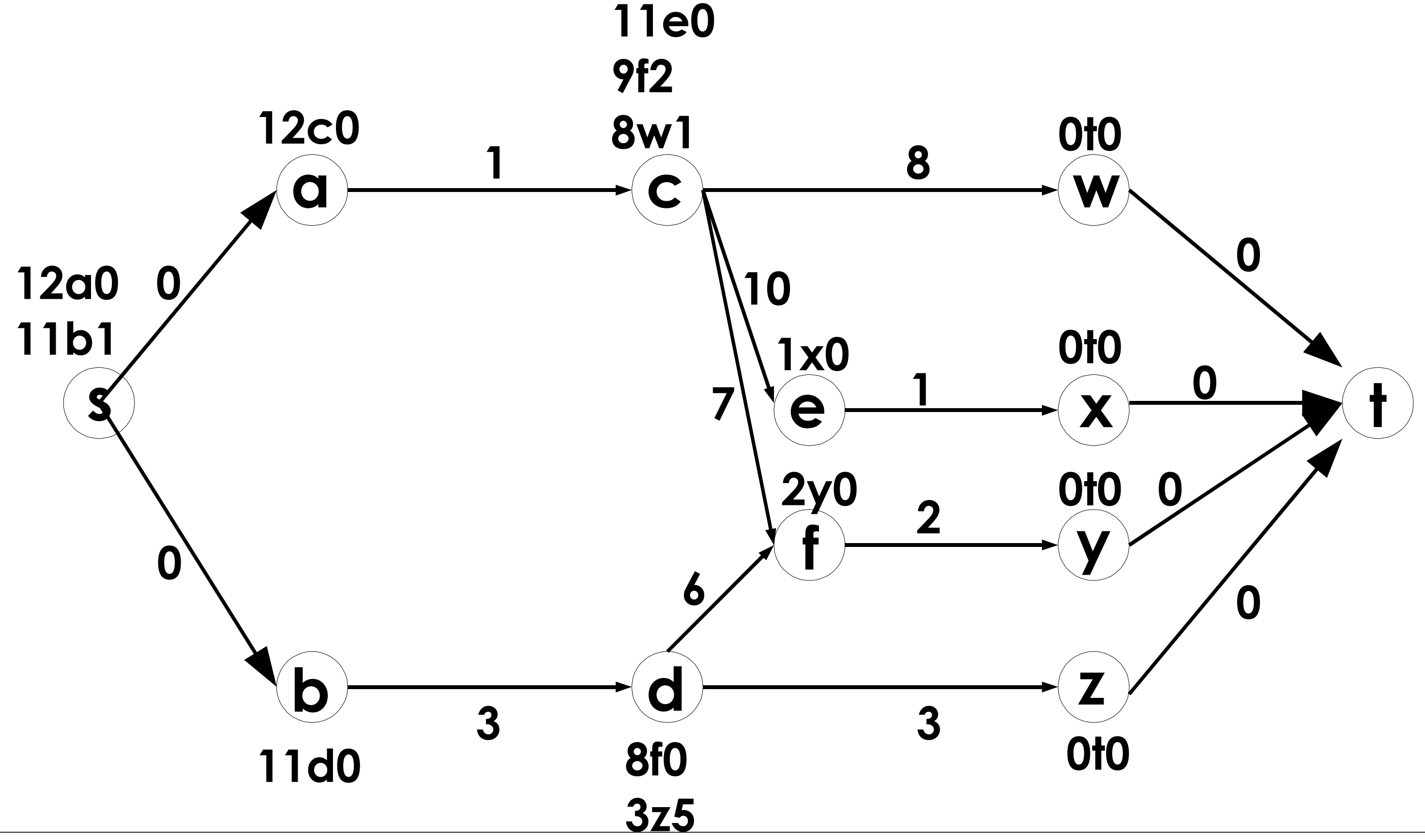
Annotation des Timing-Graphen



$$T_{sink}(u) = \underset{(u,v)\in E}{Max}\,(T_{sink}(v) + w(u,v))$$

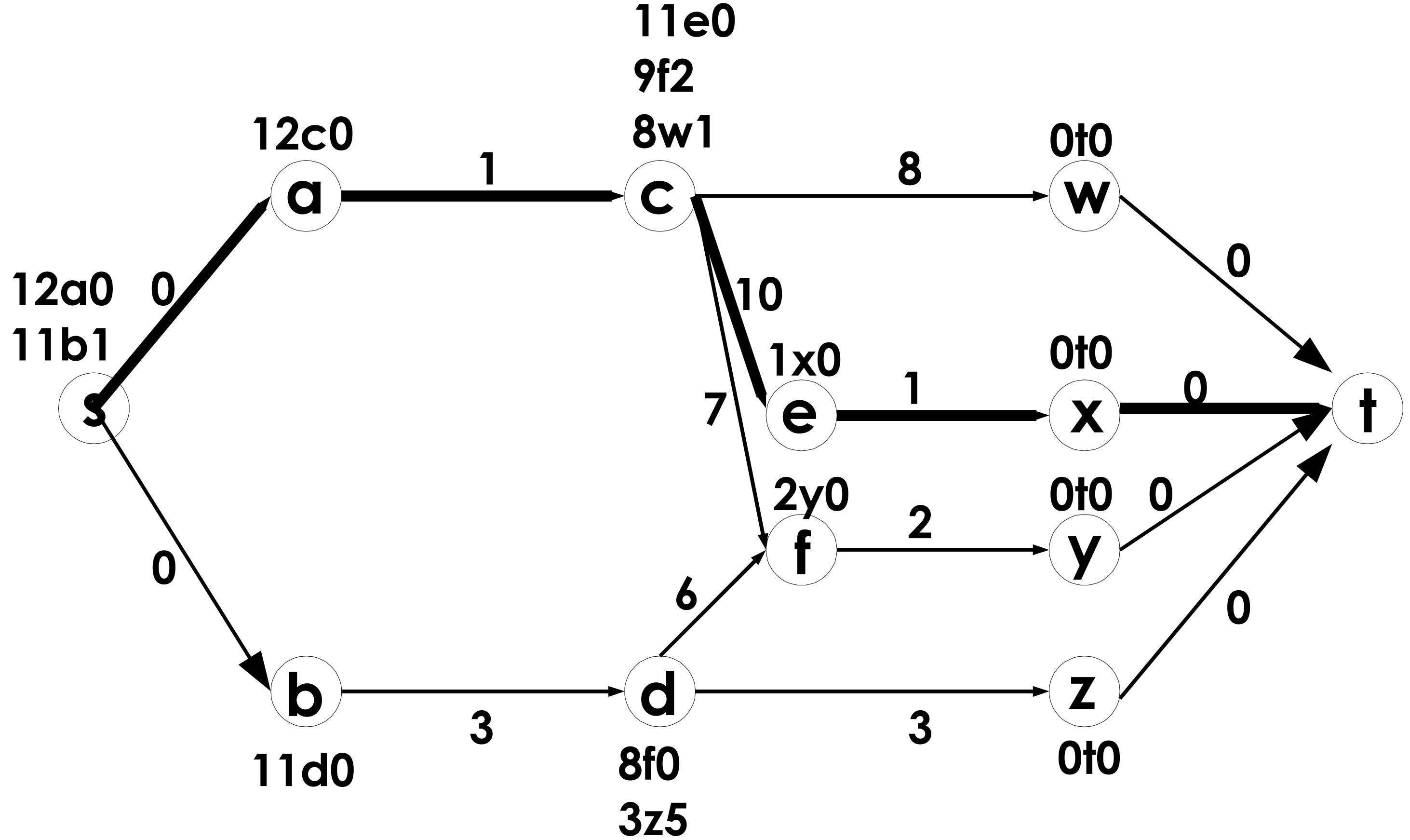
Erweiterung

- Aber zusätzlich je *u*
  - T_{sink} + w((*u*,*v*)) von allen direkten Nachbarn *v* absteigend sortiert merken
  - benachbarte Differenzen berechnen: *branch slacks*



Längster Pfad

- **Beginn bei *s***
- **Dann jeweils Kante mit maximaler T_{sink}**
  - **Bis *t* erreicht**

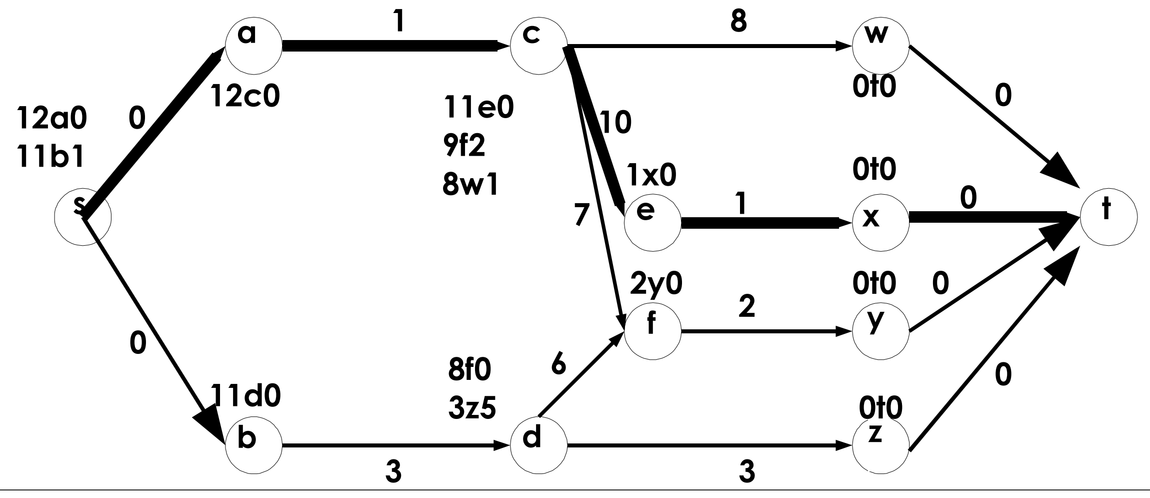


Datenstruktur

```
struct branch {                    ordered<branch, decreasing Tsink> succ(v)
        edge           e;
        unsigned int   slack;
}

struct path {
        list<vertex>                                   vertices;
        unsigned int                                   delay;
        ordered<branch,increasing branch.slack>        branches;
        unsigned int                                   nextdelay;
}
```

p_0=(<sacext>, 12, <(sb,1),(cf,2)>, 11)



Vorgehen 1

- longest_path(list<vertex> head)
  - Verlängert *head* zu längstmöglichem Pfad
    - Wählt dazu jeweils Nachbar mit max. T*sink*
  - Merkt sich Nachbarn mit nächstkleinerer T*sink*
    - Also: Den mit kleinstem branch slack
  - Berechnet aktuelles und nächstkleineres Delay

- branch_path(path p)
  - Zweigt an Stelle *v* mit min. branch slack von *p* ab
  - Markiert Abzweigung in *p* als „genommen“
    - Berechne nächstkleineres Delay von *p* neu
  - Berechnet nun longest_path(p.vertices+<*v*>)

Vorgehen 2

- **Kernalgorithmus**
  - **Annotiere Graph mit T_{sink} und branch slacks**
  - **Berechne längsten Pfad p_0=longest_path(<*s*>)**
  - **Merkt sich p_0 in *P***
  - **Wiederholt, bis genug Pfade oder Delay=0:**
    - **Finde *p* aus *P* mit nächstkleinerem Delay = Max > 0**
    - **Generiere neuen Pfad *p'* = branch_path(*p*)**
      - **Verwende langsamste Abzweigung (min. branch slack)**
    - **Nimm *p'* in *P* auf**
- ***P* enthält danach die gesuchten Pfade**

Beispiel

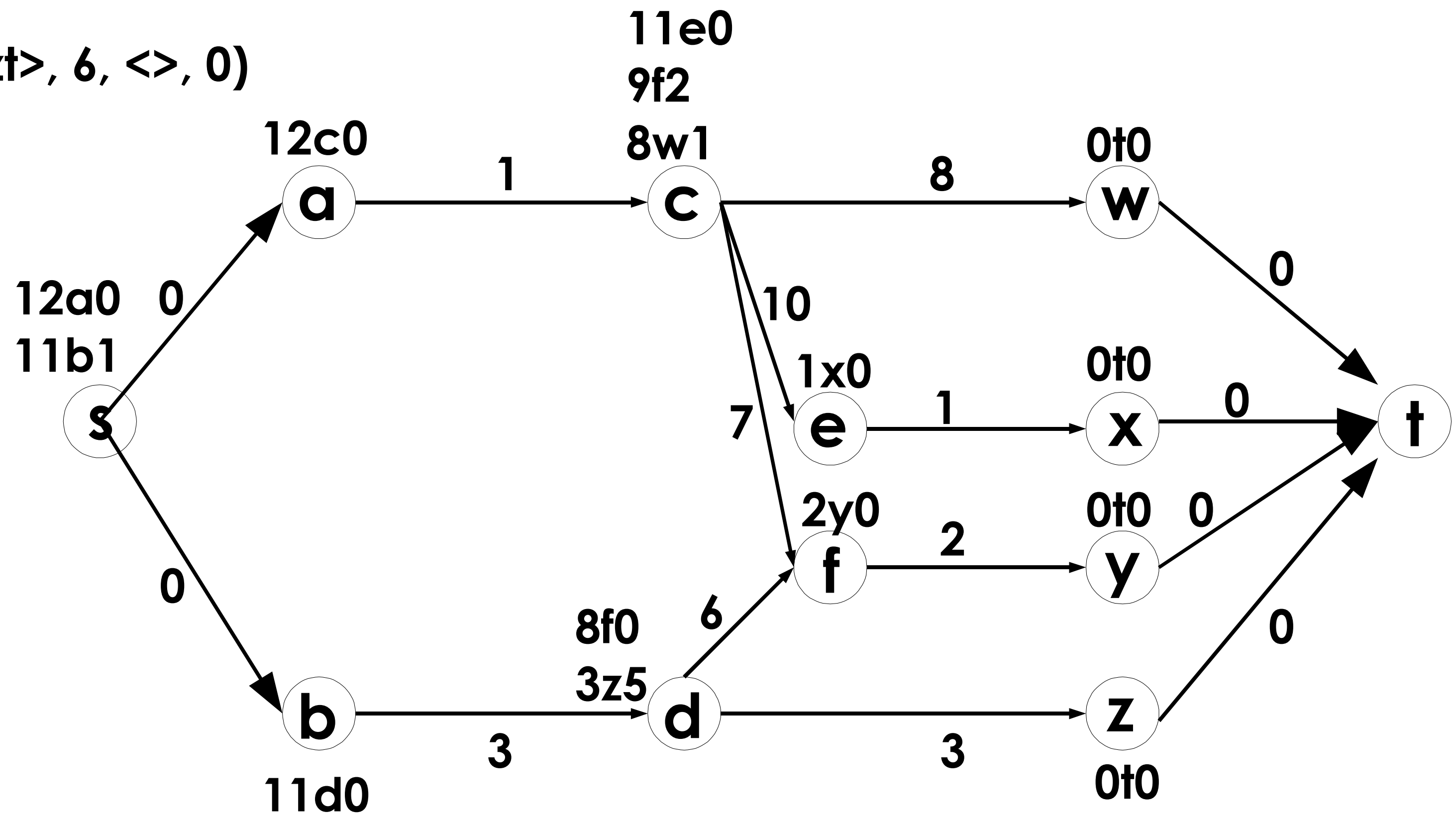
p0 = (<sacext>, 12, <~~(sb,1)~~, ~~(cf,2)~~>, ~~11~~) ~~10~~ 0

p1 = (<|sbdfyt>, 11, <~~(dz, 5)~~>, ~~6~~) 0

p2 = (<sa|cfyt>, 10, <~~(cw,1)~~>, ~~9~~) 0

p3 = (<sa|cwt>, 9, <>, 0)

p4 = (<sb|dzt>, 6, <>, 0)



Weiteres Vorgehen

- **VL Dienstag: 5.2-5.4 Exakte Optim.verfahren**

Zusammenfassung

- Kernighan-Lin MinCut-Partitionierung
- Schnelle pfadorientierte Timing-Analyse

- Papers auf Web-Seite
  - Ju & Saleh 1991: Kritische Pfadaufzählung
    - Nur Abschnitt 3 relevant