

# Algorithmen im Chip-Entwurf 10

## Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

Andreas Koch  
FG Eingebettete Systeme  
und ihre Anwendungen  
TU Darmstadt

Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

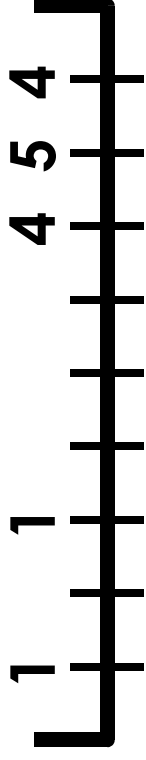
# Überblick

- **Wiederholung**
  - H- und V-Einschränkungen
- **Kanalverdrahtung**
  - Yoeli's Robuster Router
  - Beispiel
- **Globale Verdrahtung**
- **Konstruktion von Steiner-Bäumen**
- **Zusammenfassung**

# Kanalverdrahtung 1

- Verdrahtung von Netzen in rechteckigem Kanal

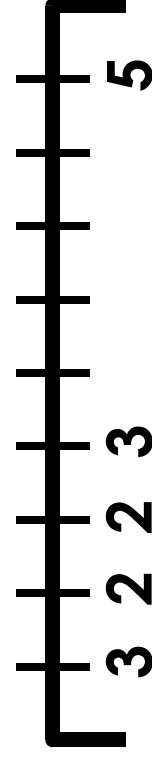
Feste Terminals



1, 3



Bewegliche  
Terminals

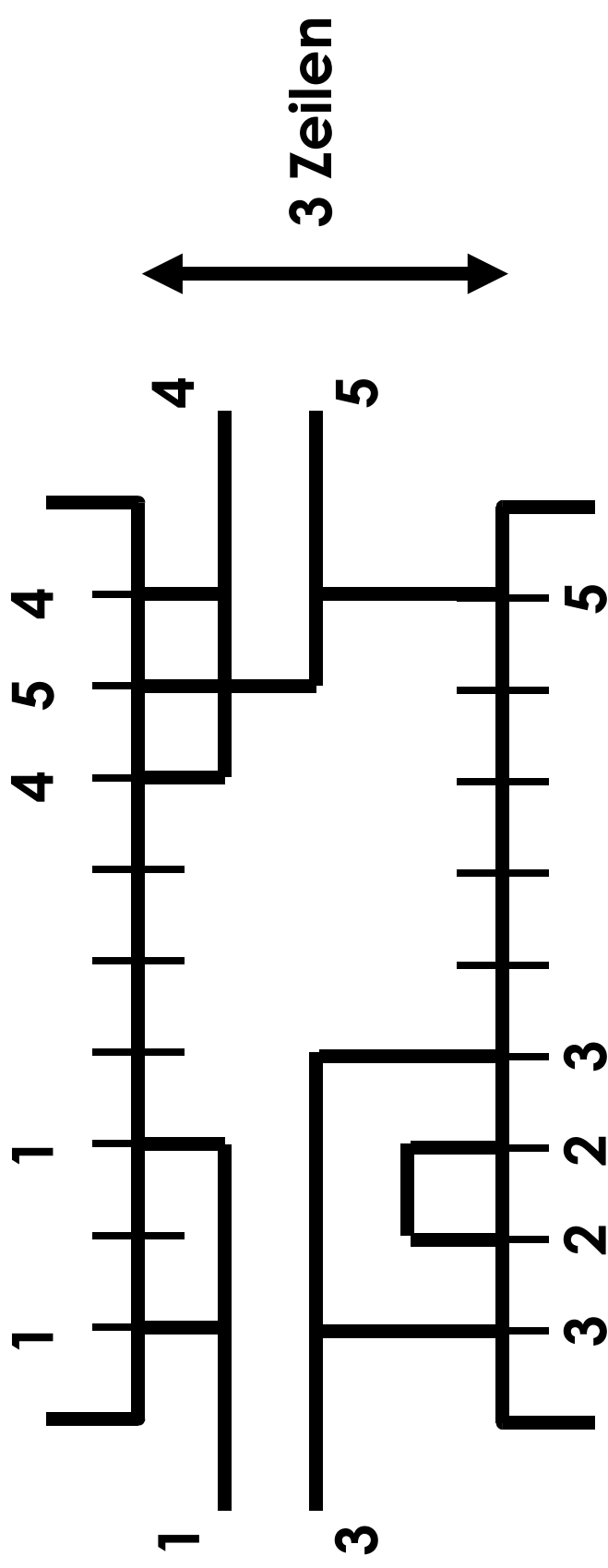


4, 5

- Ziel: min. Fläche, (min. Länge, min. Vias)

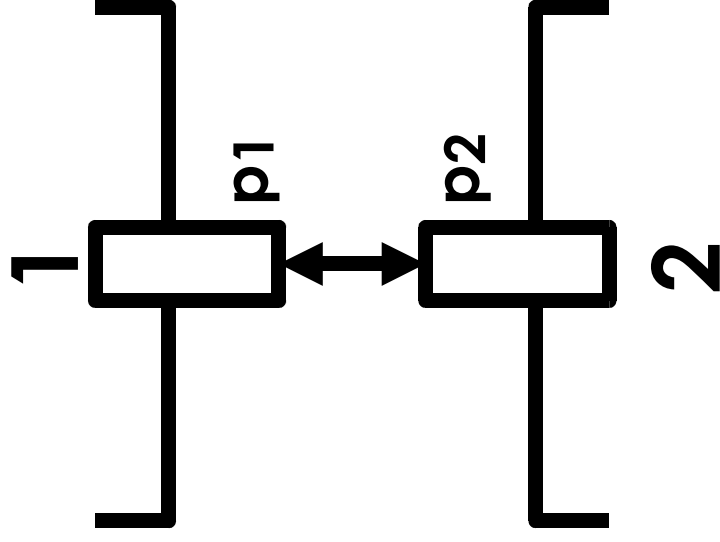
# Kanalverdrahtung 2

- Beispiel gelöst im klassischen Modell



# Vertikale Einschränkungen

- Zwei gegenüberliegende Terminals
  - Oberes Segment in den Kanal muß über unterem Segment in den Kanal liegen
  - ◆ Sonst Kurzschluß



Vertical  
Constraint  
Graph (VCG)

# Horizontale Einschränkungen

- **Im klassischen Modell**
  - Keine Überlappung zwischen H-Segmenten
  - verschiedene Netze in gleicher Zeile
  - Sonst Kurzschluß

## → Horizontale Einschränkung

- **Falls keine vertikalen Einschränkungen**
  - Keine gegenüberliegenden Terminals
  - Lösung durch Left-Edge Algorithmus (1971)
- **Was tun bei H+V Einschränkungen?**
  - NP-vollständig!

# Robuster Kanal-Router 1

- **Heuristik (Yoeli 1991)**
- **Algorithmus**
  - Iteriert über alle Zeilen im Kanal
  - Verkleinert Problem mit jeder Iteration
  - Wechselt zwischen oberster / unterster Zeile
    - ◆ Arbeitet sich zur Kanalmitte vor
  - **Zwei Phasen**
    - ◆ Berechnen von Gewichten für Netze
      - ◆ Wie gut wäre aktuelle Zeile für Netz?
    - ◆ **Selektion von Untermenge mit maximalem Gewicht**
      - ◆ Heuristik bei Verletzung vertikaler Einschränkungen

# Robuster Kanal-Router 2

- Berechnung der Gewichte  $w_i$  für Netz  $i$
- Falls  $i$  Spalten der maximalen Dichte überspannt,  
 $w_i += B$  ( $B$  groß)
- ◆ Erwartete Verringerung der max. Dichte, unabhängig von Seite (steepest descent)
- Falls  $i$  ein Terminal auf der aktuellen Seite (oben / unten) auf Spalte  $x$  hat,  
 $w_i += d(x)$  (für alle Spalten  $x$ )
- ◆ Bevorzuge Netze mit Terminals auf aktueller Seite
- Für alle Spalten  $x$  bei denen eine vertikale Einschränkung verletzt würde,  
 $w_i -= K d(x)$  ( $5 \leq K \leq 10$ )
- ◆ Bestrafe verletzte Einschränkungen



# Robuster Kanal-Router 3

- Regeln typisch für Heuristiken
- Robust
  - Unempfindlich gegen kleine Änderungen
- Nach Bestimmung der Gewichte
  - Finde Netz-Untermenge mit maximalem Gewicht, die in selbe Zeile passen
    - ◆ Ohne Verletzung horizontaler Einschränkungen
  - Verwendet Intervallgraph
    - ◆ Kante zwischen Knoten überlappender Intervalle

# Robuster Kanal-Router 4

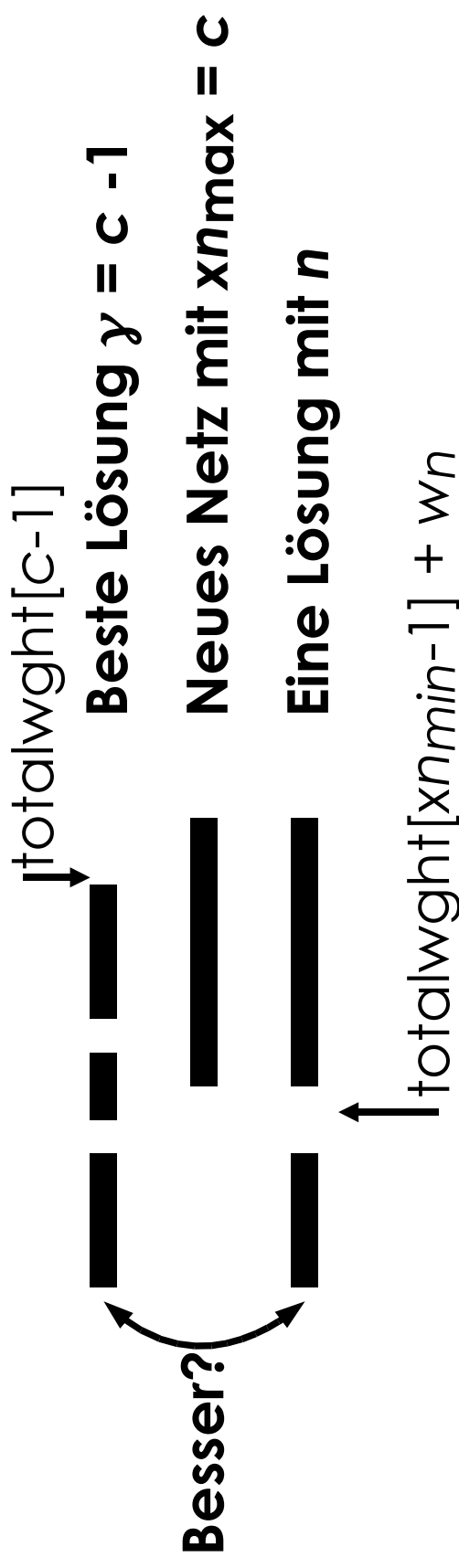
- **Unabhängige Menge**
  - Menge unverbundener Knoten
- **Also gesucht:**
  - **Unabhängige Mengen maximalen Gewichts**
    - ◆ Im allgemeinen NP-vollständig
    - ◆ Aber für Intervallgraphen in P !
- **Vorgehensweise**
  - **Dynamic Programming**
  - **Konstruiere optimale Lösung aus Teillösungen**
    - ◆ Komplexitätsparameter  $\gamma$ :  $1 \leq \gamma \leq \text{Kanallänge}$

# Robuster Kanal-Router 5

- $\gamma$  = Spalte  $c$
- Betrachte nur Netze mit rechtem Ende  $\leq c$
- **Beispiel**
  - $i_1=[1,4], i_2=[12,15], i_3=[7,13], i_4=[3,8], i_5=[5,10], i_6=[2,6], i_7=[9,14]$
  - $\gamma = 0, \gamma = 1, \gamma = 2, \gamma = 3: \emptyset$
  - $\gamma = 4, \gamma = 5: \{i_1\}$
  - $\gamma = 6, \gamma = 7: \{i_1, i_6\}$
  - $\gamma = 8: \{i_1, i_6, i_4\}$
  - ...

# Robuster Kanal-Router 6

- Bestimme Lösung  $\gamma=c$  aus Lösung  $\gamma < c$ 
  - Altes Maximalgewicht *plus*
    - Netz  $n$  mit rechtem Ende in Spalte  $c$
    - ◆ Es ex. max. zwei solcher Netze (Term. oben / unten)
  - $n$  Teil der optimalen Lösung, falls
    - ◆ Gewicht von  $n$  plus Gewicht bestehender Netze ohne Überlappung mit  $n \geq \max$ . Gewicht ohne  $n$



# Robuster Kanal-Router 7

- Für Spalte  $c$  ausgewähltes Netz merken
  - In `selected_net[c]`
  - Kann leer sein ( $=0$ , kein neues dazugekommen)
  - Letztes ( $=$ rechtes) Netz immer in Lösung
  - Dann nach links suchen
    - ◆ Nach nicht-überlappendem Netz
  - Wiederhole bis linker Rand erreicht!
- Beispiel: ...,  $i_2=[5,9]$ ,  $i_3=[4,6]$ , ...,  $i_7=[1,3]$ , ...  

$c=$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$s_n[c]=$	0	0	7	0	0	3	0	0	2

  - $i_2$  in Lösung, überspringe  $i_3, i_7$  in Lösung

# Robuster Kanal-Router 8

- **Annahme:  $d_{\max}$  Durchgänge reichen**
  - Wäre dann optimale Lösung
- **Iteration**
  - ◆ Gewichtsrechnung
  - ◆ Konstruiere
    - ◆ Maximal-gewichtige unabhängige Menge
- **Aber:**
  - Nur Versuch der Vermeidung von V-Konflikten
    - ◆ Keine Garantie!

# Robuster Kanal-Router 9

- Falls V-Konflikt unvermeidbar
    - Entferne ein oder mehrere Netze
      - ◆ Welche?
      - ◆ Heuristik!
    - Verdrahte Netz(e) mit Maze-Routing
      - ◆ Gute Umgebung: Viele Hindernisse!
    - Rip-up and Reroute
  - Auch hier: Keine Garantie
- Erneuter Durchlauf mit zusätzlicher Zeile
- $d_{\max}$  war nur untere Schranke für Zeilenzahl
- Ggf. auch zusätzliche Spalte

# Robuster Kanal-Router 10

```
robust_router(placed_netlist N) {
  set<int> row;
  seq<set<int>> S;
  int[channel_width+1] totalwght, selected_net;
  bool top;
  int height, c, r, i;
  top := true;
  height := N.dmax();
  for (r := 1; r ≤ height; ++r) {
    forall "Netze i in netlist N"
      wi := i.compute_weight(N, top);
      totalwght[0] := 0;
      for (c:=1; c ≤ channel_width; ++c) {
        selected_net[c] := 0;
        totalwght[c] := totalwght[c-1];
        if (n = "Netz mit rechtem Term. oben in Spalte c") {
          if (wn + totalwght[xnmin-1] > totalwght[c]) {
            totalwght[c] := wn + totalwght[xnmin-1];
            selected_net[c] := n;
          }
        }
        if (n = "Netz mit rechtem Term. unten in Spalte c") {
          if (wn + totalwght[xnmin-1] > totalwght[c]) {
            totalwght[c] := wn + totalwght[xnmin-1];
            selected_net[c] := n;
          }
        }
      }
  }
}
```

```
row := ∅;
c := channel_width;
while (c > 0)
  if (selected_net[c] != 0) {
    n := selected_net[c];
    row := row ∪ {n};
    c := xnmin - 1;
  } else
    --c;
S.append(row);
top := !top;
N := "N ohne Netze in row";
}
"Maze-Routing bei V-Konflikten"
```

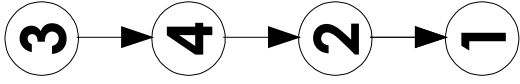
■ **Ggf. Wiederholung mit**

- **Erhöhter Breite**
- **Erhöhter Länge**

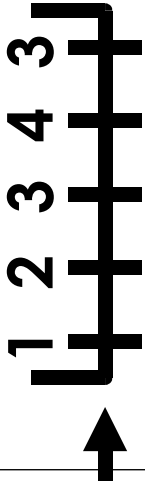


# Robuster Kanal-Router 11

VCG



1 2 3 4 5



$$w_1 = (0) + (1) + (-5 \cdot 2) = -9$$

$$w_2 = (1000) + (2) + (-5 \cdot (2+3)) = 977$$

$$w_3 = (1000) + (2+2) + (-5 \cdot 0) = 1004$$

$$w_4 = (1000) + (3) + (-5 \cdot 2) = 993$$

$$\text{totalwght}[1]=0$$

$$\text{totalwght}[2]=\max(0,0-9)=0$$

$$\text{totalwght}[3]=0$$

$$\text{totalwght}[4]=\max(0,0+977)=977$$

$$\text{totalwght}[5]=\max(977,0+1004,0+993)=1004 \quad \text{sel}[5]=3$$

$$\text{sel}[1]=0$$

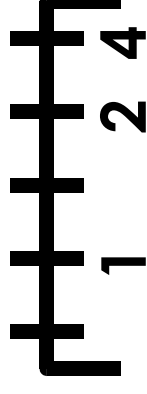
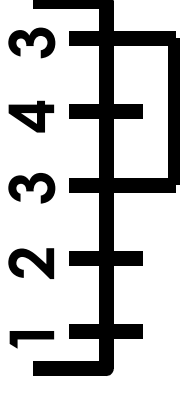
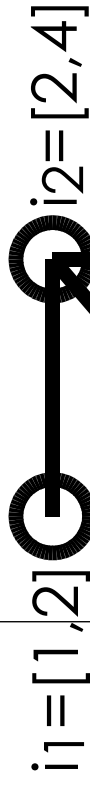
$$\text{sel}[2]=0$$

$$\text{sel}[3]=0$$

$$\text{sel}[4]=2$$

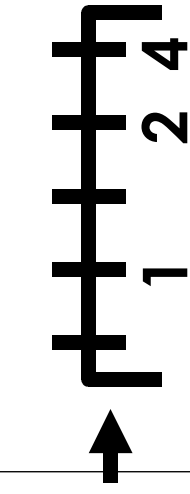
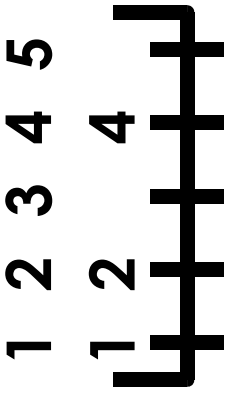
x 1 2 3 4 5

d(x) 1 2 2 3 2



# Robuster Kanal-Router 12

VCG



$x$  1 2 3 4 5  
 $d(x)$  1 2 1 2 1

$$w_1 = (1000) + (2) + (-5 \cdot 0) = 1002$$

$$w_2 = (1000) + (2) + (-5 \cdot 2) = 992$$

$$w_4 = (1000) + (1) + (-5 \cdot 2) = 991$$

$$\text{totalwght}[0]=0 \quad \text{sel}[0]=0$$

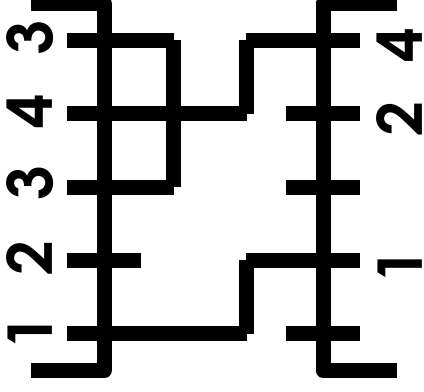
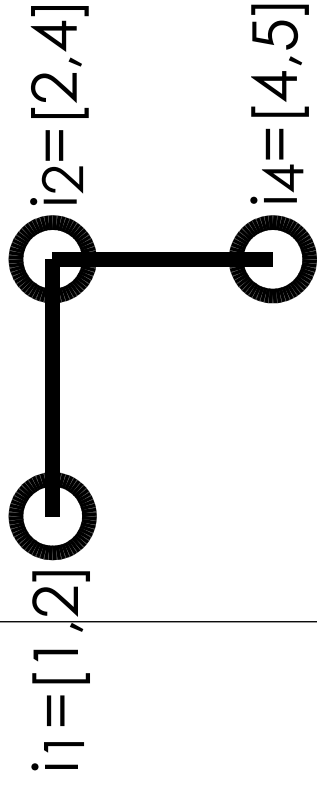
$$\text{totalwght}[1]=0 \quad \text{sel}[1]=0$$

$$\text{totalwght}[2]=\max(0,0+1002)=1002 \quad \text{sel}[2]=1$$

$$\text{totalwght}[3]=1002 \quad \text{sel}[3]=0$$

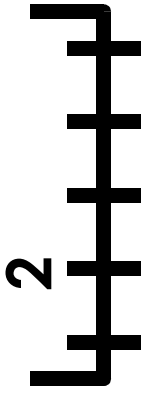
$$\text{totalwght}[4]=\max(1002,0+992)=1002 \quad \text{sel}[4]=0$$

$$\text{totalwght}[5]=\max(1002,1002+991)=1993 \quad \text{sel}[5]=4$$



# Robuster Kanal-Router 13

1 2 3 4 5    ■ Trivial: Netz 2 in Zeile 2



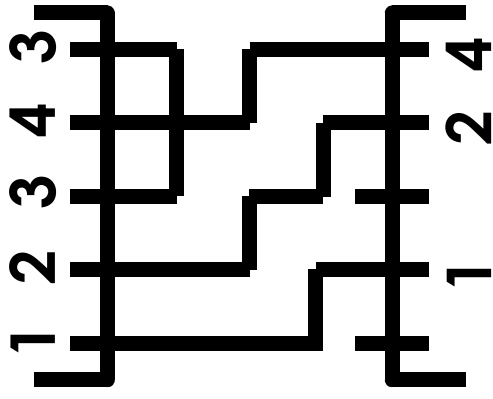
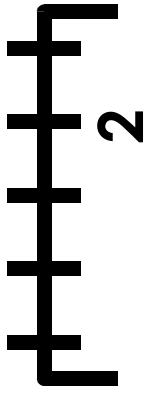
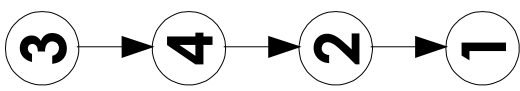
■ Kombinierte Lösung

● V-Konflikt:

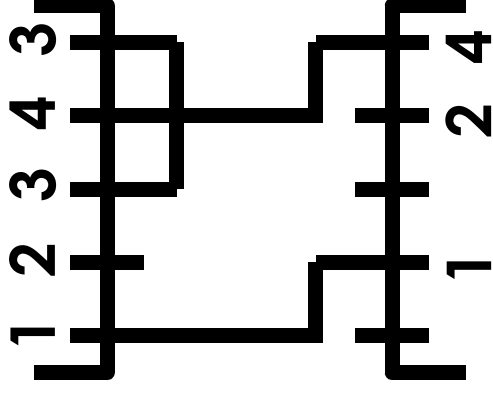
◆ 1. Zeile: Netz 3

◆ 2. Zeile: Netz 2

◆ 3. Zeile: Netz 1, Netz 4



rip-up &  
reroute



# Überblick Globalverdrahtung

- Wo kommen die Terminalpositionen her?
- Globalverdrahtung
  - Problem
  - Modellierung
  - Vorgehensweisen
- Algorithmus
  - Für Standardzellen
  - Steiner-Bäume
    - ◆ Konstruktionsheuristik
    - ◆ Optimierung

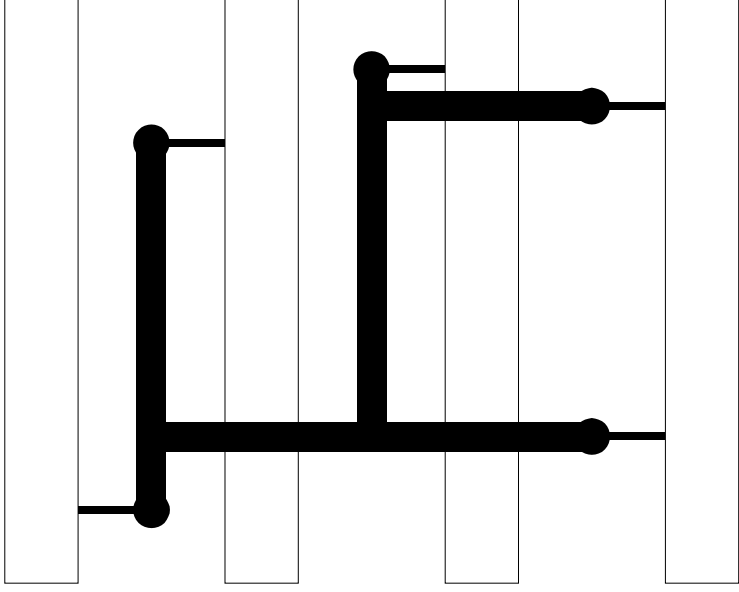
# Globale Verdrahtung 1

- **Im Entwurfsfluß**
  - Nach Platzierung
  - Vor lokaler Verdrahtung
- **Verteilt Signale auf Kanäle**
  - Führung innerhalb der Kanäle bleibt offen
- **Optimiert auf**
  - Minimale Fläche
  - Einhalten der Zeitvorgaben
- **Hängt von Zieltechnologie ab**

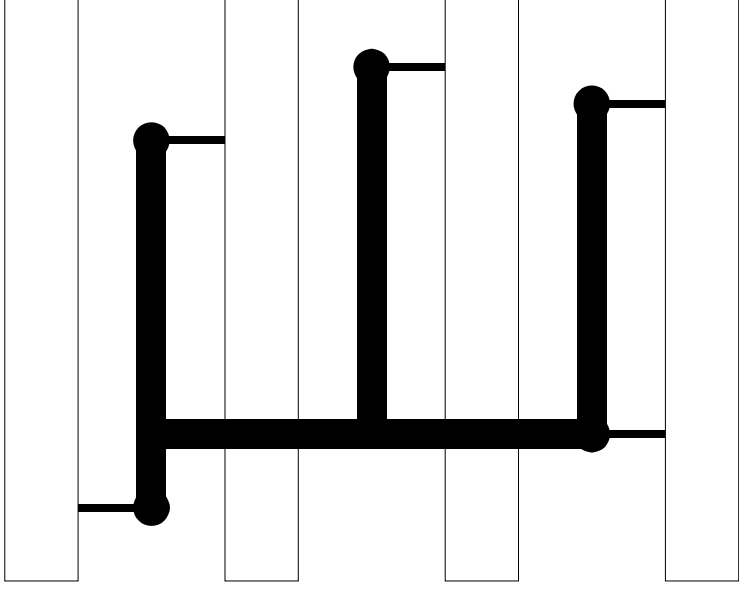
# Globale Verdrahtung 2

- Hier: Im Standardzellen-Entwurf
- Alle Terminals eines Netzes an einem Kanal?
  - Falls ja: Nur lokale Verdrahtung erforderlich
- Sonst: Globale Verdrahtung
  - Trennt Netz auf einzelne Kanäle auf
  - Übergang zwischen Kanälen
    - ◆ Reservierte Verdrahtungsebenen
    - ◆ Feedthroughs einfügen (beeinflusst Platzierung)
    - ◆ Vorgegebene Feedthrough-Leitungen allozieren
  - Idee: Rechtwinkliger Minimaler Steiner Baum (RSMT)
    - ◆ Ggf. höhere Kosten für vertikale Segmente (feedthroughs)
    - ◆ Wenn begrenzte Ressource

# Globale Verdrahtung 3



**Rechtwinkliger Steiner-Baum  
mit minimaler Länge**



**Rechtwinkliger Steiner-Baum  
mit minimalen Übergängen**

# Globale Verdrahtung 4

- **RSMT nicht immer beste Lösung**
  - Neben Länge zu berücksichtigen:
    - ◆ Begrenzte Anzahl von Feedthroughs
    - ◆ Zeitvorgaben (timing-driven)
      - ◆ Kritische Netze kurz halten
  - Nur durch Gewichtung der Kosten möglich
    - ◆ Ungenau
- **Bessere Verzögerungsmodelle**
  - Nur Verdrahtungslänge ungenau
    - ◆ Widerstand und Kapazität zusammengeworfen
  - Besser
    - ◆ R, C getrennt für einzelne Segmente
    - ◆ Bewährt: Elmore-Modell
      - ◆ Auch in VPR verwendet
- **Andere Verfahren**
  - Multicommodity Flow, Pattern-based, Hierarchical



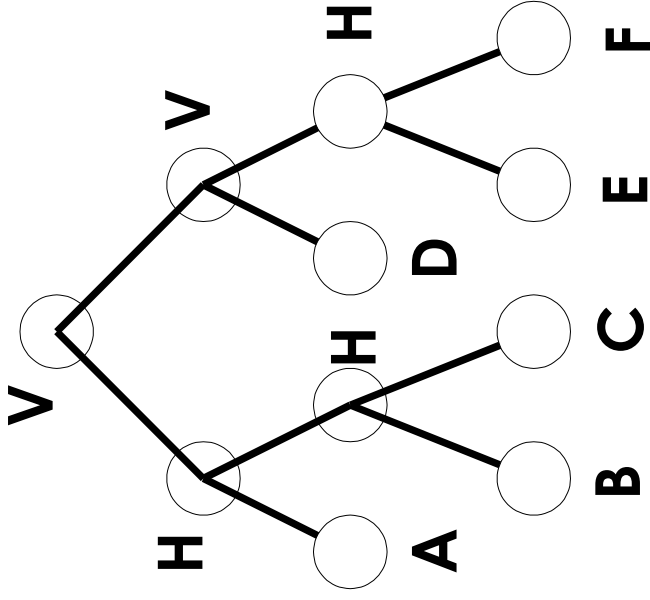
# Globale Verdrahtung 5

- **Bei unidirektionaler Sicht**
  - 1 Quelle / n Senken
- **Mögliche Teiloptimierungsziele**
  - Kurzer Weg zu kritischer Senke
  - Gleich lange Wege (kleiner skew)
    - ◆ Verdrahtung von Takt-Leitungen (H-Trees)
- **Gesamtziel**
  - Minimiere Verdrahtungsfläche
  - Schätze Kanalbreiten ab

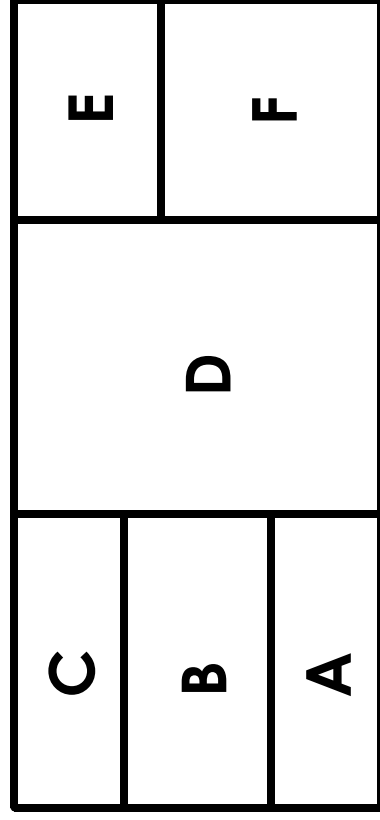
# Globale Verdrahtung 6

- **Hier: Building-Block Layout**
- **Komplizierter**
- **Irreguläre Freiflächen zwischen Zellen**
  - Was sind überhaupt die Kanäle?
- **Wie Flächen in Kanäle aufteilen?**
  - Channel Definition Problem (CDP)
- **Kanäle in welcher Reihenfolge verdrahten?**
  - Channel Ordering Problem (COP)

# Exkurs Slicing Floorplans



- Darstellung durch Slicing Tree
  - Knoten sind Schnitte oder Blattzellen
  - Schnitte nach Richtung getrennt
    - ◆ V: Linker Unterbaum LINKS von rechtem
    - ◆ H: Linker Unterbaum UNTER rechtem

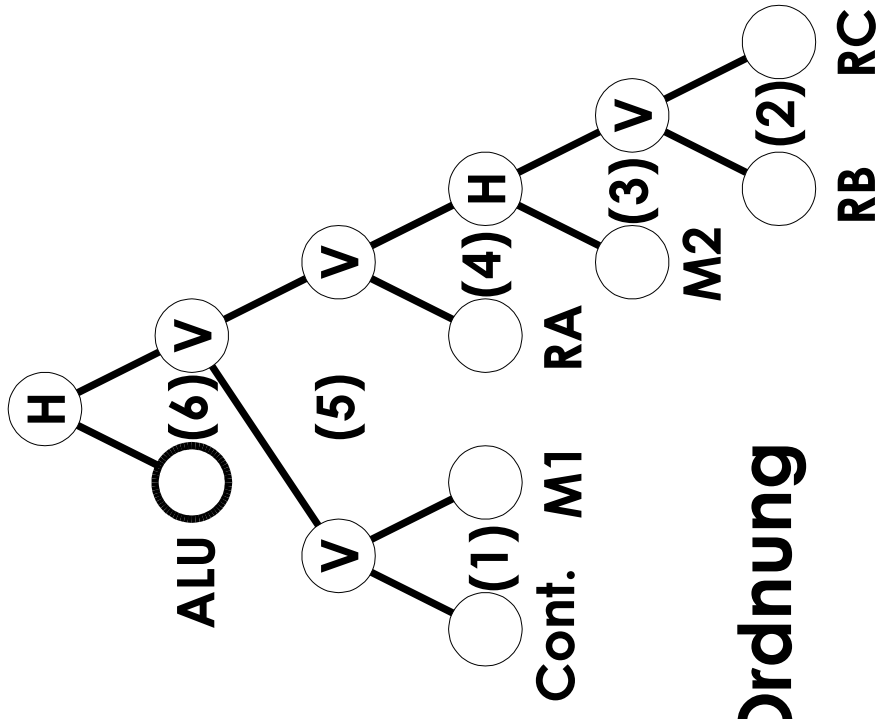
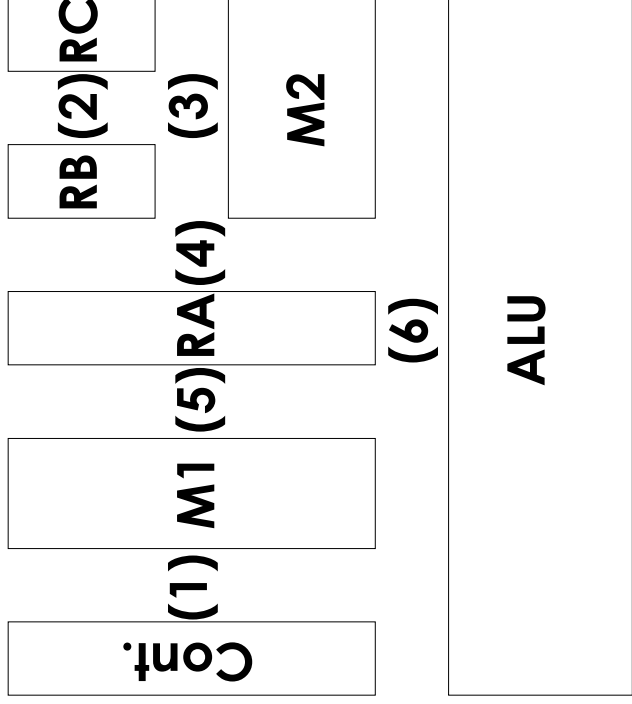


- Wird erzeugt z.B. bei Platzierung mit MinCut
  - Hier aber allgemeiner!

# Globale Verdrahtung 7

- Für Slicing Floorplan: Einfach zu lösen
- CDP
  - Schnittlinien sind Kanäle
  - Kanalform abhängig von Reihenfolge
  - Festgelegt im Channel Ordering Problem
- COP
  - Grundlage ist Slicing Tree
  - DFS mit Post-Order Traversal
    - ◆ Numerierte bearbeitete Knoten aufsteigend
    - ◆ V-Schnitt: V-Kanal, L=Ober/Unterkante der Zellen
    - ◆ H-Schnitt: H-Kanal, L=linke/rechte Seite der Zellen

# Globale Verdrahtung 8



- CDP via Schnittrichtung, Ordnung
- COP via Slicing Tree
  - Post-Order DFS
  - Reihenfolge für Kanalverdrahtung

# Globale Verdrahtung 9

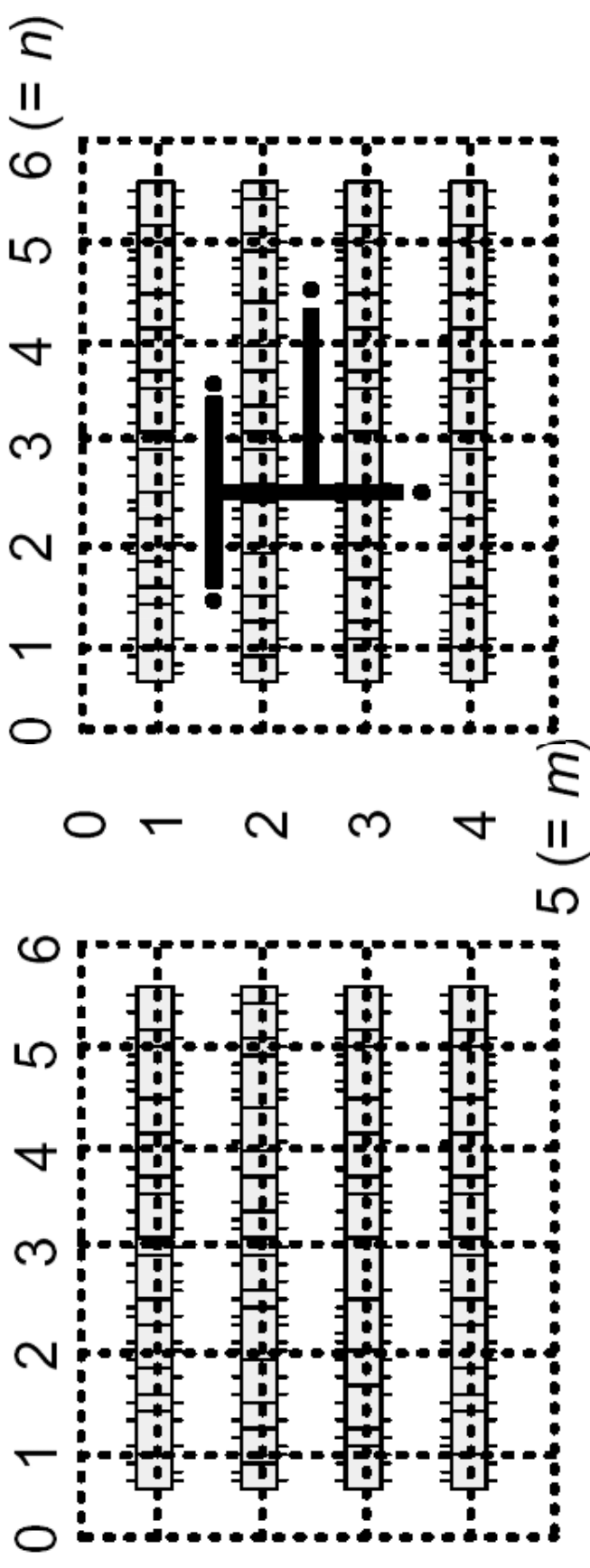
- **Bei Non-Slicing Floorplans**
  - **Reine Kanalverdrahtung nicht ausreichend**
  - **Braucht**
    - ◆ **Switchbox Router**
    - ◆ **Dreiseitige Kanal-Router**
      - ◆ Nur eine Kanalseite hat bewegliche Terminals
      - ◆ Verdrahtungsfläche ist fest (ähnl. Switchbox)
  
- **Nach Lösung des CDP: Steiner-Baum**
  - **In der Regel keine Feedthroughs**
  - **Verdrahtung nur in den Kanälen**
    - ◆ **Sehe Kanäle als Kanten in Graph an**
    - ◆ **Löse Graphen-Version des minimalen Steiner-Baumes**

# Zwischenstand

- **Kanalverdrahtung**
  - **Alle Terminals angrenzend an einem Kanal**
  - **Nun auch mit H- und V- Einschränkungen**
  - **Leitungsführung auf Zeilenebene in Kanal**
- **Globalverdrahtung**
  - **Terminals an verschiedenen Kanälen**
    - ◆ **Standardzellen**
  - **Leitungsführung auf Kanalebene**
  - **Nicht auf Zeilenebene**
  - **Teilweise erforderlich (building block layout)**
    - ◆ **Festlegen von Kanälen überhaupt (CDP)**
    - ◆ **Festlegen der Bearbeitungsreihenfolge (COP)**
    - ◆ **Einfach machbar bei Slicing Layouts**

# Modellierung 1

- Für Standardzelltechnologie
- Modellierung der Baum-Geometrie



$m \times n$  Matrix

Eingebetteter Baum

V-Abstand variabel

Verschmolzene Terminals



# Modellierung 2

- **Lokale vertikale Dichte  $d_v(i,j)$** 
  - Leitungen durch V-Segment  $i-1,j$  in Spalte  $j$
- **Lokale horizontale Dichte  $d_h(i,j)$** 
  - Leitungen durch H-Segment  $j-1,j$  in Zeile  $i$

■ **Kanaldichte**  $D_v(i) = \mathop{\text{max}}^n_{j=1} d_v(i, j)$

■ **Gesamtkanaldichte**

$$D_T = \sum_{i=1}^m D_v(i)$$

- **Ziel: Minimiere  $D_T$  mit  $d_h(i,j) \leq M_{ij}$** 
  - ◆  $M_{ij}$ : Verfügbare vertikale Feedthroughs im H-Segment  $j-1,j$  in Zeile  $i$

# Mögliche Vorgehensweisen

- ❶ **Variante von Lees Algorithmus**
  - Erhöhe Überquerungskosten je Segment
    - ◆ Nach jedem Netz
  - Probleme
    - ◆ Versagt bei Auswahl aus vielen gleich guten Routen
    - ◆ Qualität abhängig von Netzreihenfolge
- ❷ **Sequentieller Aufbau von RSMT je Netz**
  - Bestimme Kantenkosten aus  $d_v, d_h$ 
    - ◆ Umgehung von verstopften Gebieten während des Routings
    - ◆ Gute einzelne Routing-Ergebnisse
  - Qualität noch abhängig von Reihenfolge
- ❸ **Pseudo-simultanes Routing**
  - Konstruiere unabhängigen RSMT je Netz
    - ◆ Immer optimale Route, unabhängig von Reihenfolge
  - Korrigiere Verstopfung (congestion) später

# Variante

- **Hierarchische Vorgehensweise**
- **Beginne mit 2x2 Raster über gesamten Chip**
- **Löse globales Verdrahtungsproblem**
- **Für jeden der Quadranten**
  - **Unteraufteilung in eigenes 2x2 Raster**
  - **Löse globales Verdrahtungsproblem erneut**
- **Divide-and-Conquer Vorgehen**
- **Im Extremfall: Bis hin zu einzelnen Terminals**
  - **Erledigt komplette Verdrahtung**
  - **Inklusive Kanalverdrahtung**
- **Optimalitätsprinzip gilt aber nicht!**
  - **Leitungen aus Partition hinaus beeinflussen**
- **Unterentscheidungen**

# RSMT Problem

- **Rechtwinklige minimale Steiner-Bäume**
  - Nützlich zur Lösung von glob. Verdrahtungsproblemen
- **Gegeben**
  - $P = \{p_1, p_2, \dots\}$ : Punktmenge in der Ebene (2-D)
  - Distanzmetrik:  $|x_i - x_j| + |y_i - y_j|$  (=Manhattan-Distanz)
- **Gesucht**
  - Finde verbindenden Baum für Punkte in P
    - ◆ Mit minimaler Gesamtlänge!
  - Erlaube zusätzliche Punkte im Baum
    - ◆ Wenn sie zu kürzerer Gesamtlänge führen
    - ◆ Sogenannte „Steiner-Punkte“
- **Hier vernachlässigt**
  - Timing
  - Übersprechen

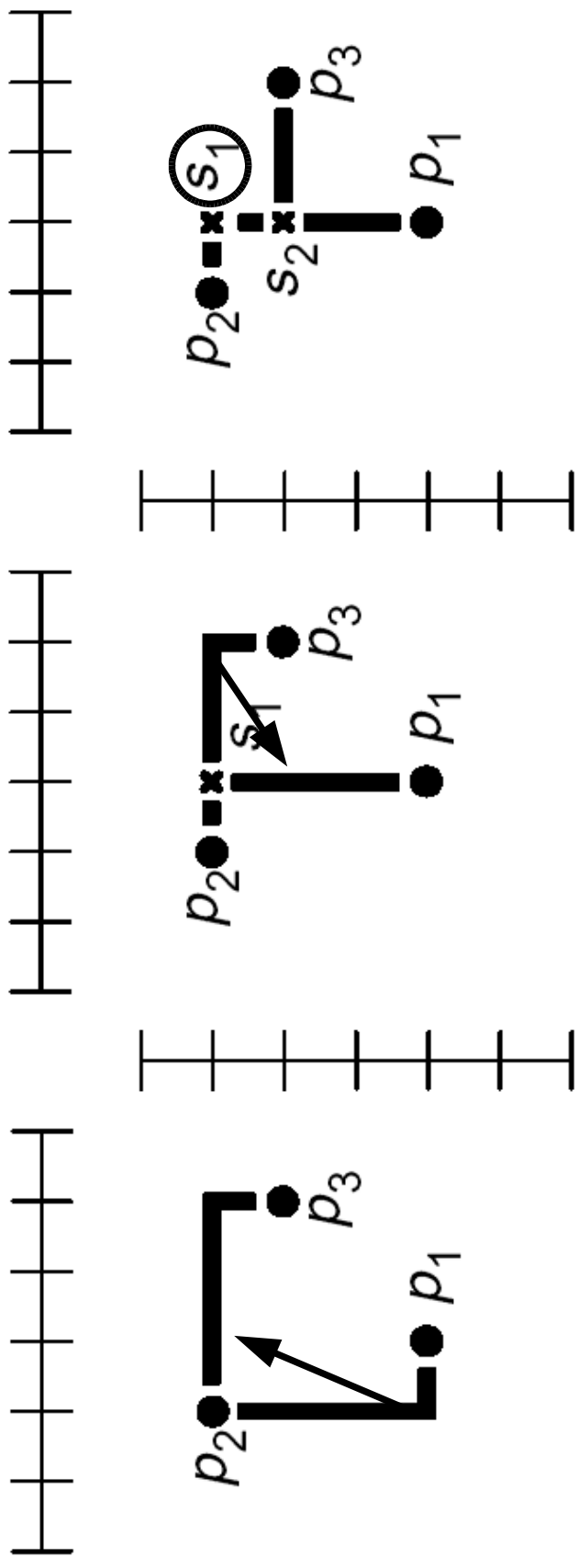
# Lösung

- **Exakt: NP-vollständig**
- **Approximieren durch MRST**
  - Minimaler rechtwinkliger aufspannender Baum
  - Prim's Algorithmus:  $O(n^2)$ 
    - ◆ Maximal 1.5x länger als echter Steiner-Baum
  - Idee: Hinterher Ergebnis verbessern
- **Ausblick: Neuere Heuristiken**
  - Verbesserter MRST max. 11/8x länger als RSMT
    - ◆ Fössmeier et al. 1997

# MRST Optimierung

## ■ Beispiel: Lokales Umlegen von L-Stücken

- Führt zu Steiner Punkten
- Ziel: Verschmelzen von Segmenten
  - ◆ Reduktion der Gesamtlänge



- Steiner-Punkte haben Grad  $\geq 3$ 
  - $s_1$  verschwindet (kein Steiner-Punkt mehr)

# Besser: MRST-Erweiterung

- **Vorteil: Nicht schlechter als 4/3x RSMT**
  - Auch wenn MRST schlechtestes Ergebnis liefert
    - ◆ Wenn MRST = 1.5x RSMT, verbesserter MRST  $\leq 1.33x$  RSMT
- **Beginnt mit MRST nach Prim**
- **Verfeinert dann schrittweise**
  - Nimmt jeweils einzelnen Punkt  $s$  zu  $P$  hinzu
    - ◆  $s$  ist also Steiner-Punkt
  - Wählt  $s$  dabei so, dass MRST ( $P \cup \{s\}$ ) minimal
  - Wird „1-Steiner-Baum-Problem“ genannt
- **Wiederhole!**
- **Liefert beweisbar gute Ergebnisse**
  - Kann aber keine optimale Lösung garantieren

# Algorithmus steiner

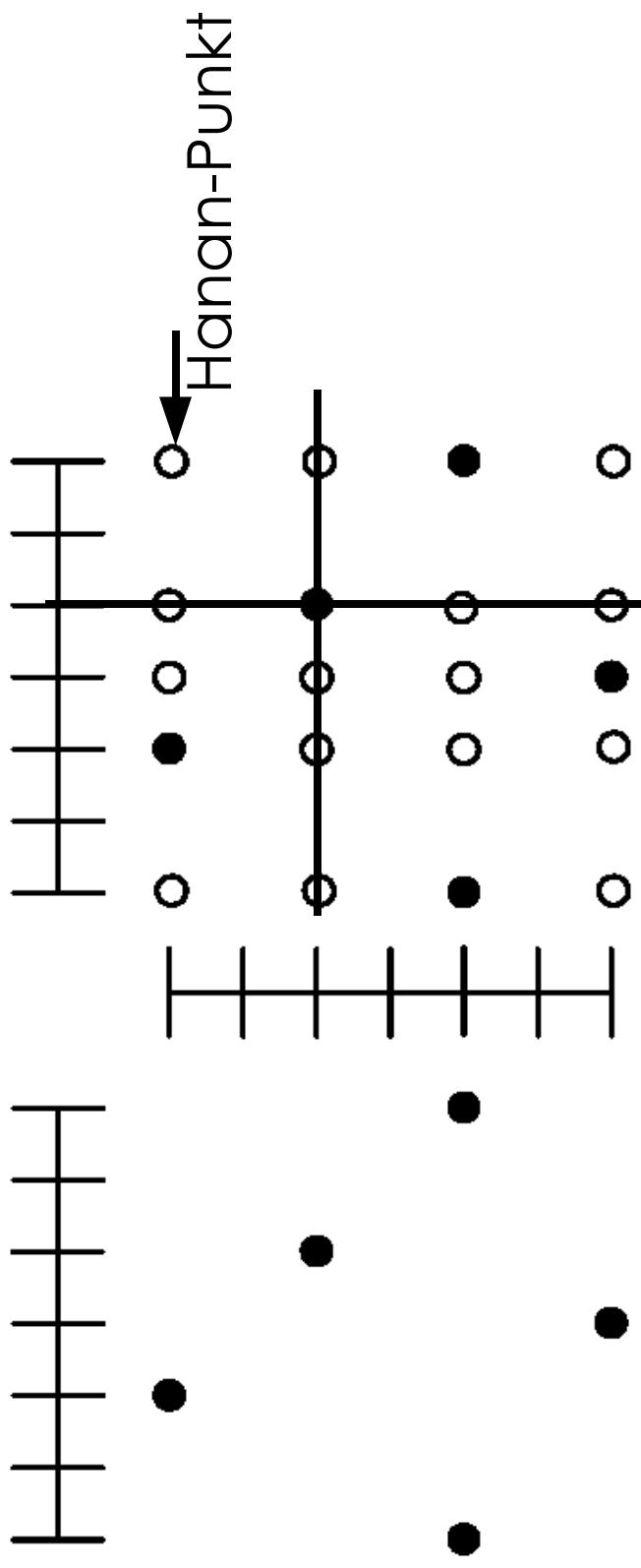
```
pair<set<vertex>,set<edge>>
steiner(set<vertex> P) {
    set<vertex> T;
    set<edge> E, F;
    int gain; // Längenverkürzung

    E = P.primMRST();
    (T,F,gain) = oneSteiner(P, E);
    while (gain > 0) {
        P = T;
        E = F;
        (T,F,gain) = oneSteiner(P, E);
    }
    return (P,E);
}
```



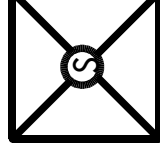
# 1-Steiner-Baum Konstruktion 1

- Wie den Punkt  $s$  bestimmen?
  - Alle Punkte ausserhalb von  $P$  ausprobieren
  - ... geht aber besser!
- Auf Hanan-Punkte beschränken (1966)
  - Hanan-Punkte liegen auf vorgegebenen Rasterlinien
  - Erlaubt trotzdem Finden des Optimums



# 1-Steiner-Baum Konstruktion 2

- Für Auswahl des besten Punktes  $s$ 
  - Immer wieder MRST ( $P \cup \{s\}$ ) via Prim bestimmen
    - ◆ Punkt mit kürzestem Baum wird genommen
  - Geht auch besser ...
- Inkrementelle Berechnung des MRST
  - Aus MRST ( $P$ ) hin zu MRST ( $P \cup \{s\}$ )
    - ◆ In linearer Zeit  $O(n)$ , mit  $n = |P|$
- Idee
  - Punkte im Baum haben max. Grad 4
  - $s$  muss an Baum für  $P$  angeschlossen werden
  - Lage des  $s$  nächstgelegenen Punktes im Baum für  $P$ 
    - ◆ In einer der Regionen  $N, E, S, W$  um  $s$ 
      - ◆  $N, S: |d_x| \leq |d_y|, E, W: |d_y| \leq |d_x|$



# Algorithmus oneSteiner

```
triple<set<vertex>,set<edge>,int>
oneSteiner(set<vertex> V, set<edge> E) {
    int maxgain;    vertex maxpoint;
    int gain;
    set<vertex> W;  set<edge> F;

    maxgain = 0;
    foreach s ∈ „Hanan-Punkte von V“ do {
        (W,F,gain) = spanningUpdate(V,E,s);
        if (gain > maxgain) {
            maxgain = gain;
            maxpoint = s;
        }
    }
    if (maxgain > 0) {
        (W,F,gain) = spanningUpdate(V,E,maxpoint);
        return (W,F,gain);
    } else
        return (V,E,0);
}
```

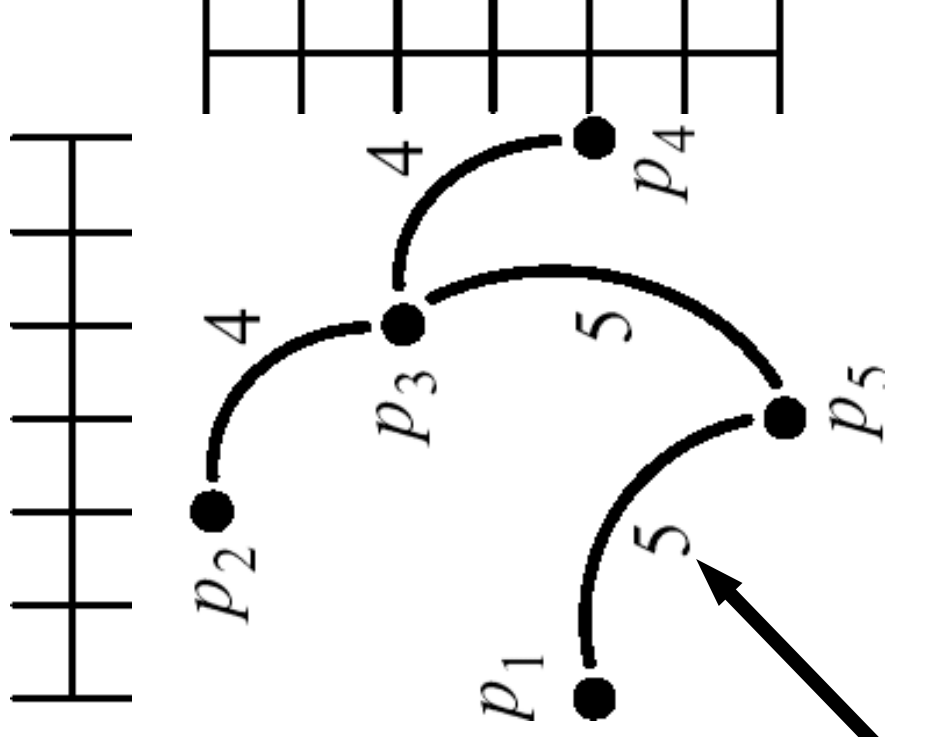
# Algorithmus spanningUpdate

```
triple<set<vertex>,set<edge>,int>
spanningUpdate(set<vertex> V, set<edge> E, vertex s) {
    int delta; // Längenverkürzung
    vertex u, v, w;

    delta = 0;
    V = V ∪ {s};
    foreach dir ∈ {NORTH, EAST, SOUTH, WEST} do {
        u = s.closestPointInTree(V, dir);
        E = E ∪ {(s,u)}; // s an alle Partner anschliessen
        delta = delta - distance(s,u); // Hier Verlängerung!
        if (hasCycle(V, E)) {
            (v,w) = findLongestCycleSegment(V, E);
            E = E \ {(v,w)};
            delta = delta + distance(v,w); // wieder verkürzen
        }
    }
    return (V, E, delta);
}
```

# Beispiel Schritt 1

Eingabe: MRST, z.B. via Prim's Algorithmus

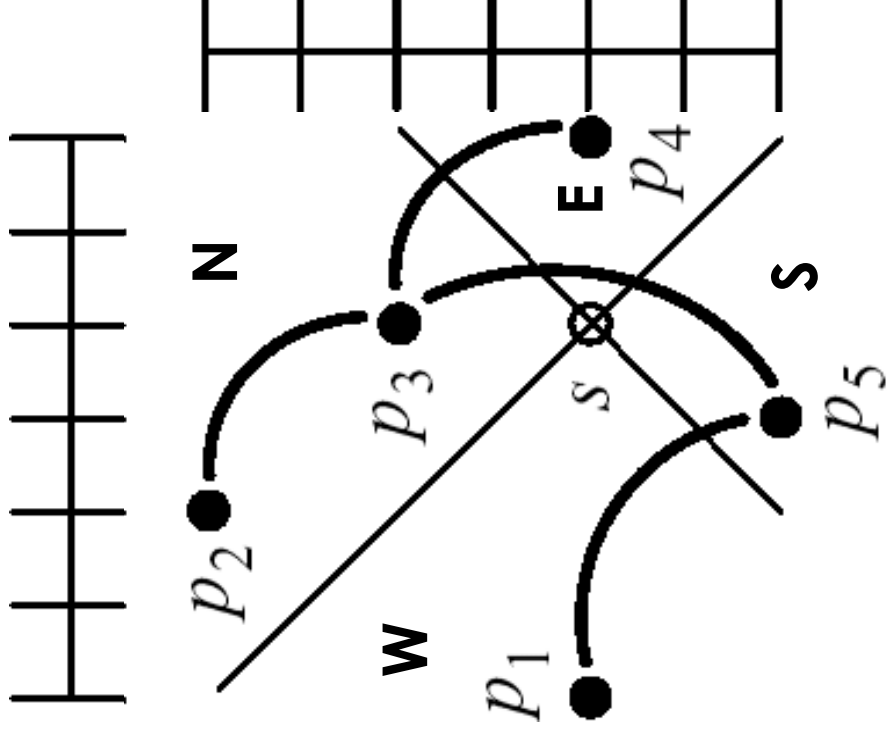


Bögen geben nur Distanz an, noch keine genaue Führung

Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

# Beispiel Schritt 2

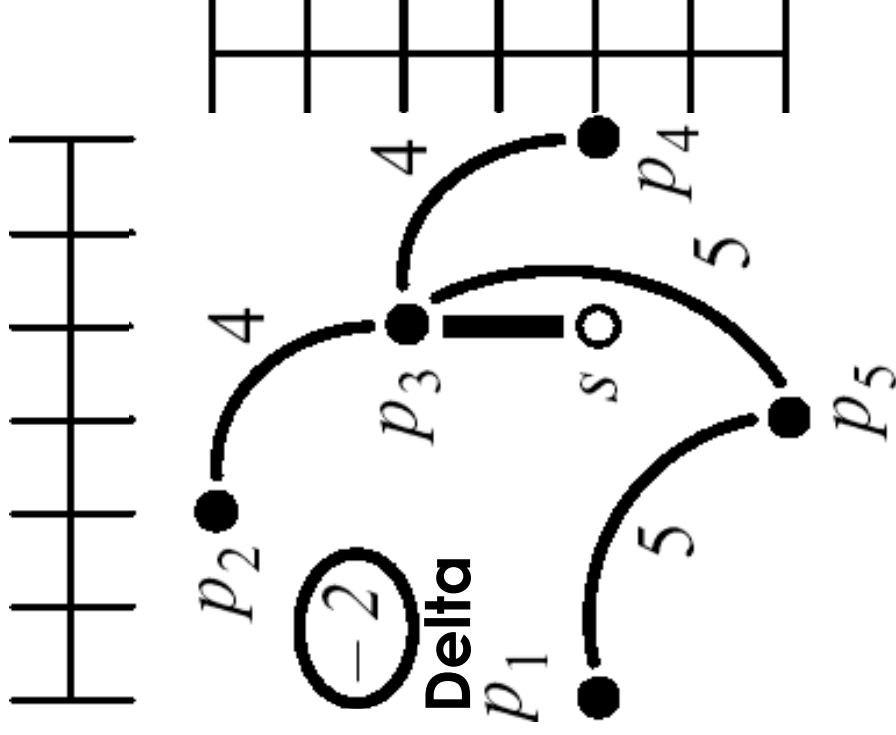
Hinzunahme eines ersten Hanan-Punktes  $s$



$s$  nahegelegenste Punkte aus  $P$ :  $p_3, p_4, p_5, p_1$

# Beispiel Schritt 3

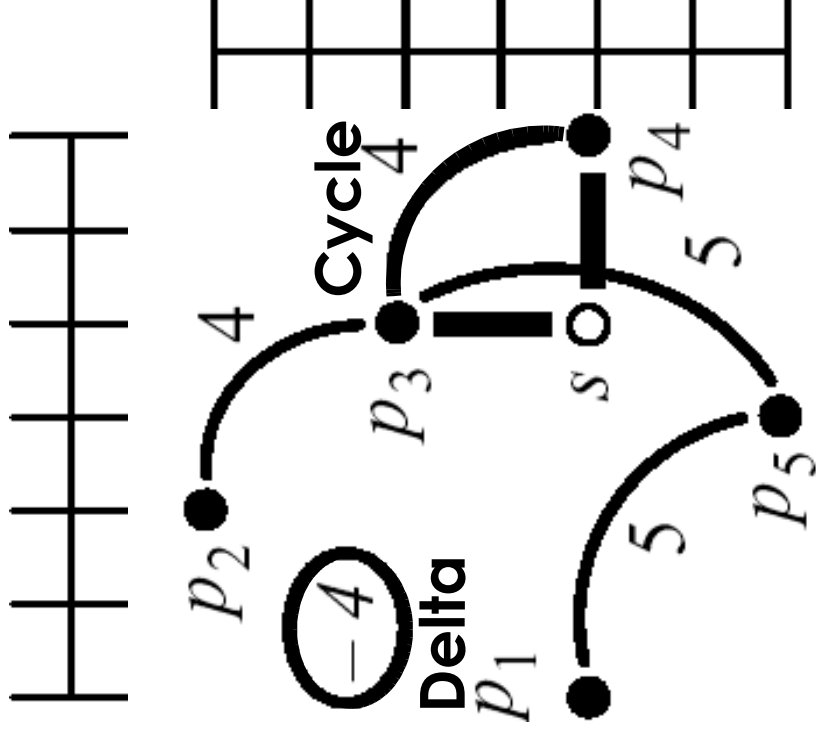
Anbinden an den ersten  $s$  benachbarten Punkt  $p_3$  im N



**Nun festgelegte kürzeste Führung, Erhöhung der Länge**  
- Feste Verbindung für Punkte auf derselben Rasterlinie

# Beispiel Schritt 4

Anbinden an den zweiten  $s$  benachbarten Punkt  $p_4$  im E

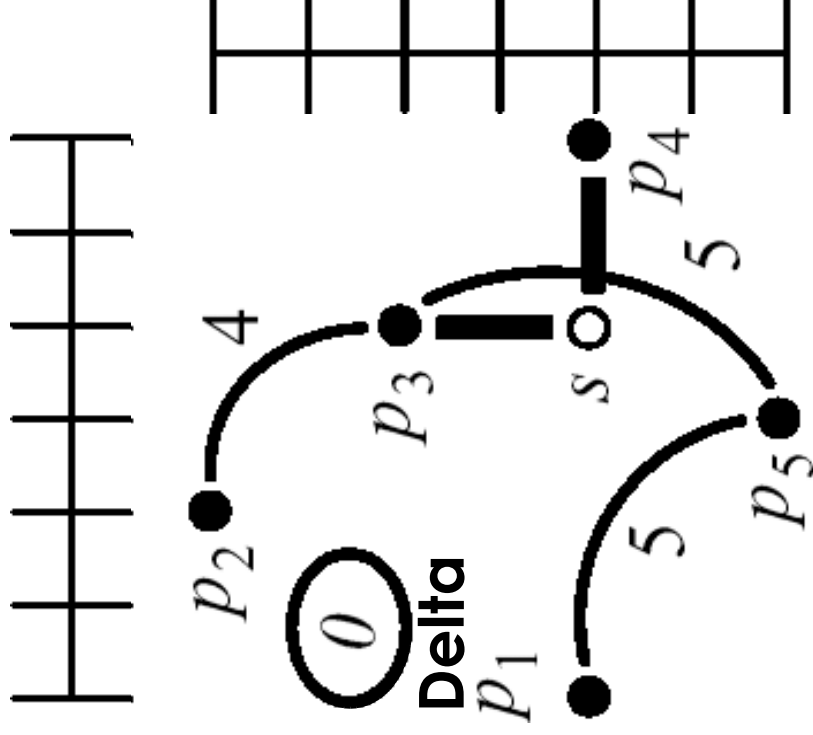


Auch festgelegte Führung und Erhöhung der Länge, Zyklus



# Beispiel Schritt 5

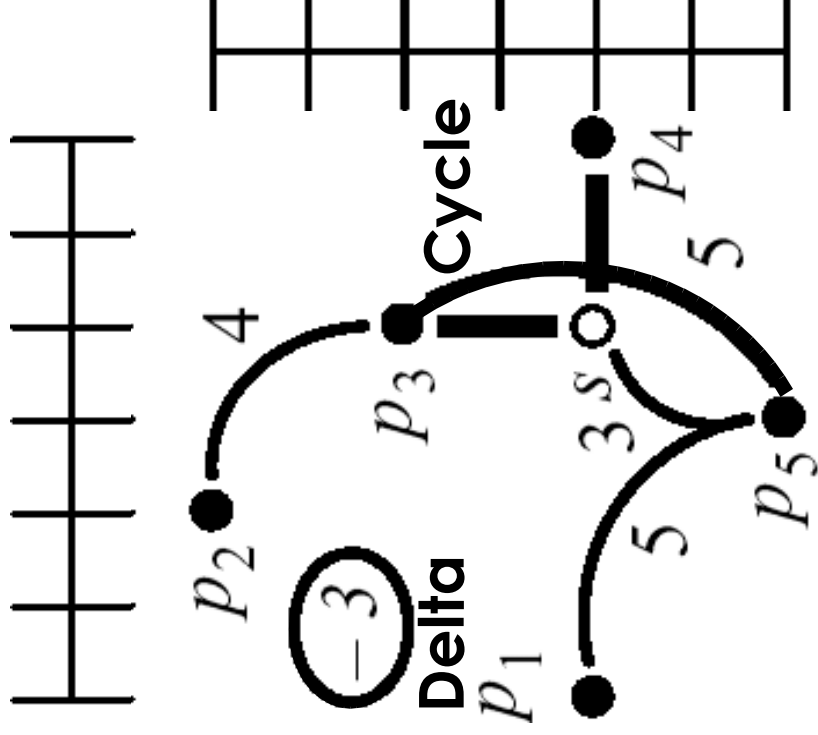
Entferne längste Kante  $d(\{p_4, p_3\})=4$  aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 4

# Beispiel Schritt 6

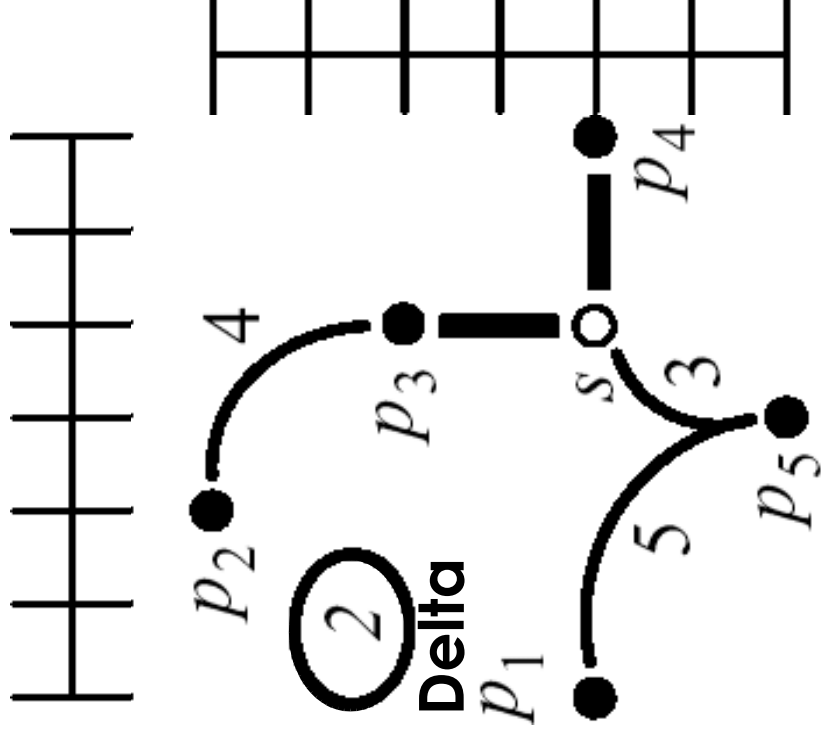
Anbinden an den dritten  $s$  benachbarten Punkt  $p_5$  im  $S$



Noch keine feste Führung, Gesamtlänge erhöht sich, Zyklus  
-  $s$  und  $p_5$  nicht auf derselben Rasterlinie

# Beispiel Schritt 7

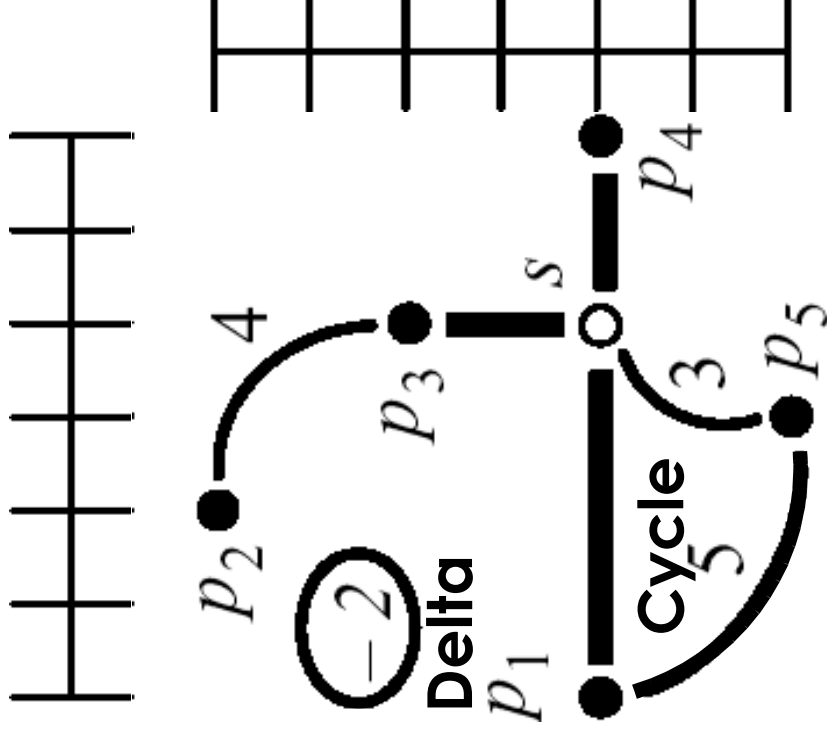
Entferne längste Kante  $d(\{p_5, p_3\})=5$  aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 5

# Beispiel Schritt 8

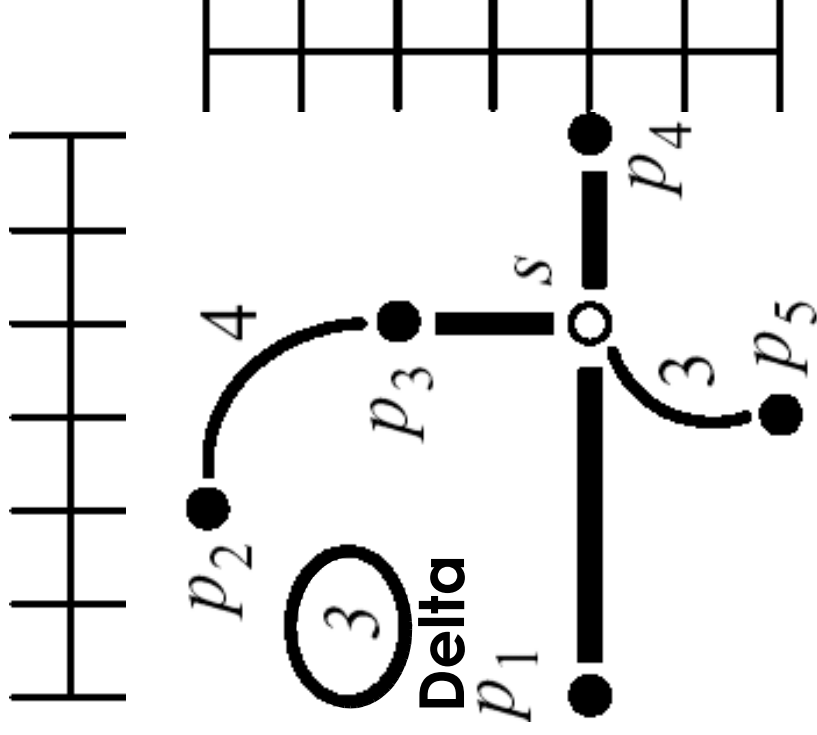
Anbinden an den vierten  $s$  benachbarten Punkt  $p_1$  im W



Feste Führung, Gesamtlänge erhöht sich, Zyklus

# Beispiel Schritt 9

Entferne längste Kante  $d(\{p_5, p_1\})=5$  aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 5, Gesamtgewinn ist 3

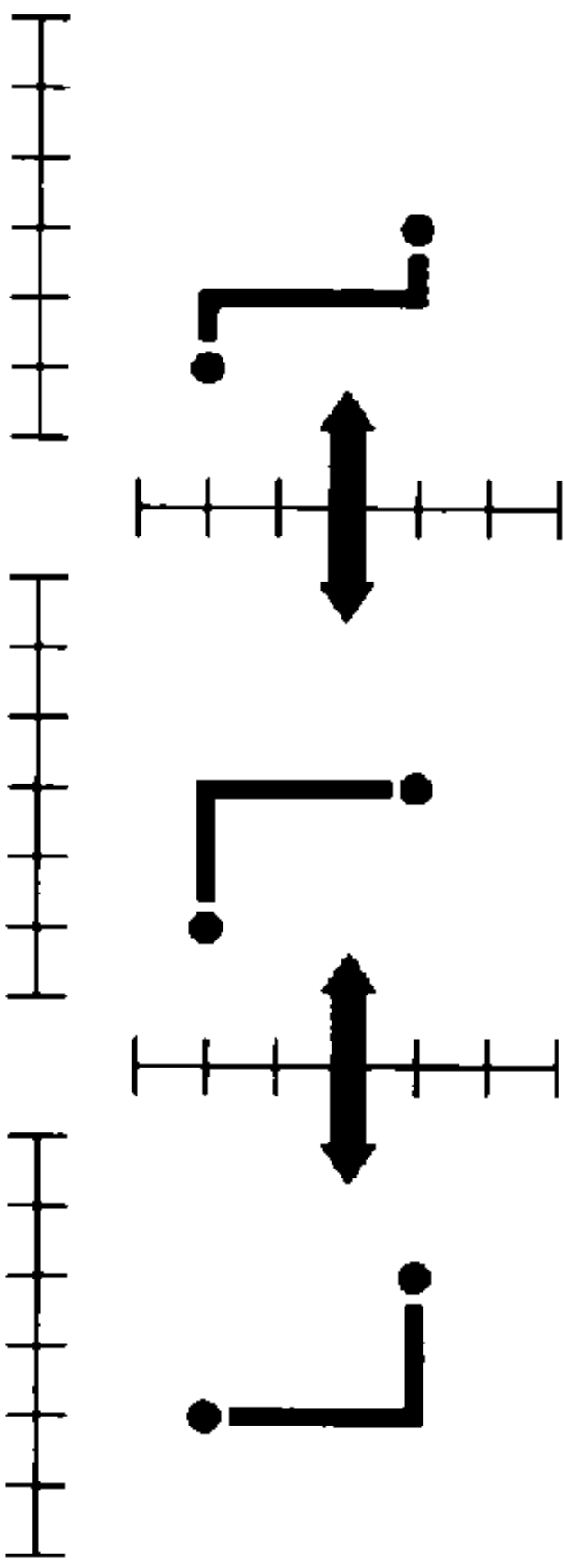
# Komplexität

- **spanningUpdate()**
  - 4x **closestPoint():  $O(n)$**
  - **hasCycle(): DFS mit History,  $O(n)$**
  - **findLongestCycleSegment(): History,  $O(n)$**
  - ↳ **Gesamt:  $O(n)$**
- **Anzahl Hanan-Punkte:  $O(n^2)$**
- **oneSteiner() Gesamt:  $O(n^3)$**
- **steiner() Gesamt:  $O(n^5)$**
- **Im Durchschnitt aber besser**
  - z.B. **oneSteiner()** nur 2x aufgerufen bei  $n=40$
  - ↳  **$O(n^3)$**

# Beseitigen von Verstopfungen

- **Bisher unabhängige RSMTs: Einer je Netz**
  - Ähnlich dem ersten Durchgang bei PathFinder
- **Nachfrage nach V-Feedthroughs**
  - Bestimmen
  - Stark verstopfte Stellen entlasten
- **Lokale Transformation der einzelnen RSMTs**
  - Kontrolliert durch eigene Optimierung
    - ◆ Z.B. Simulated Annealing oder Nachbarsuche

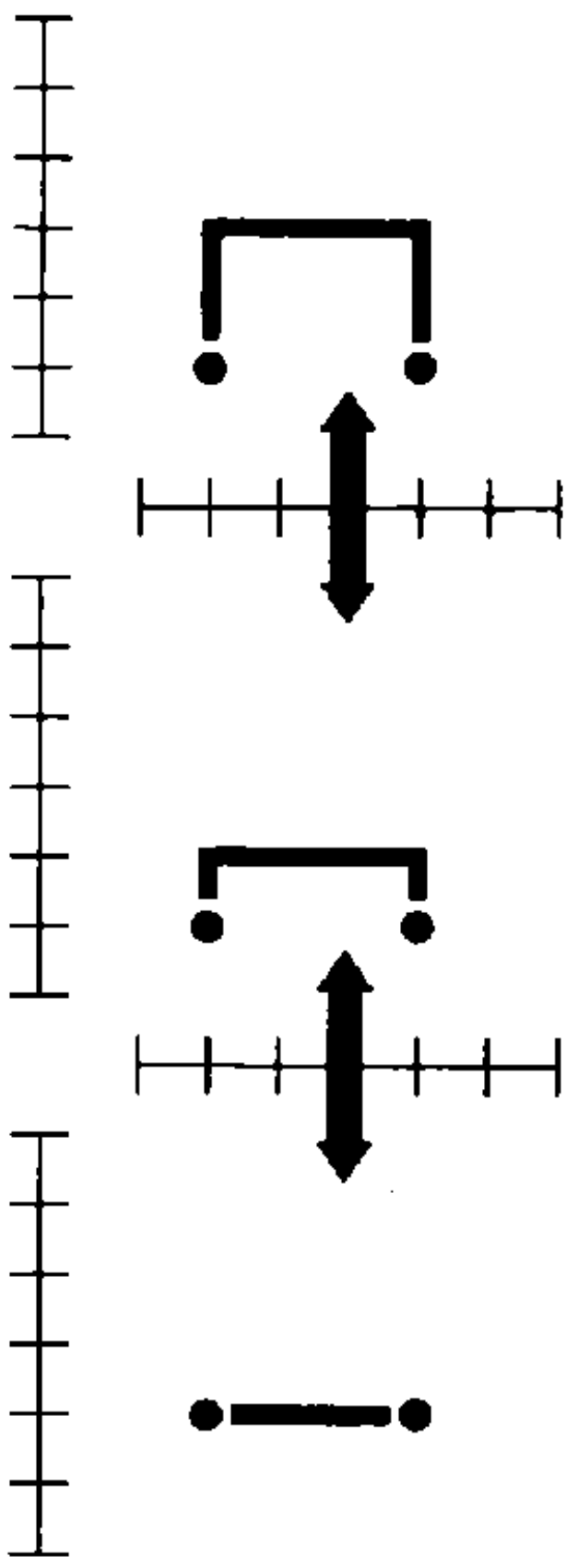
# Lokale Transformation 1



- Variiere konkrete Führung einer Kante
- Länge bleibt gleich

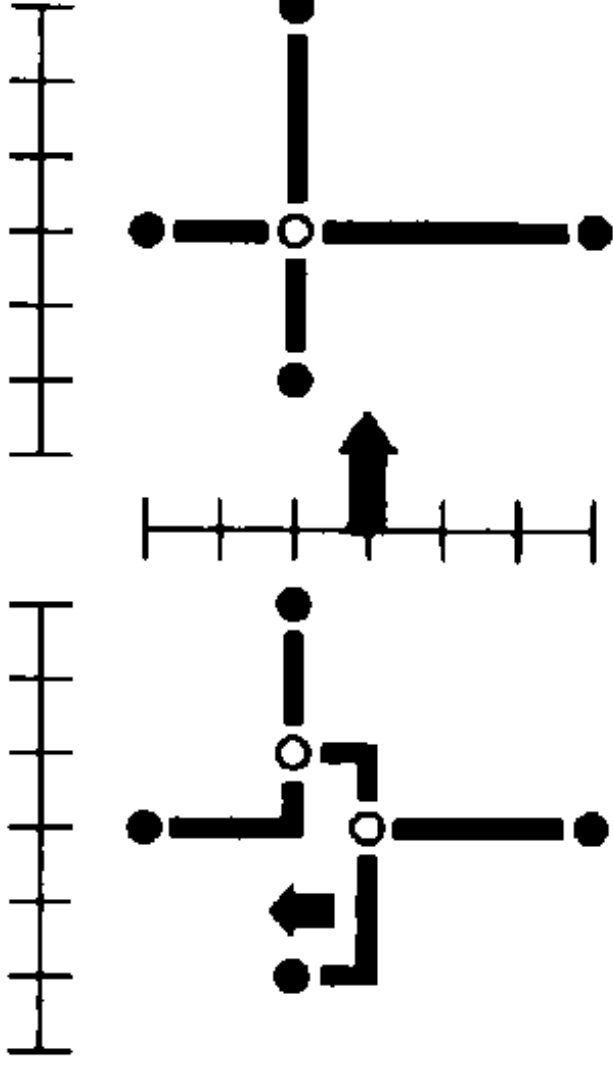


# Lokale Transformation 2



- Länge erhöht sich
- Kann aber Gesamtkosten senken

# Lokale Transformation 3



- **Kompliziertere Verschiebung**
  - Vollständiges Entfernen von Steiner-Punkten
- **Im Notfall: Maze-Routing**
  - Nun bessere Umgebung

# Zusammenfassung

- **Yoeli's Robuster Router**
  - Beispiel für komplexere Heuristik
    - ◆ Regeln
    - ◆ Ausführliches Beispiel
- **Globalverdrahtung**
  - Abhängig von Zieltechnologien
- **Steiner-Bäume**
  - ◆ Optimierungsziele
- **Routing in Slicing-Floorplans**
  - ◆ CDP, COP
- **Globale Verdrahtung für Standardzellen**
  - Konstruktion von Steiner-Bäumen
  - Lokale Optimierung