

# Algorithmen im Chip-Entwurf 10

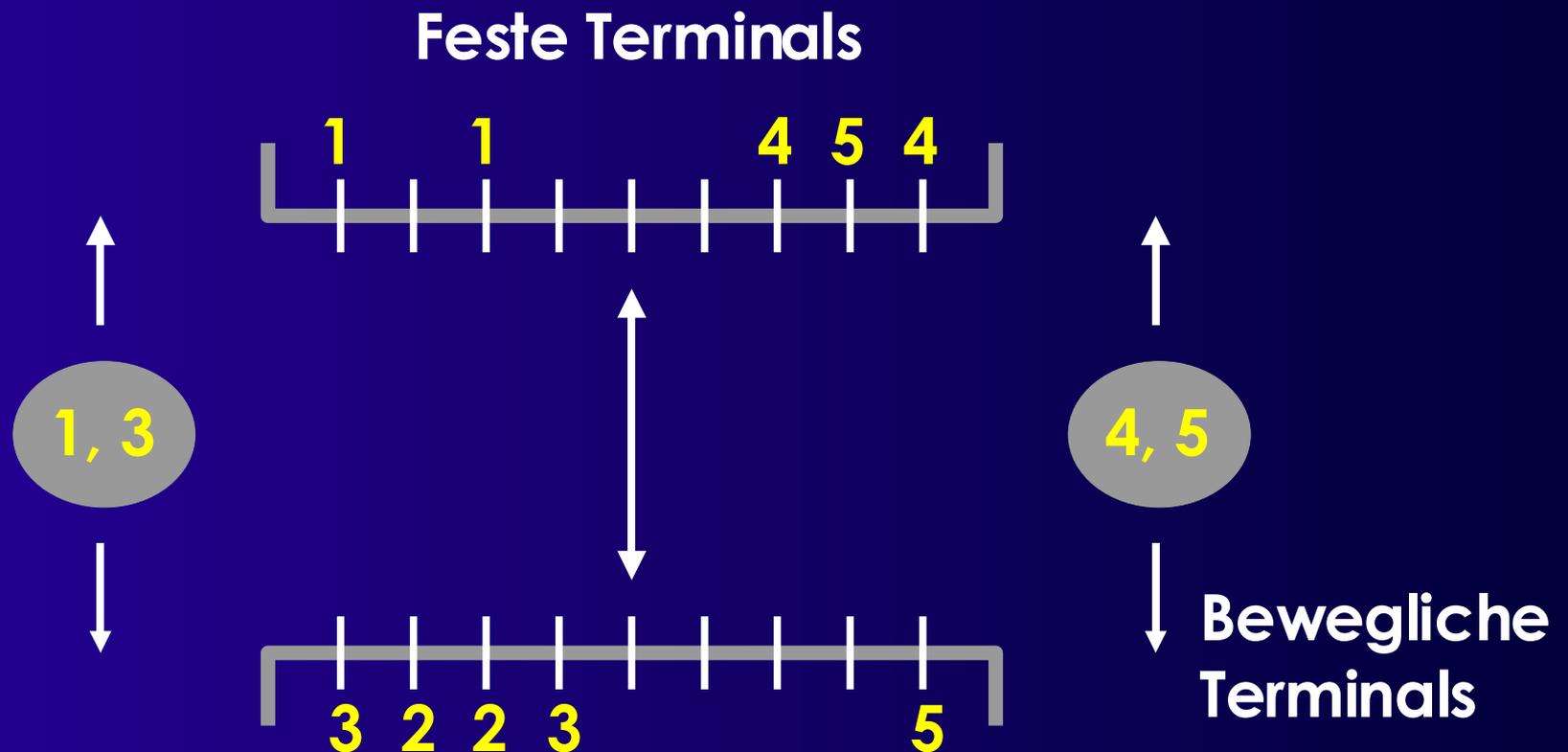
## Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

Andreas Koch  
FG Eingebettete Systeme  
und ihre Anwendungen  
TU Darmstadt

- **Wiederholung**
  - H- und V-Einschränkungen
- **Kanalverdrahtung**
  - Yoeli's Robuster Router
  - Beispiel
- **Globale Verdrahtung**
- **Konstruktion von Steiner-Bäumen**
- **Zusammenfassung**

# Kanalverdrahtung 1

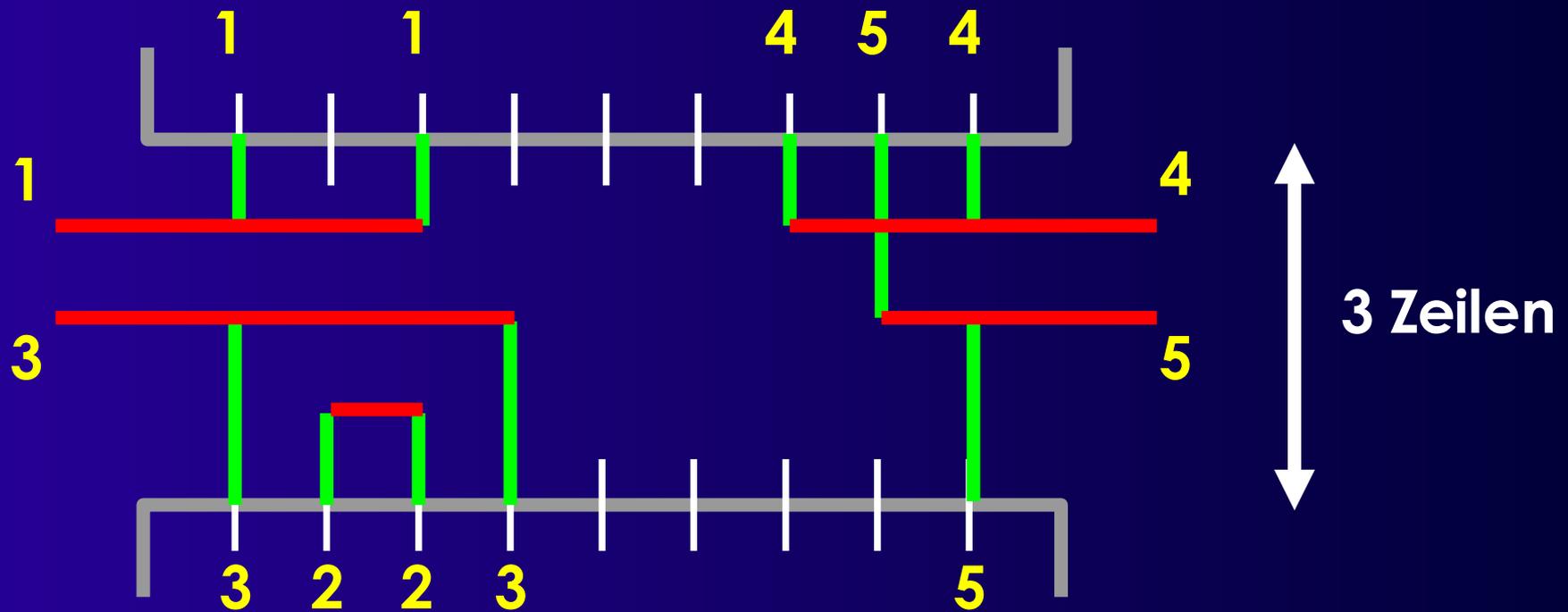
- Verdrahtung von Netzen in rechteckigem Kanal



- Ziel: min. Fläche, (min. Länge, min. Vias)

# Kanalverdrahtung 2

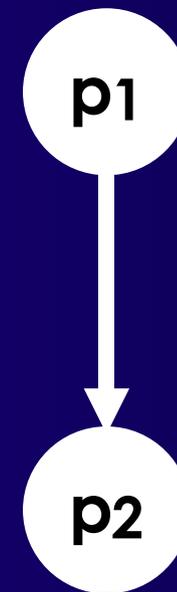
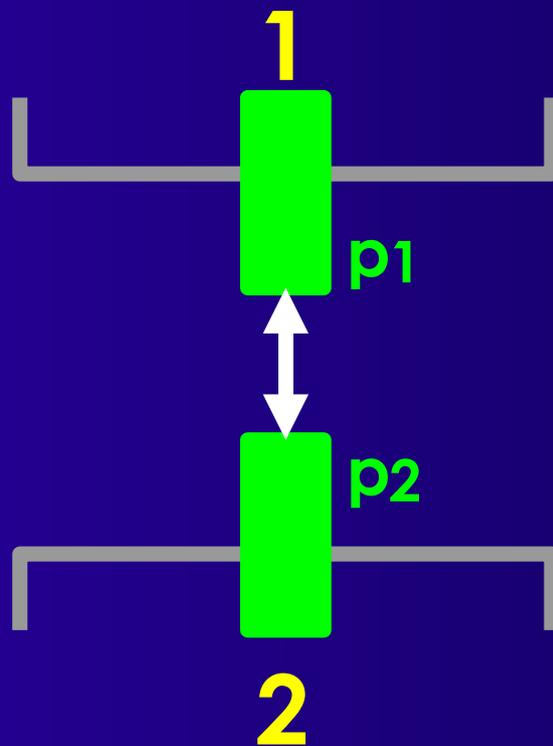
## ■ Beispiel gelöst im klassischen Modell



# Vertikale Einschränkungen

## ■ Zwei gegenüberliegende Terminals

- Oberes Segment in den Kanal *muß* über unterem Segment in den Kanal liegen
  - ◆ Sonst Kurzschluß



Vertical  
Constraint  
Graph (VCG)

# Horizontale Einschränkungen

## ■ Im klassischen Modell

- Keine Überlappung zwischen H-Segmenten verschiedener Netze in gleicher Zeile
- Sonst Kurzschluß

## → Horizontale Einschränkung

## ■ Falls keine vertikalen Einschränkungen

- Keine gegenüberliegenden Terminals
- Lösung durch Left-Edge Algorithmus (1971)

## ■ Was tun bei H+V Einschränkungen?

- NP-vollständig!

# Robuster Kanal-Router 1

## ■ Heuristik (Yoeli 1991)

## ■ Algorithmus

- Iteriert über alle Zeilen im Kanal
- Verkleinert Problem mit jeder Iteration
- Wechselt zwischen oberster / unterster Zeile
  - ◆ Arbeitet sich zur Kanalmitte vor
- Zwei Phasen
  - ◆ Berechnen von Gewichten für Netze
    - ◆ Wie gut wäre aktuelle Zeile für Netz?
  - ◆ Selektion von Untermenge mit maximalem Gewicht
    - ◆ Heuristik bei Verletzung vertikaler Einschränkungen

# Robuster Kanal-Router 2

## ■ Berechnung der Gewichte $w_i$ für Netz $i$

- Falls  $i$  Spalten der maximalen Dichte überspannt,  
 $w_i += B$  ( $B$  groß)
  - ◆ Erwartete Verringerung der max. Dichte, unabhängig von Seite (steepest descent)
- Falls  $i$  ein Terminal auf der aktuellen Seite (oben / unten) auf Spalte  $x$  hat,  
 $w_i += d(x)$  (für alle Spalten  $x$ )
  - ◆ Bevorzuge Netze mit Terminals auf aktueller Seite
- Für alle Spalten  $x$  bei denen eine vertikale Einschränkung verletzt würde,  
 $w_i -= K d(x)$  ( $5 \leq K \leq 10$ )
  - ◆ Bestrafe verletzte Einschränkungen

# Robuster Kanal-Router 3

- **Regeln typisch für Heuristiken**
- **Robust**
  - Unempfindlich gegen kleine Änderungen
- **Nach Bestimmung der Gewichte**
  - Finde Netz-Untermenge mit maximalem Gewicht, die in selbe Zeile passen
    - ◆ Ohne Verletzung horizontaler Einschränkungen
  - Verwendet Intervallgraph
    - ◆ Kante zwischen Knoten überlappender Intervalle

# Robuster Kanal-Router 4

## ■ Unabhängige Menge

- Menge unverbundener Knoten

## ■ Also gesucht:

- Unabhängige Mengen maximalen Gewichts
  - ◆ Im allgemeinen NP-vollständig
  - ◆ Aber für Intervallgraphen in P !

## ■ Vorgehensweise

- Dynamic Programming
- Konstruiere optimale Lösung aus Teillösungen
  - ◆ Komplexitätsparameter  $\gamma$ :  $1 \leq \gamma \leq \text{Kanallänge}$

# Robuster Kanal-Router 5

## ■ $\gamma = \text{Spalte } c$

- Betrachte nur Netze mit rechtem Ende  $\leq c$

## ■ Beispiel

- $i_1=[1,4], i_2=[12,15], i_3=[7,13], i_4=[3,8], i_5=[5,10], i_6=[2,6], i_7=[9,14]$
- $\gamma = 0, \gamma = 1, \gamma = 2, \gamma = 3: \emptyset$ 
  - $\gamma = 4, \gamma = 5: \{i_1\}$
  - $\gamma = 6, \gamma = 7: \{i_1, i_6\}$
  - $\gamma = 8: \{i_1, i_6, i_4\}$
  - ...

# Robuster Kanal-Router 6

- **Bestimme Lösung  $\gamma=c$  aus Lösung  $\gamma<c$** 
  - **Altes Maximalgewicht *plus***  
**Netz  $n$  mit rechtem Ende in Spalte  $c$** 
    - ◆ Es ex. max. zwei solcher Netze (Term. oben / unten)
  - **$n$  Teil der optimalen Lösung, falls**
    - ◆ Gewicht von  $n$  plus Gewicht bestehender Netze ohne Überlappung mit  $n \geq \max.$  Gewicht ohne  $n$



# Robuster Kanal-Router 7

## ■ Für Spalte $c$ ausgewähltes Netz merken

- In `selected_net[c]`
- Kann leer sein (=0, kein neues dazugekommen)
- Letztes (=rechtes) Netz immer in Lösung
- Dann nach links suchen
  - ◆ Nach nicht-überlappendem Netz
- Wiederhole bis linker Rand erreicht!

## ■ Beispiel: ..., $i_2=[5,9]$ , $i_3=[4,6]$ , ..., $i_7=[1,3]$ , ...

$c=$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$s_n[c]=$	0	0	7	0	0	3	0	0	2

- $i_2$  in Lösung, überspringe  $i_3$ ,  $i_7$  in Lösung

# Robuster Kanal-Router 8

- **Annahme:  $d_{\max}$  Durchgänge reichen**
  - Wäre dann optimale Lösung
- **Iteration**
  - ◆ Gewichtsrechnung
  - ◆ Konstruiere
    - ◆ Maximal-gewichtige unabhängige Menge
- **Aber:**
  - Nur *Versuch* der Vermeidung von V-Konflikten
    - ◆ Keine Garantie!

# Robuster Kanal-Router 9

## ■ Falls V-Konflikt unvermeidbar

- Entferne ein oder mehrere Netze
  - ◆ Welche?
  - ◆ Heuristik!
- Verdrahte Netz(e) mit Maze-Routing
  - ◆ Gute Umgebung: Viele Hindernisse!
- Rip-up and Reroute

## ■ Auch hier: Keine Garantie

### → Erneuter Durchlauf mit zusätzlicher Zeile

- $d_{\max}$  war nur untere Schranke für Zeilenzahl

## ■ Ggf. auch zusätzliche Spalte

# Robuster Kanal-Router 10

```
robust_router(placed_netlist N) {
  set<int> row;
  seq<set<int>> S;
  int[channel_width+1] totalwght, selected_net;
  bool top;
  int height, c, r, i;
  top := true;
  height := N.dmax();
  for (r := 1; r ≤ height; ++r) {
    forall "Netze i in netlist N"
      wi := i.compute_weight(N, top);
    totalwght[0] := 0;
    for (c:=1; c ≤ channel_width; ++c) {
      selected_net[c] := 0;
      totalwght[c] := totalwght[c-1];
      if (n = "Netz mit rechtem Term. oben in Spalte c") {
        if (wn + totalwght[xnmin-1] > totalwght[c]) {
          totalwght[c] := wn + totalwght[xnmin-1];
          selected_net[c] := n;
        }
      }
      if (n = "Netz mit rechtem Term. unten in Spalte c") {
        if (wn + totalwght[xnmin-1] > totalwght[c]) {
          totalwght[c] := wn + totalwght[xnmin-1];
          selected_net[c] := n;
        }
      }
    }
  }
}

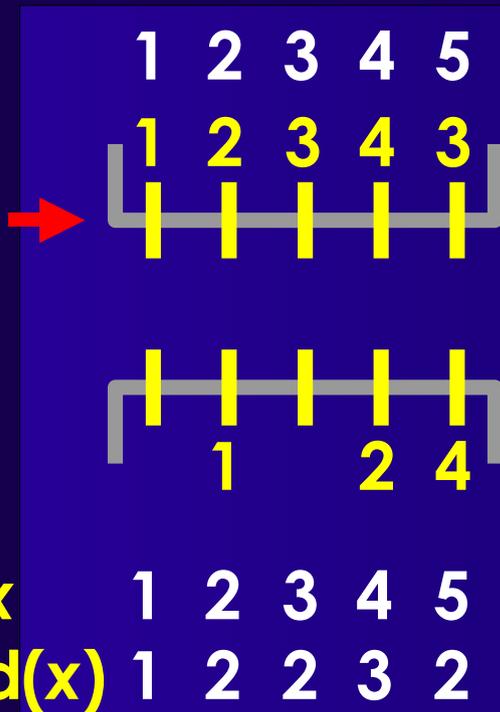
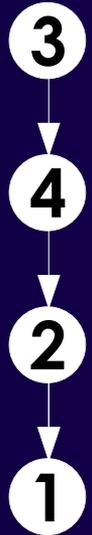
row := ∅;
c := channel_width;
while (c > 0)
  if (selected_net[c] != 0) {
    n := selected_net[c];
    row := row ∪ {n};
    c := xnmin - 1;
  } else
    --c;
S.append(row);
top := !top;
N := "N ohne Netze in row";
}
"Maze-Routing bei V-Konflikten"
```

■ Ggf. Wiederholung mit

- Erhöhter Breite
- Erhöhter Länge

# Robuster Kanal-Router 11

VCG



$B = 1000, K = 5$

$$w_1 = (0) + (1) + (-5 \cdot 2) = -9$$

$$w_2 = (1000) + (2) + (-5 \cdot (2+3)) = 977$$

$$w_3 = (1000) + (2+2) + (-5 \cdot 0) = 1004$$

$$w_4 = (1000) + (3) + (-5 \cdot 2) = 993$$

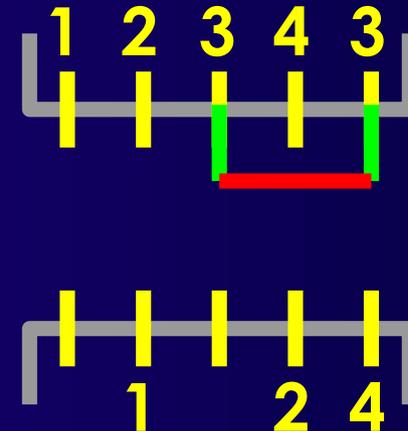
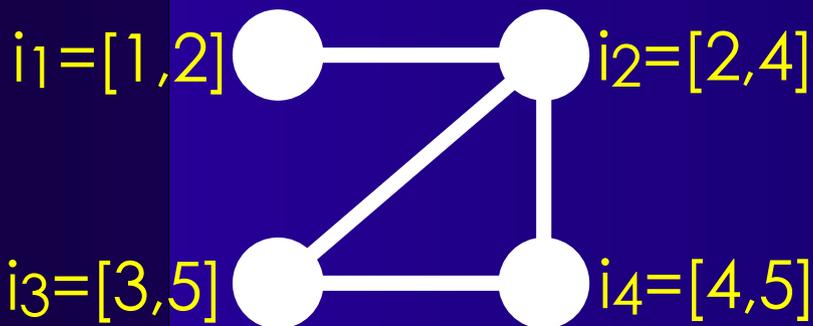
$$\text{totalwght}[1]=0 \quad \text{sel}[1]=0$$

$$\text{totalwght}[2]=\max(0,0-9)=0 \quad \text{sel}[2]=0$$

$$\text{totalwght}[3]=0 \quad \text{sel}[3]=0$$

$$\text{totalwght}[4]=\max(0,0+977)=977 \quad \text{sel}[4]=2$$

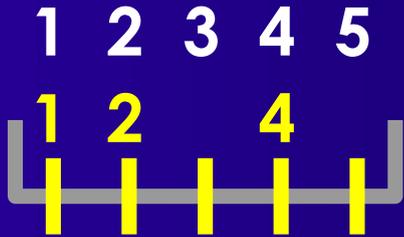
$$\text{totalwght}[5]=\max(977,0+1004,0+993)=1004 \quad \text{sel}[5]=3$$



Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

# Robuster Kanal-Router 12

VCG



<b>x</b>	1	2	3	4	5
<b>d(x)</b>	1	2	1	2	1

$$w_1 = (1000) + (2) + (-5 \cdot 0) = 1002$$

$$w_2 = (1000) + (2) + (-5 \cdot 2) = 992$$

$$w_4 = (1000) + (1) + (-5 \cdot 2) = 991$$

$$\text{totalwght}[0] = 0$$

$$\text{sel}[0] = 0$$

$$\text{totalwght}[1] = 0$$

$$\text{sel}[1] = 0$$

$$\text{totalwght}[2] = \max(0, 0 + 1002) = 1002$$

$$\text{sel}[2] = 1$$

$$\text{totalwght}[3] = 1002$$

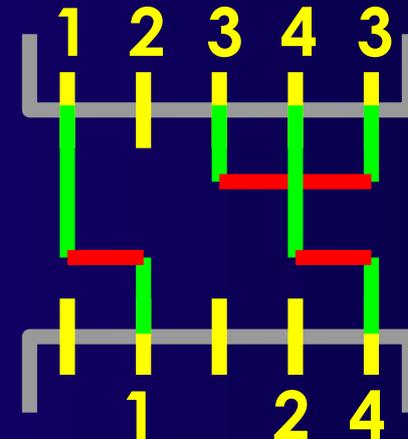
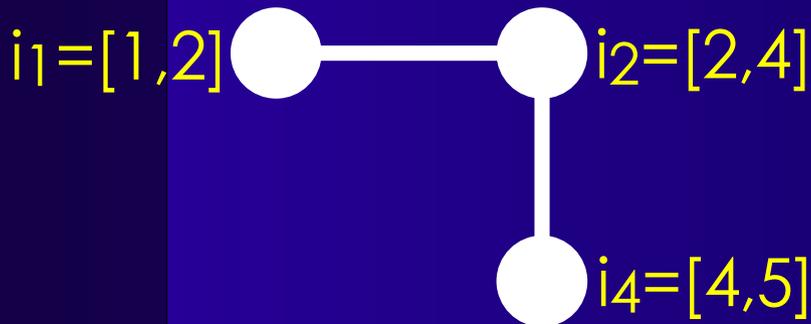
$$\text{sel}[3] = 0$$

$$\text{totalwght}[4] = \max(1002, 0 + 992) = 1002$$

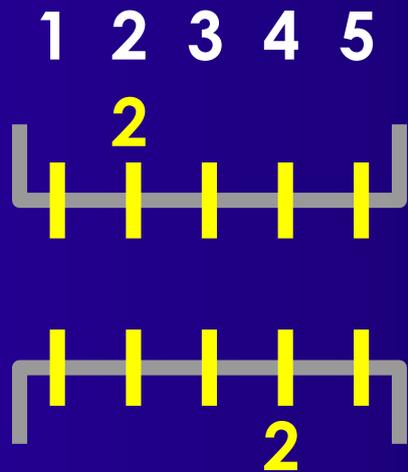
$$\text{sel}[4] = 0$$

$$\text{totalwght}[5] = \max(1002, 1002 + 991) = 1993$$

$$\text{sel}[5] = 4$$



# Robuster Kanal-Router 13



■ Trivial: Netz 2 in Zeile 2

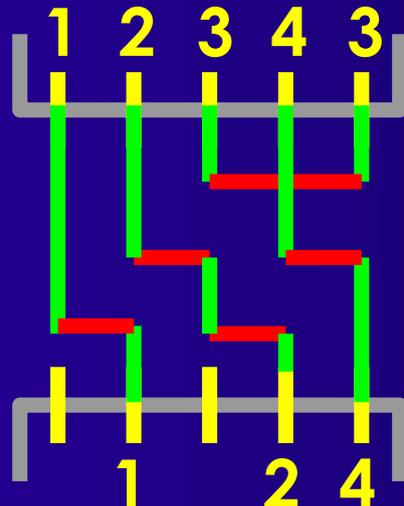
■ Kombinierte Lösung

● V-Konflikt:

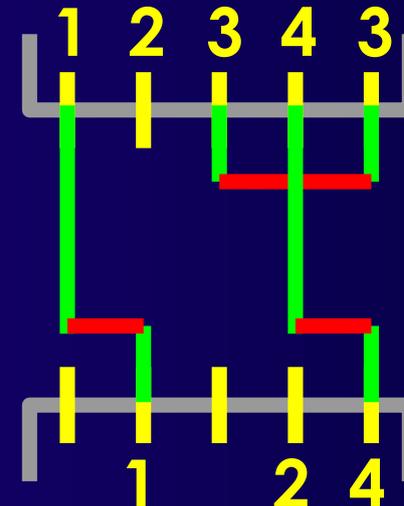
◆ 1. Zeile: Netz 3

◆ 2. Zeile: Netz 2

◆ 3. Zeile: Netz 1, Netz 4



rip-up &  
reroute



# Überblick Globalverdrahtung

- **Wo kommen die Terminalpositionen her?**
- **Globalverdrahtung**
  - Problem
  - Modellierung
  - Vorgehensweisen
- **Algorithmus**
  - Für Standardzellen
  - Steiner-Bäume
    - ◆ Konstruktionsheuristik
    - ◆ Optimierung

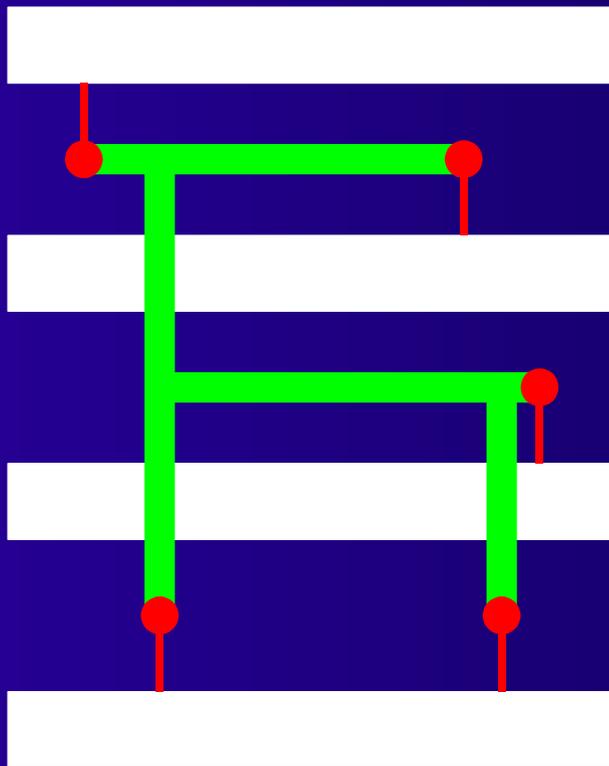
# Globale Verdrahtung 1

- **Im Entwurfsfluß**
  - Nach Platzierung
  - Vor lokaler Verdrahtung
- **Verteilt Signale auf Kanäle**
  - Führung innerhalb der Kanäle bleibt offen
- **Optimiert auf**
  - Minimale Fläche
  - Einhalten der Zeitvorgaben
- **Hängt von Zieltechnologie ab**

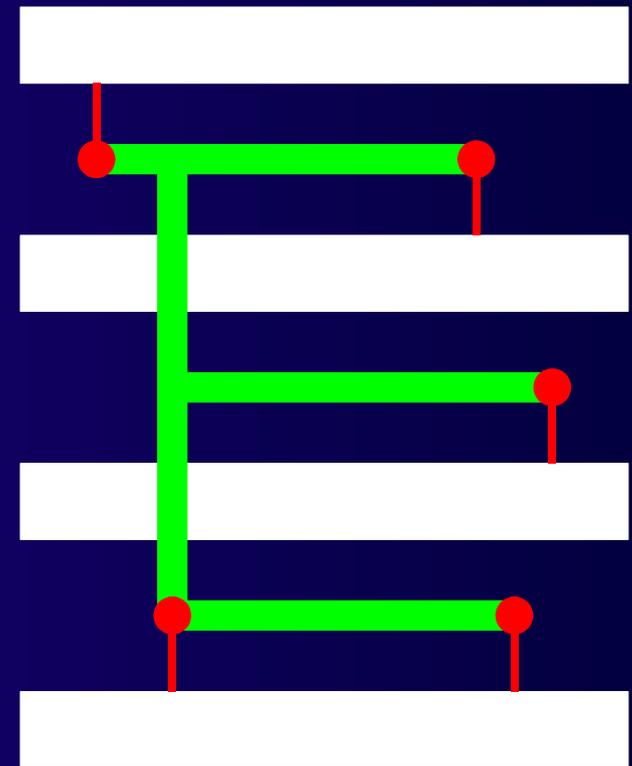
# Globale Verdrahtung 2

- **Hier: Im Standardzellen-Entwurf**
- **Alle Terminals eines Netzes an einem Kanal?**
  - Falls ja: Nur lokale Verdrahtung erforderlich
- **Sonst: Globale Verdrahtung**
  - Trennt Netz auf einzelne Kanäle auf
  - Übergang zwischen Kanälen
    - ◆ Reservierte Verdrahtungsebenen
    - ◆ Feedthroughs einfügen (beeinflußt Platzierung)
    - ◆ Vorgegebene Feedthrough-Leitungen allozieren
  - **Idee: Rechtwinkliger Minimaler Steiner Baum (RSMT)**
    - ◆ Ggf. höhere Kosten für vertikale Segmente (feedthroughs)
    - ◆ Wenn begrenzte Ressource

# Globale Verdrahtung 3



Rechtwinkliger Steiner-Baum  
mit minimaler Länge



Rechtwinkliger Steiner-Baum  
mit minimalen Übergängen

# Globale Verdrahtung 4

## ■ RSMT nicht immer beste Lösung

- Neben Länge zu berücksichtigen:
  - ◆ Begrenzte Anzahl von Feedthroughs
  - ◆ Zeitvorgaben (timing-driven)
    - ◆ Kritische Netze kurz halten
- Nur durch Gewichtung der Kosten möglich
  - ◆ Ungenau

## ■ Bessere Verzögerungsmodelle

- Nur Verdrahtungslänge ungenau
  - ◆ Widerstand und Kapazität zusammengeworfen
- Besser
  - ◆ R, C getrennt für einzelne Segmente
  - ◆ Bewährt: Elmore-Modell
    - ◆ Auch in VPR verwendet

## ■ Andere Verfahren

- Multicommodity Flow, Pattern-based, Hierarchical

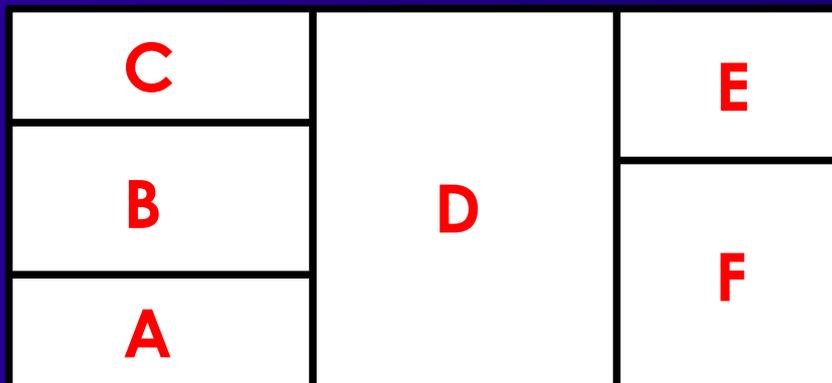
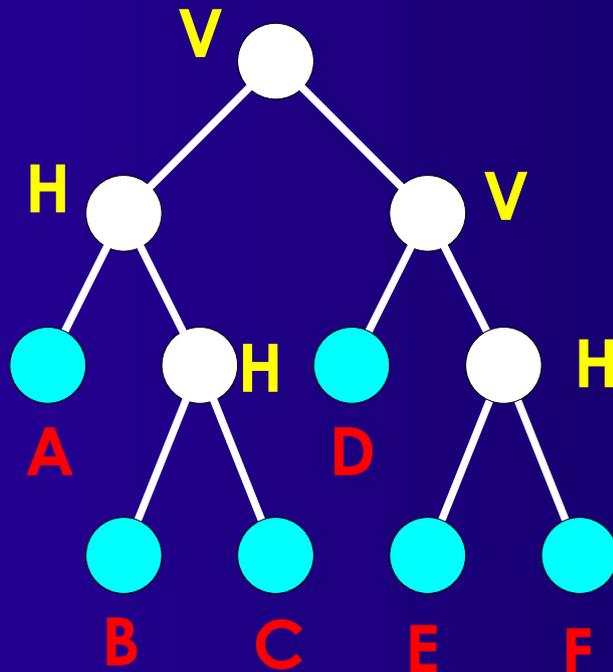
# Globale Verdrahtung 5

- **Bei unidirektionaler Sicht**
  - 1 Quelle / n Senken
- **Mögliche Teiloptimierungsziele**
  - Kurzer Weg zu kritischer Senke
  - Gleich lange Wege (kleiner skew)
    - ◆ Verdrahtung von Takt-Leitungen (H-Trees)
- **Gesamtziel**
  - Minimiere Verdrahtungsfläche
  - Schätze Kanalbreiten ab

# Globale Verdrahtung 6

- Hier: Building-Block Layout
- Komplizierter
- Irreguläre Freiflächen zwischen Zellen
  - Was sind überhaupt die Kanäle?
- Wie Flächen in Kanäle aufteilen?
  - Channel Definition Problem (CDP)
- Kanäle in welcher Reihenfolge verdrahten?
  - Channel Ordering Problem (COP)

# Exkurs Slicing Floorplans

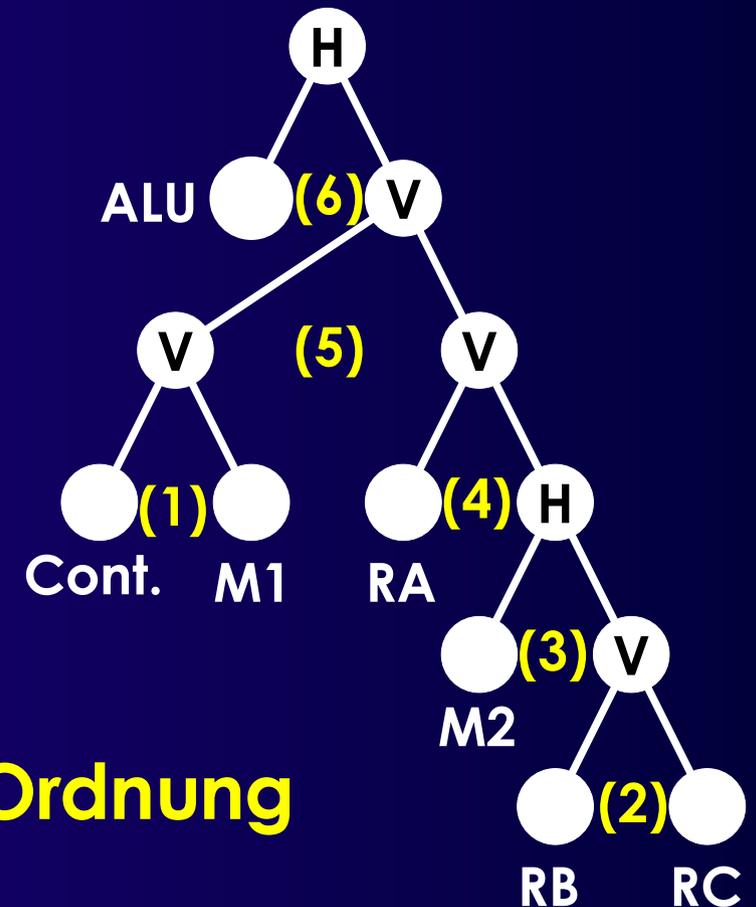
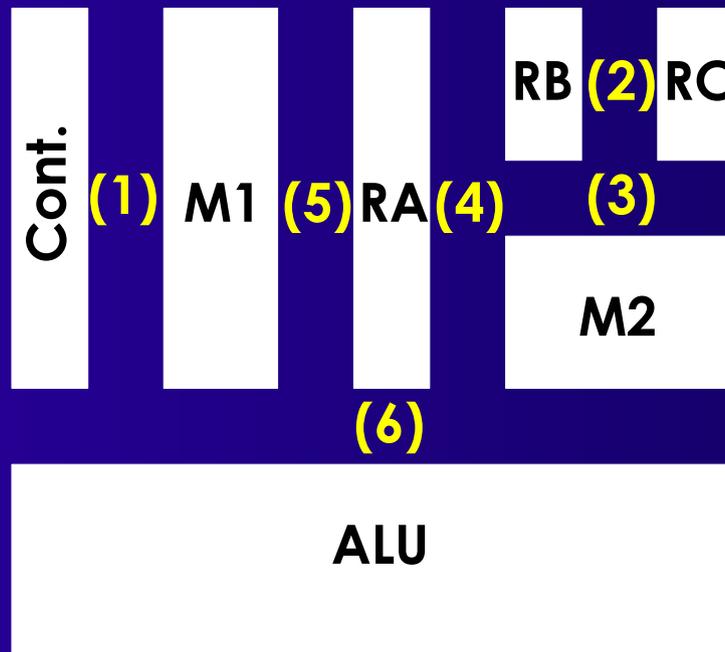


- **Darstellung durch Slicing Tree**
  - Knoten sind Schnitte oder Blattzellen
  - Schnitte nach Richtung getrennt
    - ◆ V: Linker Unterbaum LINKS von rechtem
    - ◆ H: Linker Unterbaum UNTER rechtem
- **Wird erzeugt z.B. bei Platzierung mit MinCut**
  - Hier aber allgemeiner!

# Globale Verdrahtung 7

- **Für Slicing Floorplan: Einfach zu lösen**
- **CDP**
  - Schnittlinien sind Kanäle
  - Kanalform abhängig von Reihenfolge
  - Festgelegt im Channel Ordering Problem
- **COP**
  - Grundlage ist Slicing Tree
  - DFS mit Post-Order Traversal
    - ◆ Numeriere bearbeitete Knoten aufsteigend
    - ◆ V-Schnitt: V-Kanal, L=Ober/Unterkante der Zellen
    - ◆ H-Schnitt: H-Kanal, L=linke/rechte Seite der Zellen

# Globale Verdrahtung 8



- CDP via Schnittrichtung, Ordnung
- COP via Slicing Tree
  - Post-Order DFS
  - Reihenfolge für Kanalverdrahtung

# Globale Verdrahtung 9

## ■ Bei Non-Slicing Floorplans

- Reine Kanalverdrahtung nicht ausreichend
- Braucht
  - ◆ Switchbox Router
  - ◆ Dreiseitige Kanal-Router
    - ◆ Nur eine Kanalseite hat bewegliche Terminals
    - ◆ Verdrahtungsfläche ist fest (ähnl. Switchbox)

## ■ Nach Lösung des CDP: Steiner-Baum

- In der Regel keine Feedthroughs
- Verdrahtung nur in den Kanälen
  - ◆ Sehe Kanäle als Kanten in Graph an
  - ◆ Löse Graphen-Version des minimalen Steiner-Baumes

## ■ Kanalverdrahtung

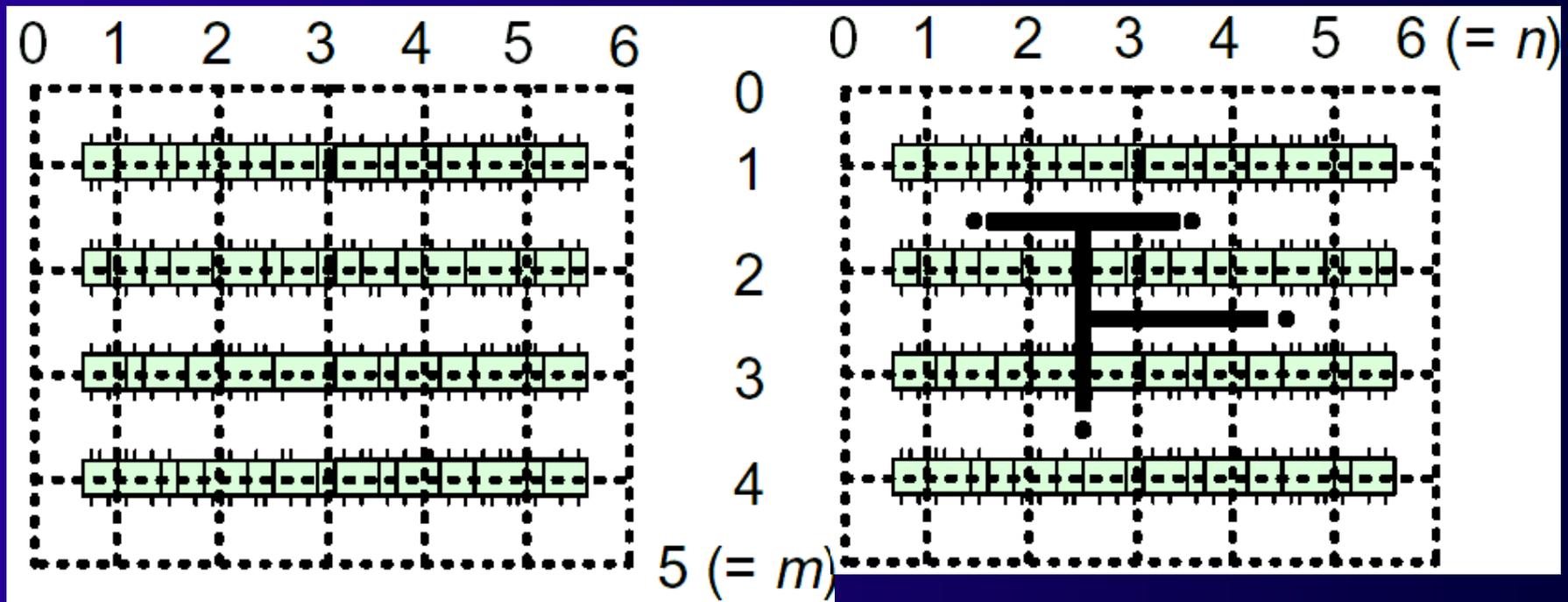
- Alle Terminals angrenzend an *einem* Kanal
- Nun auch mit H- und V- Einschränkungen
- Leitungsführung auf Zeilenebene in Kanal

## ■ Globalverdrahtung

- Terminals an *verschiedenen* Kanälen
  - ◆ Standardzellen
- Leitungsführung auf Kanalebene
- Nicht auf Zeilenebene
- Teilweise erforderlich (building block layout)
  - ◆ Festlegen von Kanälen überhaupt (CDP)
  - ◆ Festlegen der Bearbeitungsreihenfolge (COP)
  - ◆ Einfach machbar bei Slicing Layouts

# Modellierung 1

- Für Standardzelltechnologie
- Modellierung der Baum-Geometrie



**m x n Matrix**  
**V-Abstand variabel**

**Eingebetteter Baum**  
**Verschmolzene Terminals**

## ■ Lokale vertikale Dichte $d_v(i,j)$

- Leitungen durch V-Segment  $i-1,j$  in Spalte  $j$

## ■ Lokale horizontale Dichte $d_h(i,j)$

- Leitungen durch H-Segment  $j-1,j$  in Zeile  $i$

## ■ Kanaldichte $D_v(i) = \max_{j=1}^n d_v(i,j)$

## ■ Gesamtkanaldichte

$$D_T = \sum_{i=1}^m D_v(i)$$

## ■ Ziel: Minimiere $D_T$ mit $d_h(i,j) \leq M_{ij}$

- ◆  $M_{ij}$ : Verfügbare vertikale Feedthroughs im H-Segment  $j-1,j$  in Zeile  $i$

# Mögliche Vorgehensweisen

## ① Variante von Lees Algorithmus

- Erhöhe Überquerungskosten je Segment
  - ◆ Nach jedem Netz
- Probleme
  - ◆ Versagt bei Auswahl aus vielen gleich guten Routen
  - ◆ Qualität abhängig von Netzreihenfolge

## ② Sequentieller Aufbau von RSMT je Netz

- Bestimme Kantenkosten aus  $d_v, d_h$ 
  - ◆ Umgehung von verstopften Gebieten *während* des Routings
  - ◆ Gute einzelne Routing-Ergebnisse
- Qualität noch abhängig von Reihenfolge

## ③ Pseudo-simultanes Routing

- Konstruiere unabhängigen RSMT je Netz
  - ◆ Immer optimale Route, unabhängig von Reihenfolge
- Korrigiere Verstopfung (congestion) *später*

- **Hierarchische Vorgehensweise**
- **Beginne mit 2x2 Raster über gesamten Chip**
- **Löse globales Verdrahtungsproblem**
- **Für jeden der Quadranten**
  - Unteraufteilung in eigenes 2x2 Raster
  - Löse globales Verdrahtungsproblem erneut
- **Divide-and-Conquer Vorgehen**
- **Im Extremfall: Bis hin zu einzelnen Terminals**
  - Erledigt komplette Verdrahtung
  - Inklusive Kanalverdrahtung
- **Optimalitätsprinzip gilt aber nicht!**
  - Leitungen aus Partition hinaus beeinflussen Unterentscheidungen

## ■ Rechtwinklige minimale Steiner-Bäume

- Nützlich zur Lösung von glob. Verdrahtungsproblemen

## ■ Gegeben

- $P = \{p_1, p_2, \dots\}$ : Punktmenge in der Ebene (2-D)
- Distanzmetrik:  $|x_i - x_j| + |y_i - y_j|$  (=Manhattan-Distanz)

## ■ Gesucht

- Finde verbindenden Baum für Punkte in P
  - ◆ Mit minimaler Gesamtlänge!
- Erlaube zusätzliche Punkte im Baum
  - ◆ Wenn sie zu kürzerer Gesamtlänge führen
  - ◆ Sogenannte „Steiner-Punkte“

## ■ Hier vernachlässigt

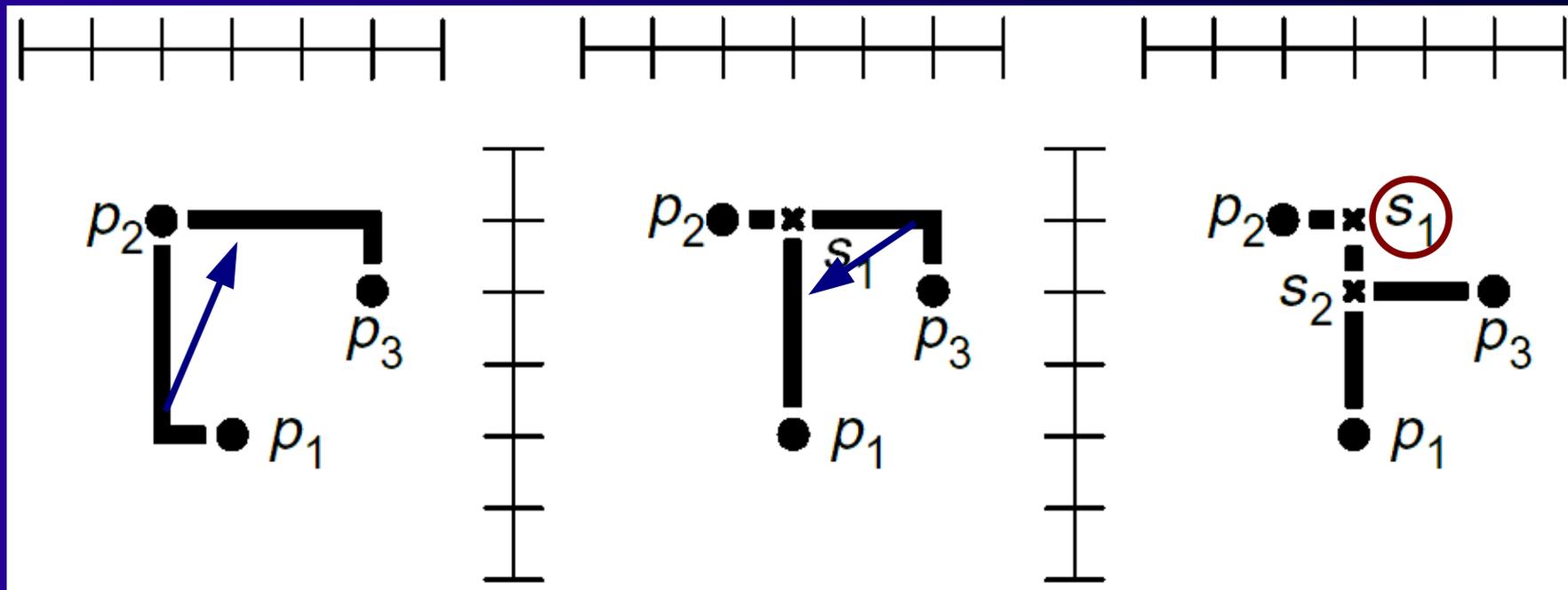
- Timing
- Übersprechen

- **Exakt: NP-vollständig**
- **Approximieren durch MRST**
  - Minimaler rechtwinkliger aufspannender Baum
  - Prims Algorithmus:  $O(n^2)$ 
    - ◆ Maximal 1.5x länger als echter Steiner-Baum
  - Idee: Hinterher Ergebnis verbessern
- **Ausblick: Neuere Heuristiken**
  - Verbesserter MRST max.  $11/8x$  länger als RSMT
    - ◆ Fössmeier et al. 1997

# MRST Optimierung

## ■ Beispiel: Lokales Umlegen von L-Stücken

- Führt zu Steiner Punkten
- Ziel: Verschmelzen von Segmenten
  - ◆ Reduktion der Gesamtlänge



## ■ Steiner-Punkte haben Grad $\geq 3$

- $s_1$  verschwindet (kein Steiner-Punkt mehr)

# Besser: MRST-Erweiterung

- **Vorteil: Nicht schlechter als 4/3x RSMT**
  - Auch wenn MRST schlechtestes Ergebnis liefert
    - ◆ Wenn  $MRST = 1.5x RSMT$ , verbesserter  $MRST \leq 1.33x RSMT$
- **Beginnt mit MRST nach Prim**
- **Verfeinert dann schrittweise**
  - Nimmt jeweils einzelnen Punkt  $s$  zu  $P$  hinzu
    - ◆  $s$  ist also Steiner-Punkt
  - Wählt  $s$  dabei so, dass  $MRST(P \cup \{s\})$  minimal
  - Wird „1-Steiner-Baum-Problem“ genannt
- **Wiederhole!**
- **Liefert beweisbar gute Ergebnisse**
  - Kann aber keine optimale Lösung garantieren

# Algorithmus steiner

```
pair<set<vertex>,set<edge>>
steiner(set<vertex> P) {
    set<vertex>    T;
    set<edge>      E, F;
    int gain; // Längenverkürzung

    E = P.primMRST();
    (T,F,gain) = oneSteiner(P, E);
    while (gain > 0) {
        P = T;
        E = F;
        (T,F,gain) = oneSteiner(P, E);
    }
    return (P,E);
}
```

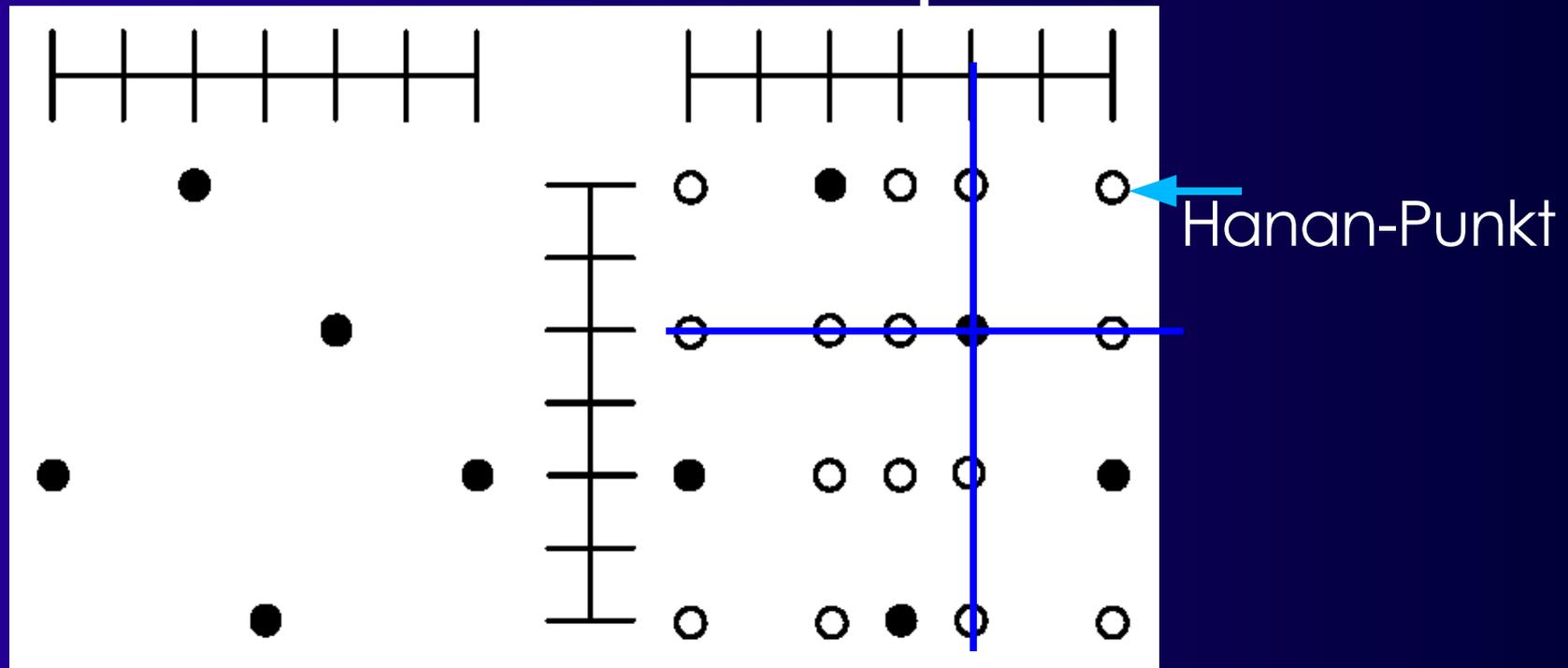
# 1-Steiner-Baum Konstruktion 1

## ■ Wie den Punkt $s$ bestimmen?

- Alle Punkte ausserhalb von  $P$  ausprobieren
- ... geht aber besser!

## ■ Auf Hanan-Punkte beschränken (1966)

- Hanan-Punkte liegen auf vorgegebenen Rasterlinien
- Erlaubt trotzdem Finden des Optimums



# 1-Steiner-Baum Konstruktion 2

## ■ Für Auswahl des besten Punktes $s$

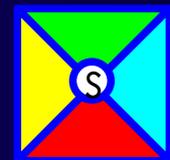
- Immer wieder MRST ( $P \cup \{s\}$ ) via Prim bestimmen
  - ◆ Punkt mit kürzestem Baum wird genommen
- Geht auch besser ...

## ■ Inkrementelle Berechnung des MRST

- Aus MRST ( $P$ ) hin zu MRST ( $P \cup \{s\}$ )
  - ◆ In linearer Zeit  $O(n)$ , mit  $n = |P|$

## ■ Idee

- Punkte im Baum haben max. Grad 4
- $s$  muss an Baum für  $P$  angeschlossen werden
- Lage des  $s$  nächstgelegenen Punktes im Baum für  $P$ 
  - ◆ In einer der Regionen N,E,S,W um  $s$ 
    - ◆ N,S:  $|d_x| \leq |d_y|$ , E,W:  $|d_y| \leq |d_x|$



# Algorithmus oneSteiner

```
triple<set<vertex>,set<edge>,int>
oneSteiner(set<vertex> V, set<edge> E) {
    int maxgain;      vertex maxpoint;
    int gain;
    set<vertex> W;    set<edge> F;

    maxgain = 0;
    foreach s ∈ „Hanan-Punkte von V“ do {
        (W,F,gain) = spanningUpdate(V,E,s);
        if (gain > maxgain) {
            maxgain    = gain;
            maxpoint    = s;
        }
    }
    if (maxgain > 0) {
        (W,F,gain) = spanningUpdate(V,E,maxpoint);
        return (W,F,gain);
    } else
        return (V,E,0);
}
```

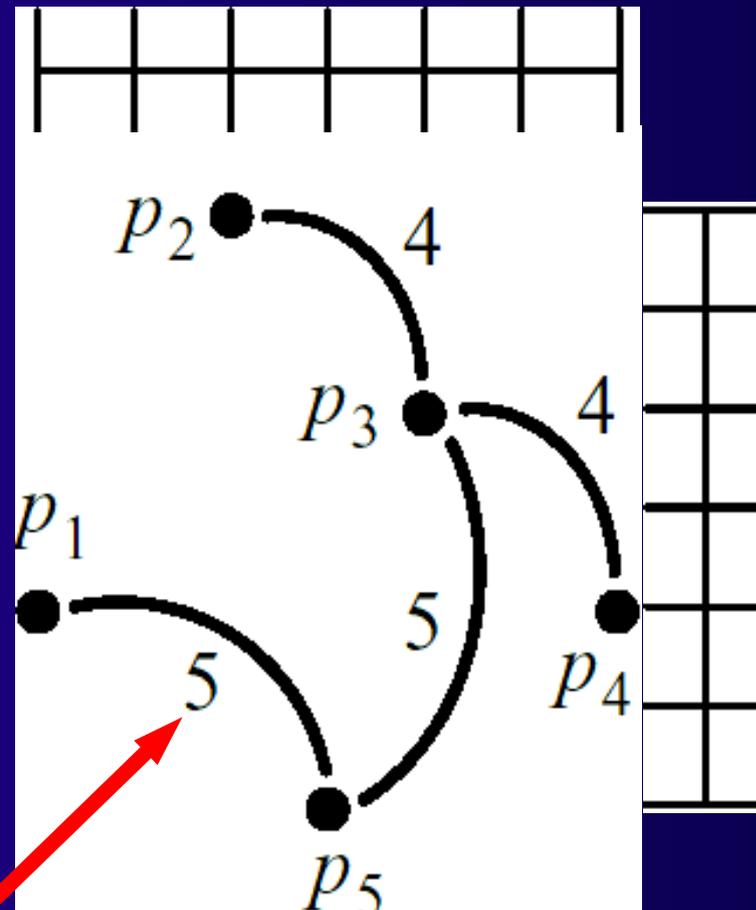
# Algorithmus spanningUpdate

```
triple<set<vertex>,set<edge>,int>
spanningUpdate(set<vertex> V, set<edge> E, vertex s) {
    int          delta;           // Längenverkürzung
    vertex      u, v, w;

    delta = 0;
    V = V ∪ {s};
    foreach dir ∈ {NORTH, EAST, SOUTH, WEST} do {
        u = s.closestPointInTree(V, dir);
        E = E ∪ {(s,u)};           // s an alle Partner anschliessen
        delta = delta - distance(s,u); // Hier Verlängerung!
        if (hasCycle(V, E)) {
            (v,w) = findLongestCycleSegment(V, E);
            E = E \ {(v,w)};
            delta = delta + distance(v,w); // wieder verkürzen
        }
    }
    return (V, E, delta);
}
```

# Beispiel Schritt 1

Eingabe: MRST, z.B. via Prim's Algorithmus

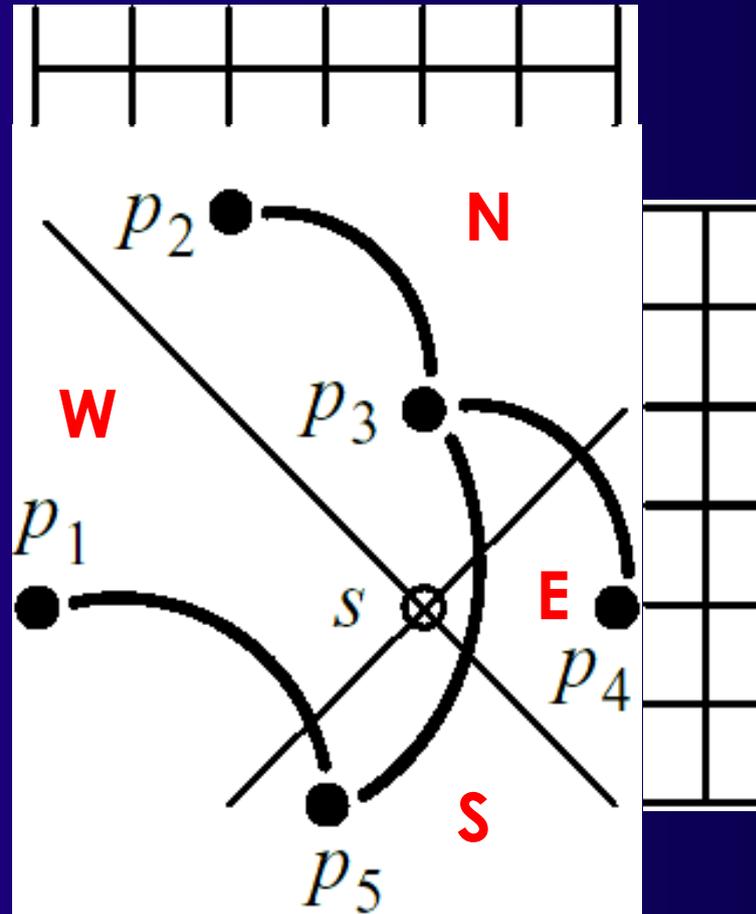


**Bögen geben nur Distanz an, noch keine genaue Führung**

Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

# Beispiel Schritt 2

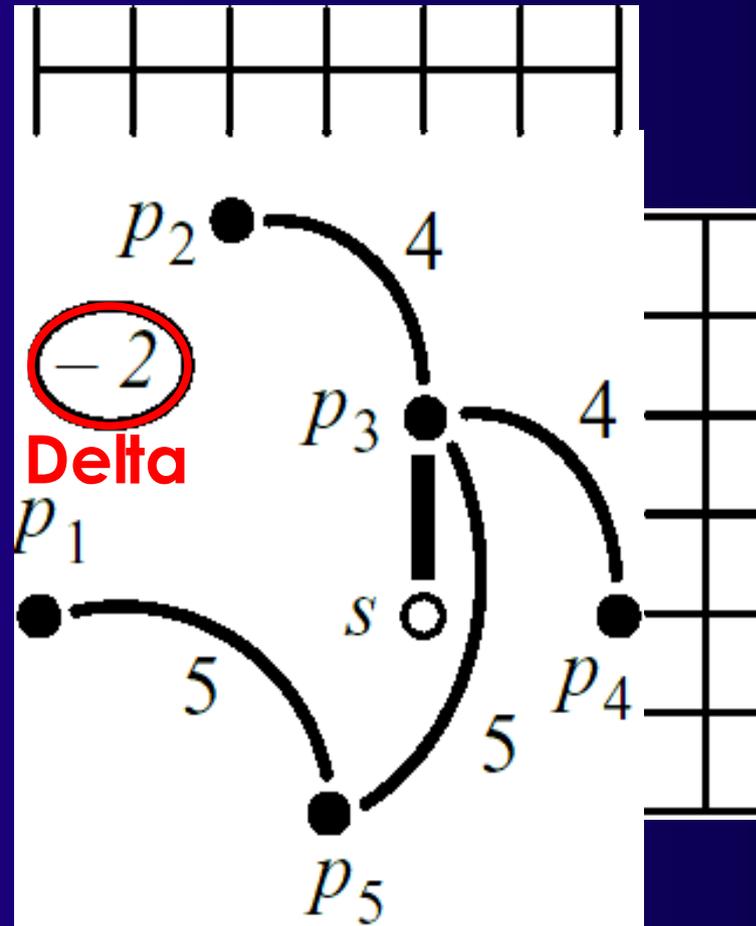
Hinzunahme eines ersten Hanan-Punktes  $s$



$s$  nahegelegenste Punkte aus  $P$ :  $p_{3'}$ ,  $p_{4'}$ ,  $p_{5'}$ ,  $p_1$

# Beispiel Schritt 3

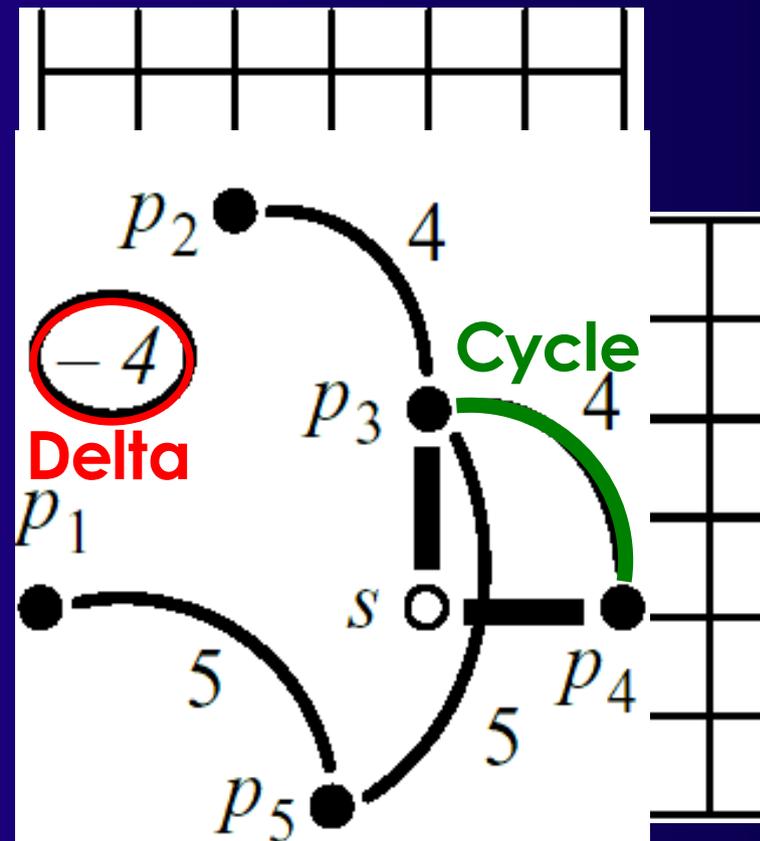
Anbinden an den ersten  $s$  benachbarten Punkt  $p_3$  im N



**Nun festgelegte kürzeste Führung, Erhöhung der Länge**  
- Feste Verbindung für Punkte auf derselben Rasterlinie

# Beispiel Schritt 4

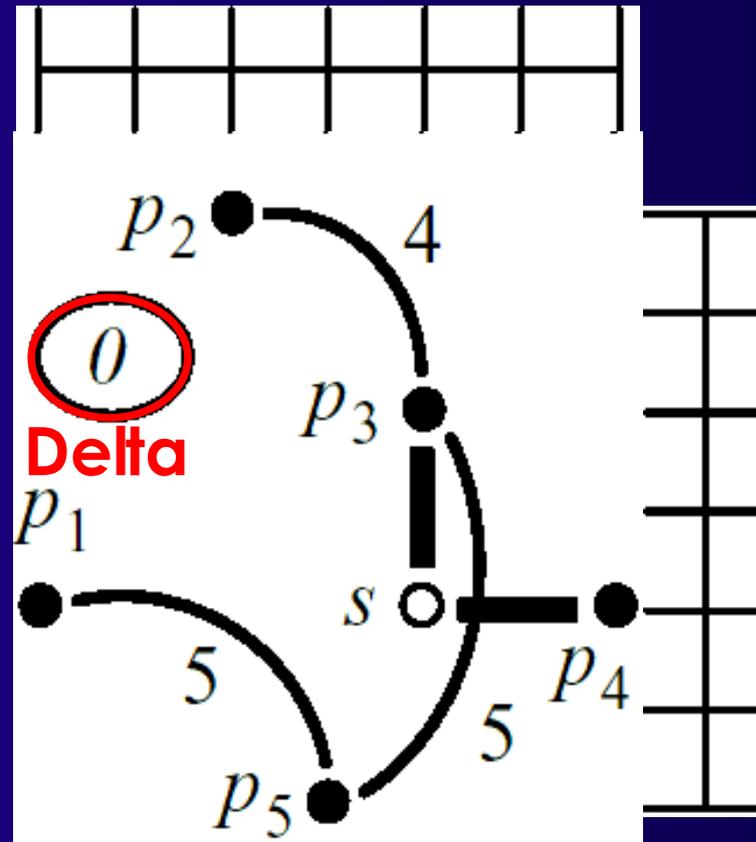
Anbinden an den zweiten  $s$  benachbarten Punkt  $p_4$  im  $E$



Auch festgelegte Führung und Erhöhung der Länge, Zyklus

# Beispiel Schritt 5

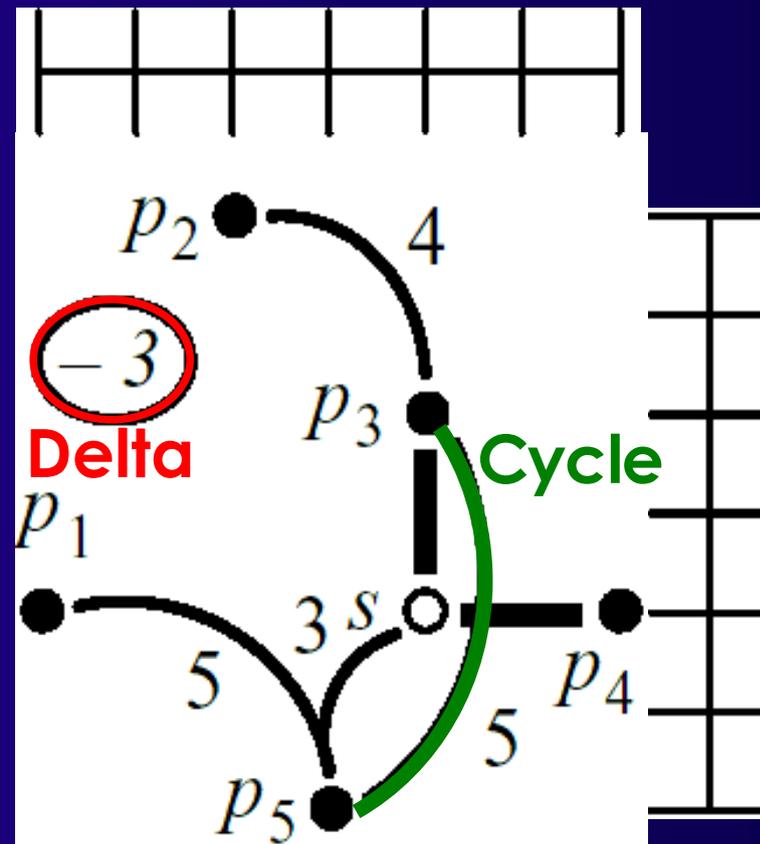
Entferne längste Kante  $d(\{p_4, p_3\})=4$  aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 4

# Beispiel Schritt 6

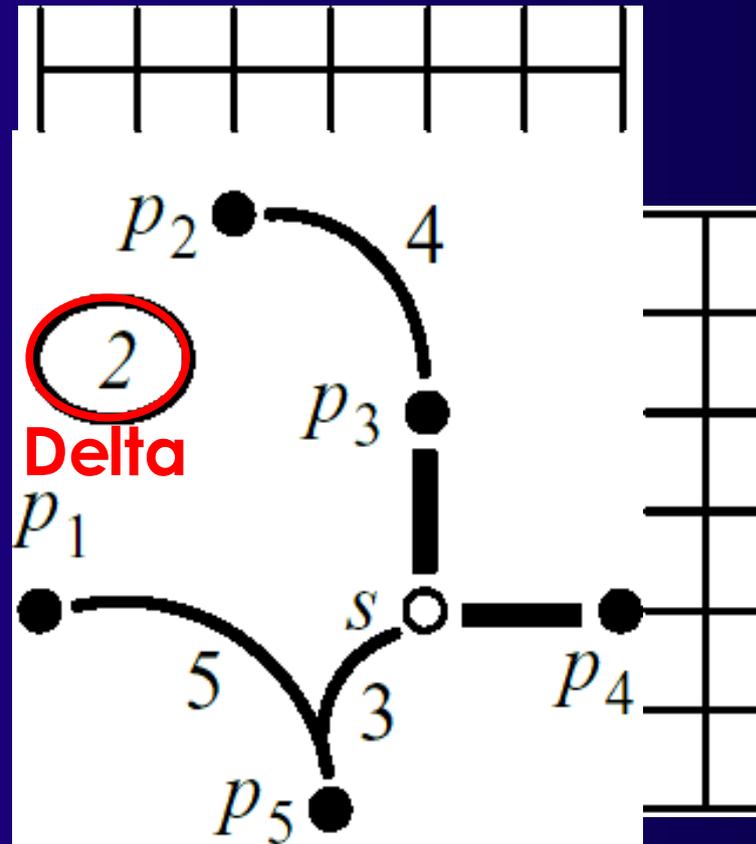
Anbinden an den dritten  $s$  benachbarten Punkt  $p_5$  im  $S$



Noch keine feste Führung, Gesamtlänge erhöht sich, Zyklus  
-  $s$  und  $p_5$  nicht auf derselben Rasterlinie

# Beispiel Schritt 7

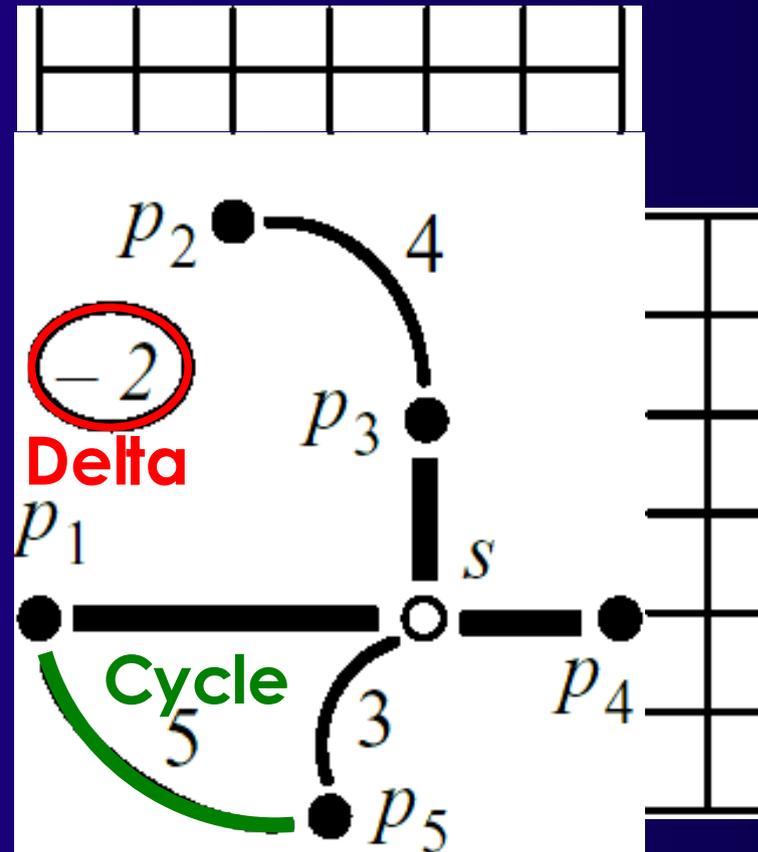
Entferne längste Kante  $d(\{p_5, p_3\})=5$  aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 5

# Beispiel Schritt 8

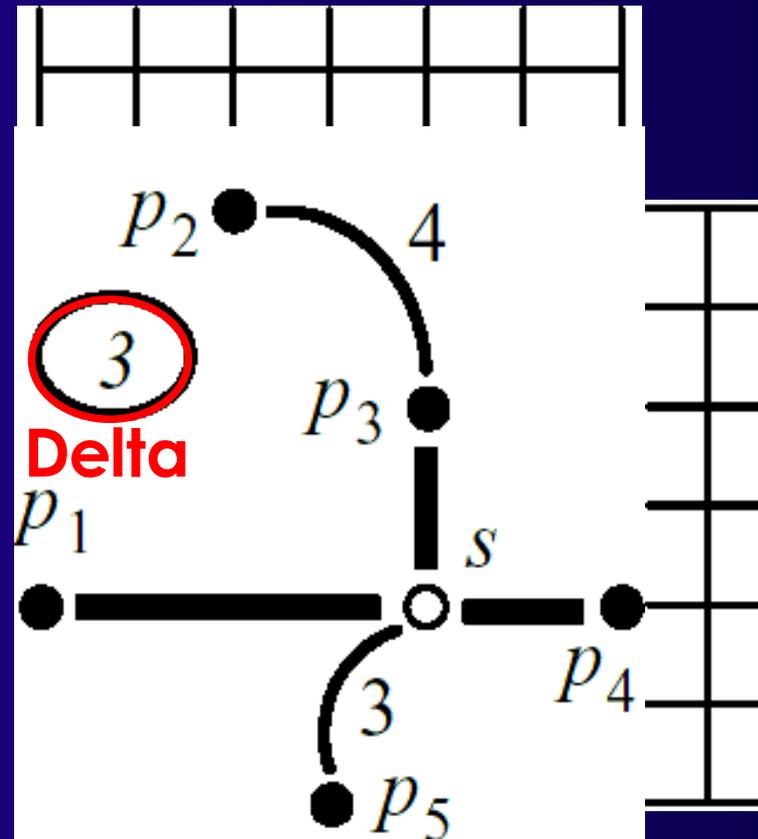
Anbinden an den vierten  $s$  benachbarten Punkt  $p_1$  im  $W$



Feste Führung, Gesamtlänge erhöht sich, Zyklus

# Beispiel Schritt 9

Entferne längste Kante  $d(\{p_5, p_1\})=5$  aus Zyklus



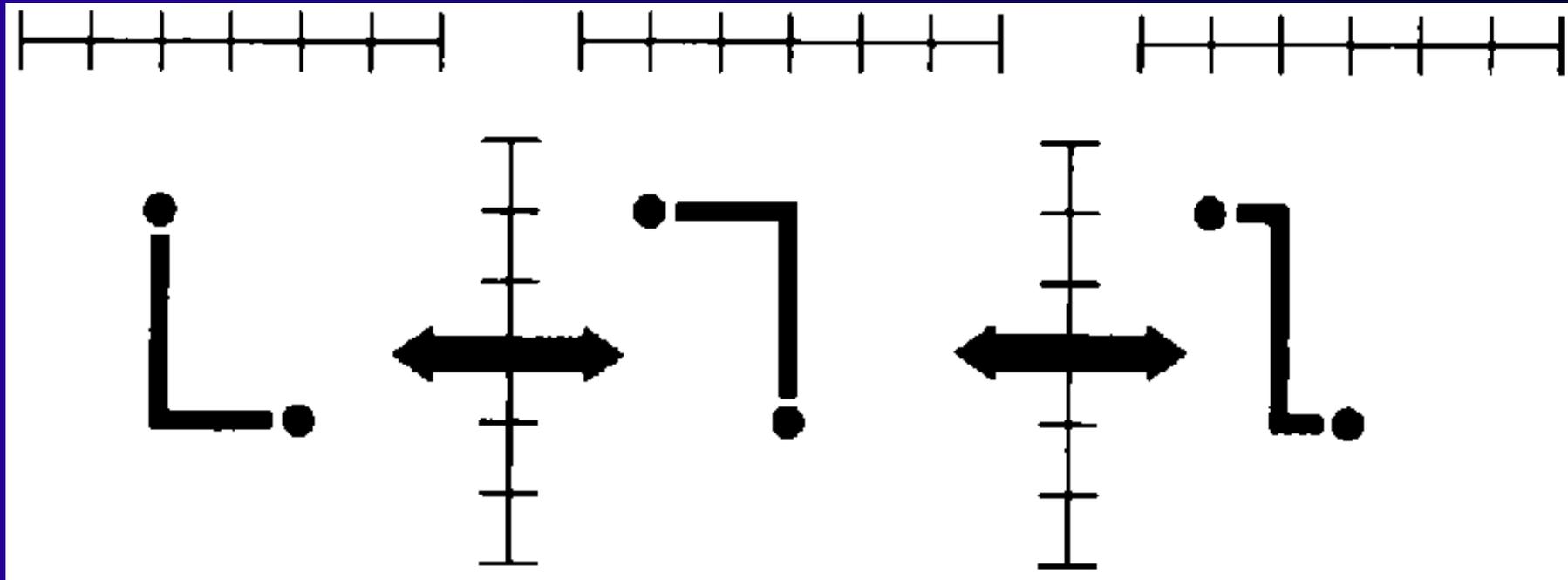
Gesamtlänge verkürzt sich nun um 5, Gesamtgewinn ist 3

- **spanningUpdate()**
  - 4x `closestPoint()`:  $O(n)$
  - `hasCycle()`: DFS mit History,  $O(n)$
  - `findLongestCycleSegment()`: History,  $O(n)$
  - ⇒ Gesamt:  $O(n)$
- **Anzahl Hanan-Punkte:  $O(n^2)$**
- **oneSteiner() Gesamt:  $O(n^3)$**
- **steiner() Gesamt:  $O(n^5)$**
  
- **Im Durchschnitt aber besser**
  - z.B. `oneSteiner()` nur 2x aufgerufen bei  $n=40$
  - ⇒  $O(n^3)$

# Beseitigen von Verstopfungen

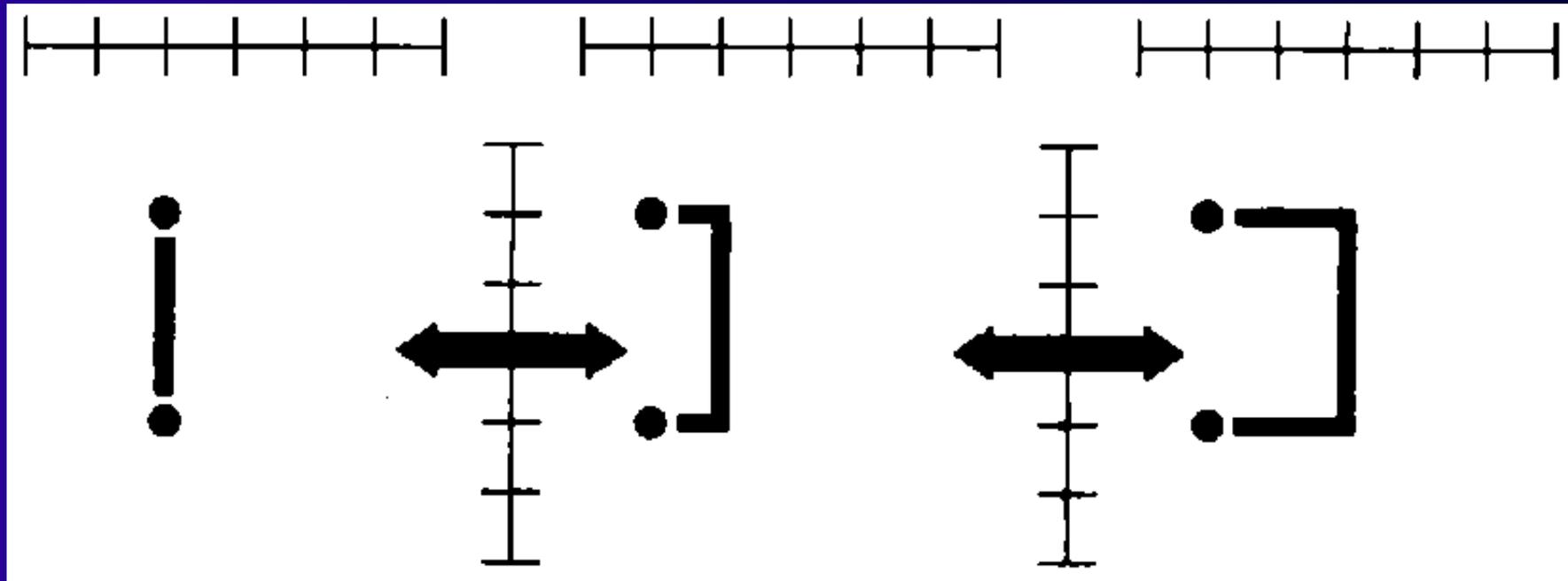
- **Bisher unabhängige RSMTs: Einer je Netz**
  - Ähnlich dem ersten Durchgang bei PathFinder
- **Nachfrage nach V-Feedthroughs**
  - Bestimmen
  - Stark verstopfte Stellen entlasten
- **Lokale Transformation der einzelnen RSMTs**
  - Kontrolliert durch eigene Optimierung
    - ◆ Z.B. Simulated Annealing oder Nachbarsuche

# Lokale Transformation 1



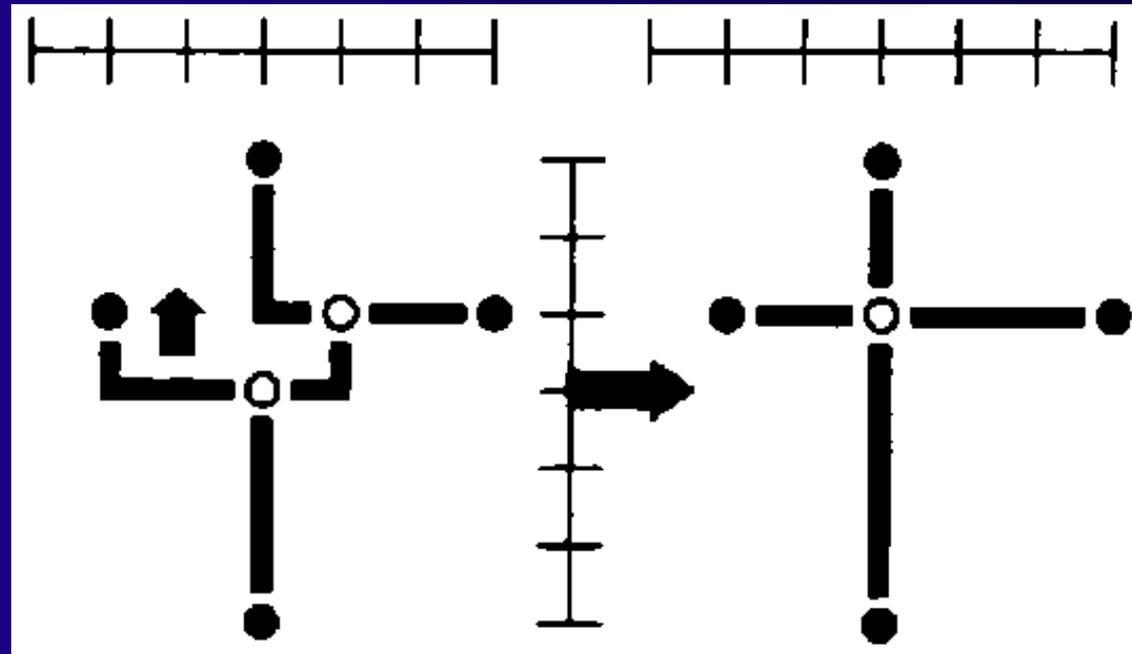
- Variiere konkrete Führung einer Kante
- Länge bleibt gleich

# Lokale Transformation 2



- Länge erhöht sich
  - Kann aber Gesamtkosten senken

# Lokale Transformation 3



## ■ Kompliziertere Verschiebung

- Vollständiges Entfernen von Steiner-Punkten

## ■ Im Notfall: Maze-Routing

- Nun bessere Umgebung

# Zusammenfassung

## ■ Yoeli's Robuster Router

- Beispiel für komplexere Heuristik
  - ◆ Regeln
  - ◆ Ausführliches Beispiel

## ■ Globalverdrahtung

- Abhängig von Zieltechnologien

## ■ Steiner-Bäume

- ◆ Optimierungsziele

## ■ Routing in Slicing-Floorplans

- ◆ CDP, COP

## ■ Globale Verdrahtung für Standardzellen

- Konstruktion von Steiner-Bäumen
- Lokale Optimierung