

Algorithmen im Chip-Entwurf 5

Allgemeine Platzierungsverfahren, Partitionierung und Pfad-basierte Timing-Analyse

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

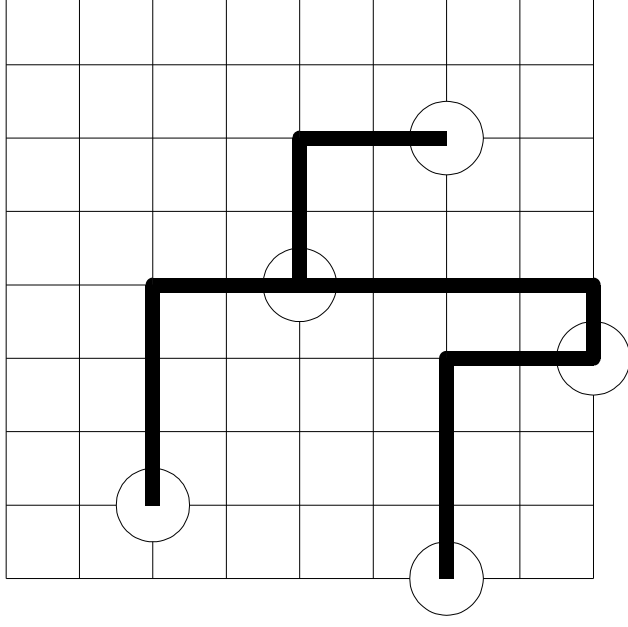
Platzierung, Partitionierung, Timing-Pfade

Übersicht

- **Andere Längenmetriken**
 - Half-Perimeter schon kennengelernt
 - Nun Überblick über Alternativen
- **Andere Platzierungsprobleme**
 - FPGA/MPGA schon kennengelernt, nun auch andere
- **Allgemeine Platzierungsverfahren**
 - Ein konkretes Verfahren schon kennengelernt: VPR
 - Nun Überblick über Alternativen
- **Kernighan-Lin**
 - Partitionierung via MinCut
- **Timing-Analyse**
 - Mehrere kritische Pfade
- **Zusammenfassung**

Längenmetriken 2

- Minimaler Rechtwinkliger Überspannender Baum (MRST)

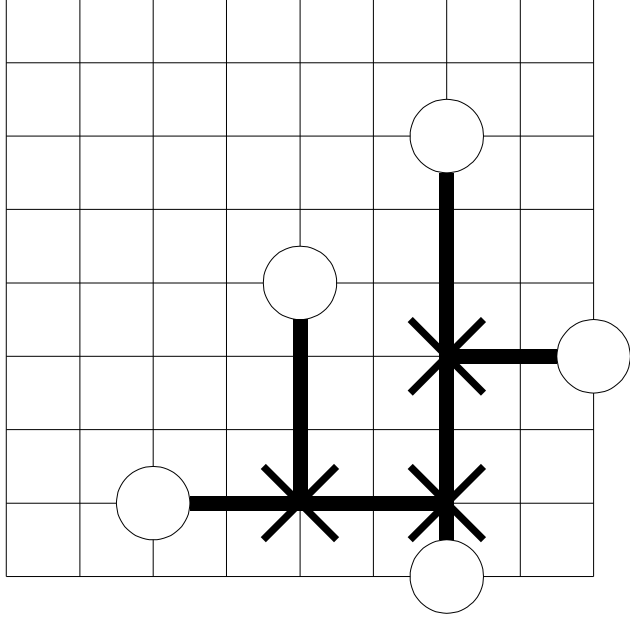


$$L_R = 19$$

- Sonderfall von MRST im Raster
 - In P via Prim's Algorithmus (im Buch 3.4.4)
 - ◆ Vollständiger planarer Graph

Längenmetriken 3

- **Rechtw. Steiner-minimaler Baum (RSMT)**



$$L_s = 15$$

$$L_R / L_s = 1,26$$

- **RSMT-Berechnung ist NP-vollständig**
 - Annäherung durch MRST: max. 1,5x so lang
 - Bessere Näherungen existieren

Längenmetriken 4

■ Quadratischer Euklidischer Abstand

- Arbeitet auf Zellen, nicht auf Netzen
- ◆ Für Clique-Modell geeignet

$$1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]$$

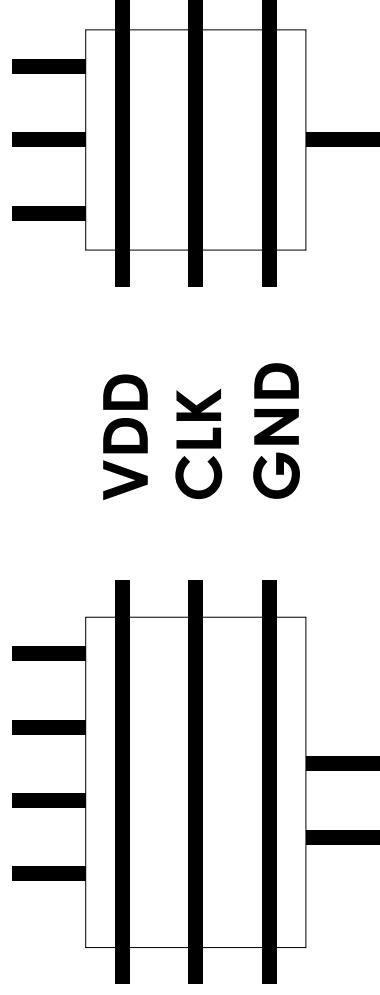
- γ_{ij}
 - =0 wenn $(v_i, v_j) \notin E$
 - = $|E_{(v_i, v_j)}|$: Gewichtet nach Anzahl Kanten
 - < $|E_{(v_i, v_j)}|$: nicht nur Einzelleitungen

Platzierungsprobleme

- **Standardzellen**
 - Konstantes Layout auf Zell-Ebene
 - ◆ Kaum Variationen bei Abmessungen
- **Semi-Custom**
 - ◆ Anordnen von Zellen fester Funktionalität
 - ◆ Bibliothek: NAND4, DFF, ...
- **Building Block**
 - Anordnen von flexiblen Zellen
 - Teilweise Full-Custom möglich
 - ◆ Beliebiges Layout auf Zell-Ebene
- **MPGA/FPGA**
 - Auf vorgegebene Strukturen

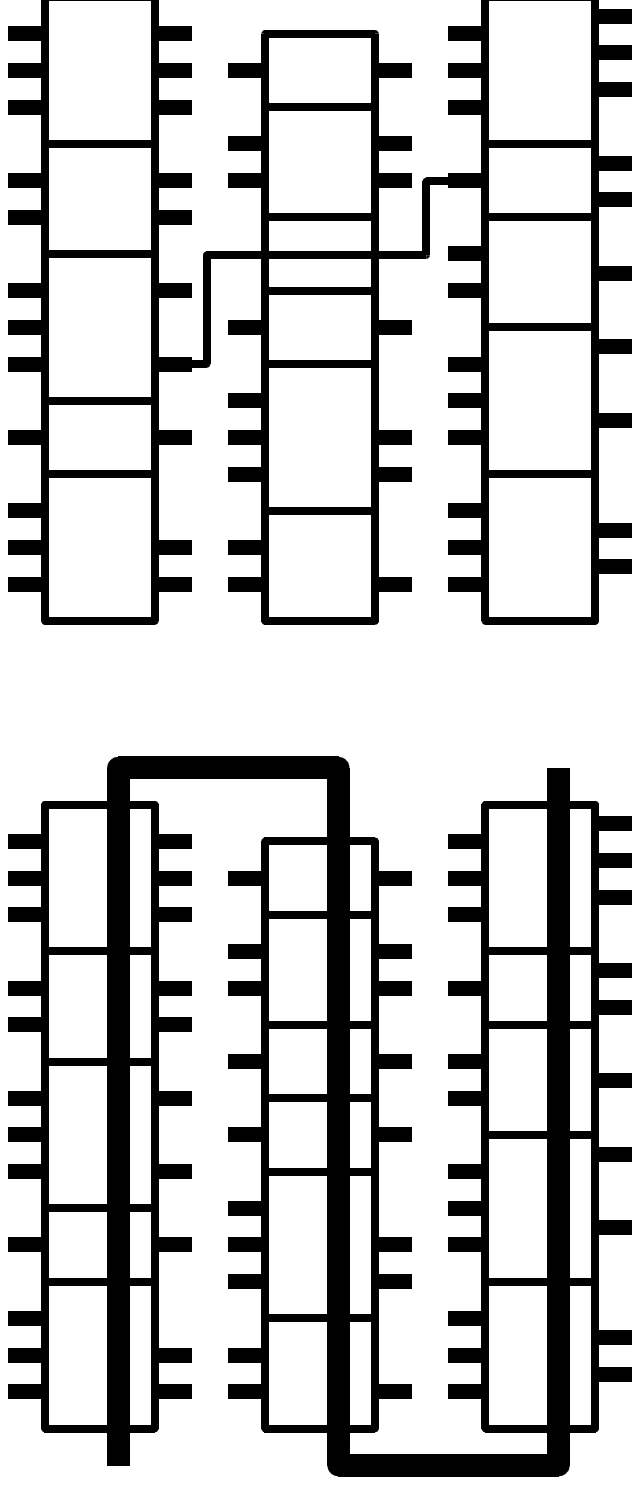
Standardzellen 1

- **Standardzellen (Semi-Custom)**
 - Kleinere Schaltungen (Gatter) aus Bibliothek
 - Festes Layout
 - ◆ Grösse
 - ◆ Terminal-Anordnung
 - Anreihbar in Zeilen
 - ◆ Logistische Signale



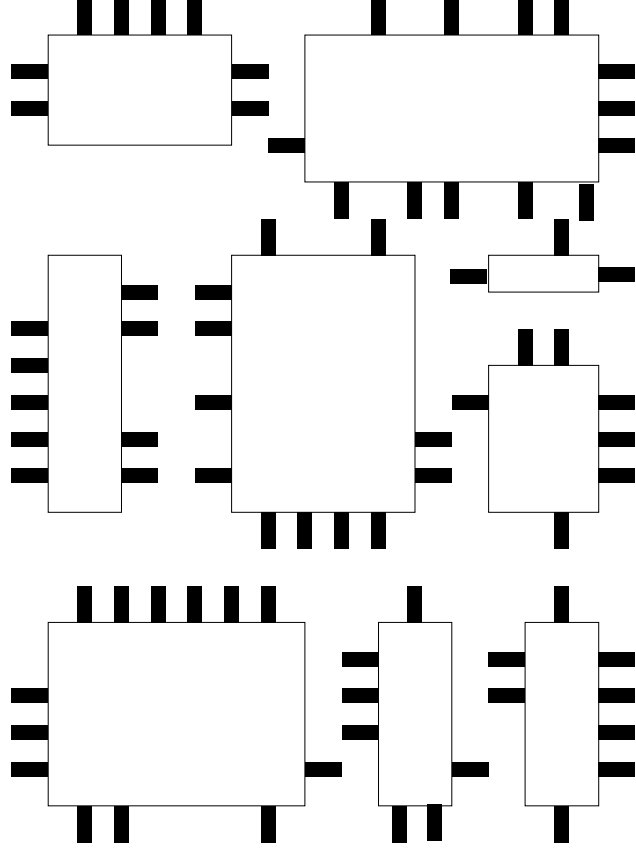
Standardzellen 2

- Zeilenweise Anordnung
- Verdrahtung zwischen Zeilen
- Ausnahmen
 - Angrenzende Verbindungen (abutment)
 - Durchleitungen (feedthroughs)



Building Blocks 1

- **Mehr Flexibilität**
 - Kann auch Full-Custom Teile enthalten
 - Automatisch generierte Blöcke (z.B. RAM)
- **Verdrahtungskanäle an allen Seiten**



Platzierungsverfahren 1

- **Konstruktiv**
 - Zellkoordinaten sind nach einmaligem Platzierungsschritt fest
- **Iterativ**
 - Zellkoordinaten können beliebig oft geändert werden
- **Kombination**
 - Konstruktive Startlösung
 - Dann iterative Verbesserung

Mögliche Optimierungsziele 1

- **Minimale Verdrahtungsfläche**
- **Minimale Verdrahtungslänge**
- **Schnellste Schaltung**
 - **Timing-driven**
- **Anzahl von Leitungen durch Schnittlinie**
- **Verdrahtbare Schaltung**
- **Geringes Übersprechen**
 - **Zwischen Leitungen**

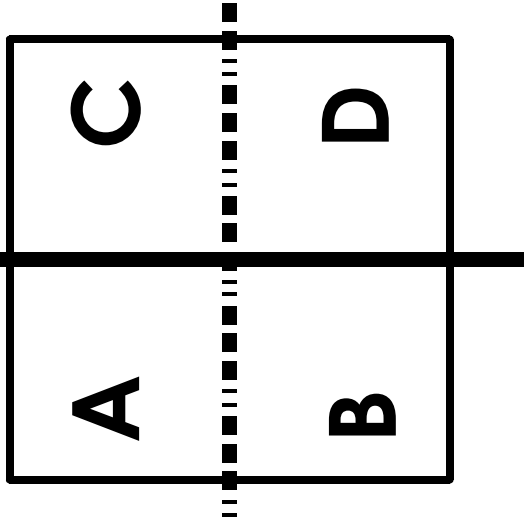
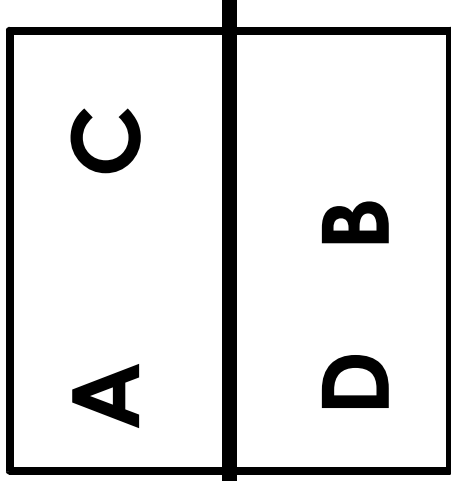
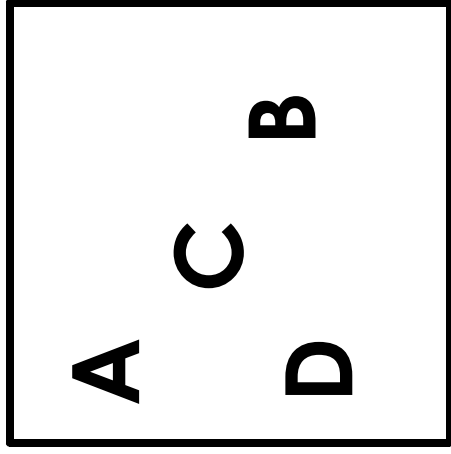
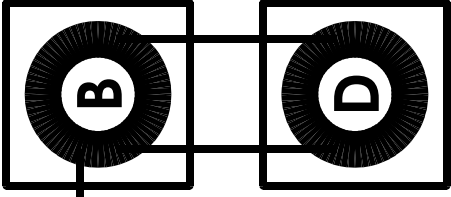
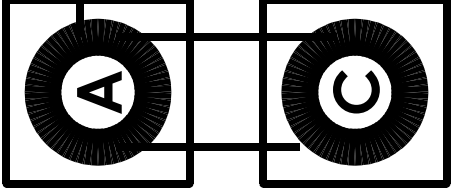
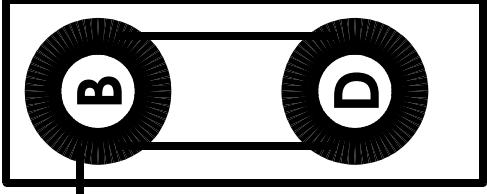
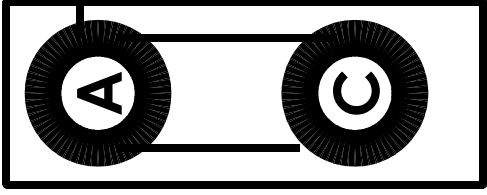
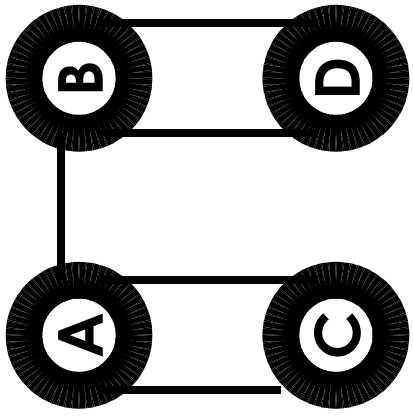
Konstruktive Platzierung 1

- **Viele Methoden**
- **Top-Down Verfahren**
 - Starten mit kompletter Schaltung
 - Aufteilen in immer kleinere Probleme
 - Beispiel: Min-Cut
- **Bottom-Up Verfahren**
 - Beginnen mit einzelnen Zellen
 - Zusammenfügen von Teillösungen
 - Beispiel: Clustering

Min-Cut Platzierung 1

- **Idee**
 - Teile Schaltung in zwei Hälften auf
- **Minimiere die Anzahl der Netze dazwischen**
 - MinCut: Minimiere Gewicht durchschnitter Netze
- **Teile auch Layoutfläche nach jedem Schnitt**
- **Ordne Schaltungshälften Layouthälften zu**
 - Horizontal und Vertikal, i.d.R. abwechselnd
- **Wiederhole bis Abbruch**
 - z.B. Nur noch eine Zelle in Partition

Min-Cut Platzierung 2



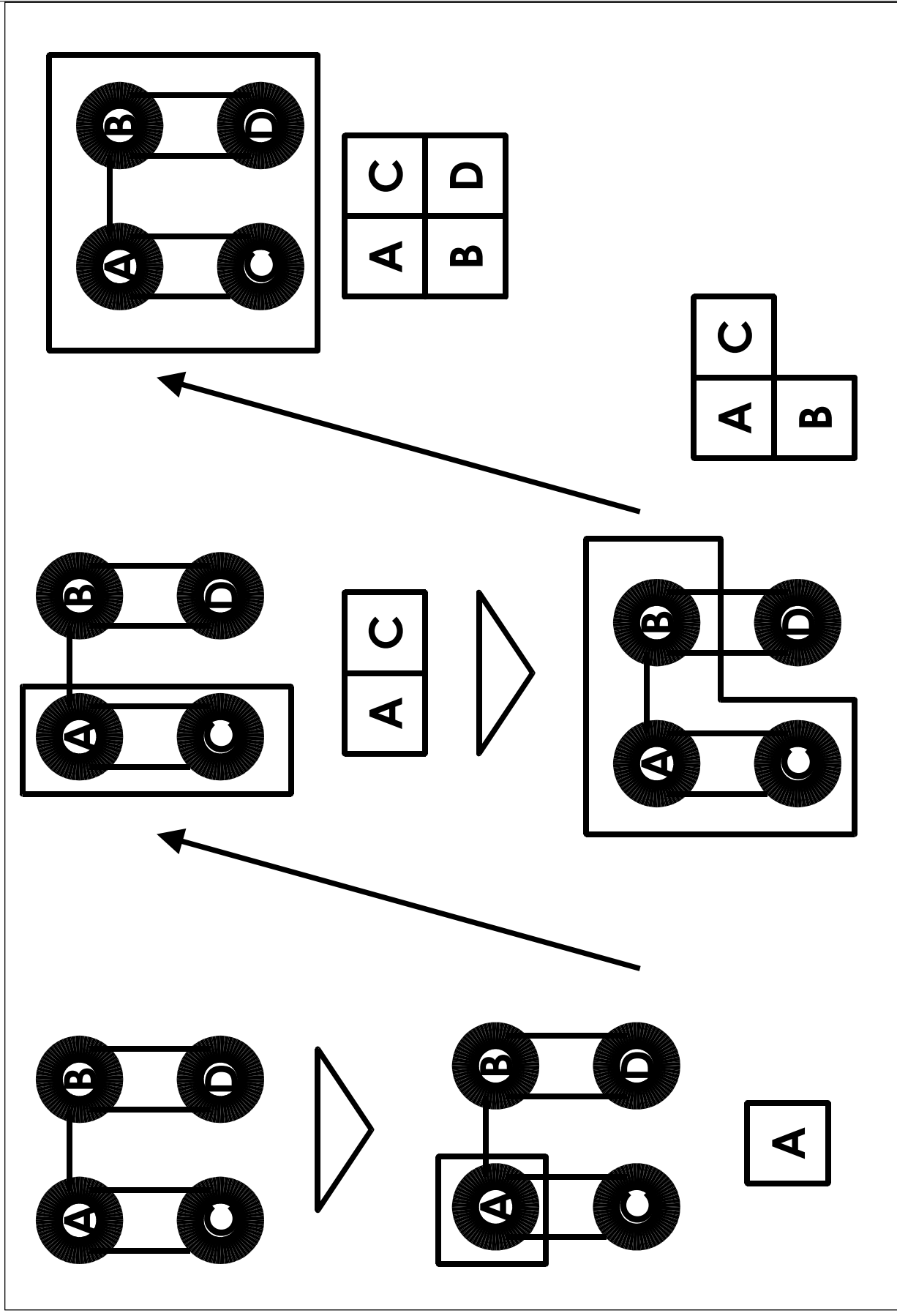
Min-Cut Platzierung 3

- **Aufteilen des Graphen**
 - Standardalgorithmen
- **Zuweisung der Partitionen an Layout**
 - Einschließlich Richtung der Aufteilung
 - Verschiedene Heuristiken
 - Beispiele:
 - ◆ Berücksichtige bereits zugewiesene Partitionen
 - ◆ Berücksichtige Chip-I/O-Pads

Platzierung mit Clustering 1

- **Beginne mit einer Startzelle als Cluster**
- **Finde angeschlossene Zelle(n)**
- **Ordne Zelle(n) „nahe“ um Cluster an**
- **Füge neue Zellen dem Cluster hinzu**
- **Entscheidungen:**
 - **Welche Zellen(n) hinzufügen?**
 - **Auf welche Art nahegelegene anordnen?**

Platzierung mit Clustering 2



Iterative Verbesserung 1

- „Kleine“ Veränderung bestehender Lösung
 - Ändere die Position von Zelle(n)
 - Falls besseres Ergebnis: Immer übernehmen
 - Schlechter: Unter Umständen übernehmen
- Abhängig von Suchverfahren!

Iterative Verbesserung 2

```
iterative_improvement () {  
  s := initial_configuration();  
  c := s.cost();  
  while (!stop()) {  
    s' := s.perturb();  
    c' := s'.cost();  
    if ( c.accept( c' ) )  
      s := s';  
  }  
}
```

- **initial_configuration**
- **cost**
- **stop**
 - z.B. #Iterationen
 - komplexer möglich
- **accept**
 - Nachbarsuche
 - Simulated Annealing
 - Tabu-Suche

Iterative Verbesserung 3

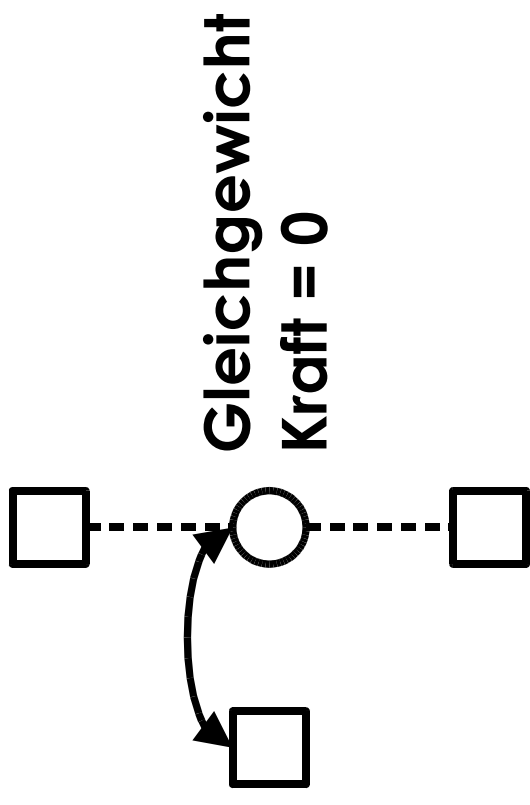
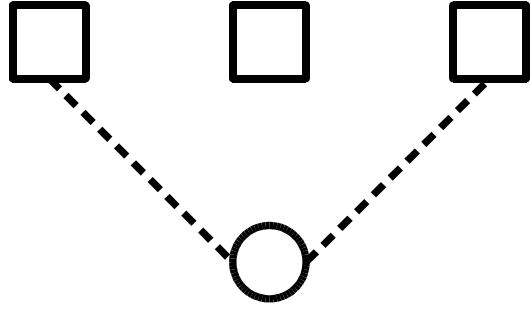
- **perturb**
- **Bei UPP: einfach, z.B. Positionstausch**
- **Bei Standardzellen oder Building Block:**
 - **Unterschiedliche Zellgrößen, Überlappung möglich**

Iterative Verbesserung 4

- **Vorgehensweisen**
- **Überlappung erlaubt, aber höhere Kosten**
 - **Bereinige beste gefundene Lösung am Ende**
 - ◆ Möglicherweise drastische Verschlechterung
 - **Beseitige Überlappung direkt nach jedem Zug**
 - ◆ Bei BB sehr aufwendig, bei SC machbar
 - ◆ Aber so genauere Kostenberechnung möglich
- **Erzeuge nur überlappungsfreie Lösungen**
 - **Züge unter Umständen sehr viel aufwendiger**

Iterative Verbesserung 5

- Alternativen zu zufälligem Zellaustausch
 - Kräfte-gesteuerte Auswahl des Partners
 - Bestimme Idealposition der Zelle
 - ◆ Reduziere durch Netze ausgeübte Anziehungskraft
 - Tausche dann mit Zelle auf Idealposition



Iterative Verbesserung 6

- Berechnung des Schwerpunktes
 - Verwendet Cliques-Modell $G(V, E)$
 - γ_{ij} : Gewicht von $(i,j) \in E$, $\gamma_{ij} = 0$ falls $(i, j) \notin E$
 - Bestimme Schwerpunkt (x_i^g, y_i^g) der Zelle i

$$x_i^g = \frac{\sum_j \gamma_{ij} x_j}{\sum_j \gamma_{ij}} \quad \text{Gewichteter Durchschnitt} \quad y_i^g = \frac{\sum_j \gamma_{ij} y_j}{\sum_j \gamma_{ij}}$$

- Bewege Zelle i dorthin
- Was tun, wenn dort schon andere Zelle liegt?
 - ◆ Bewege andere Zelle auf ihren Schwerpunkt
 - ◆ Erzeugt Folge von Zügen, ggf. Tabu-Mechanismus

Partitionierung

- Aufteilen eines Graphen
- Hier motiviert durch Platzierung
 - Min-Cut
- Andere Anwendungen
 - Aufteilen einer Schaltung auf mehrere Chips
 - Verkleinern der Problemgröße
 - ◆ Vorbearbeitung vor anderem Algorithmus
- Viele Verfahren
 - Beispiel: Kernighan-Lin

Kernighan-Lin Partitionierung 1

- **Problem**
 - Gewichteter, ungerichteter Graph $G(V,E)$
 - $|V| = 2n$
 - γ_{ab} : Gewicht von $(a,b) \in E$, $\gamma_{ab}=0$ bei $(a,b) \notin E$
 - Finde Mengen A und B mit
 - ◆ $A \cup B = V$, $A \cap B = \emptyset$, $|A| = |B| = n$
 - Minimiere

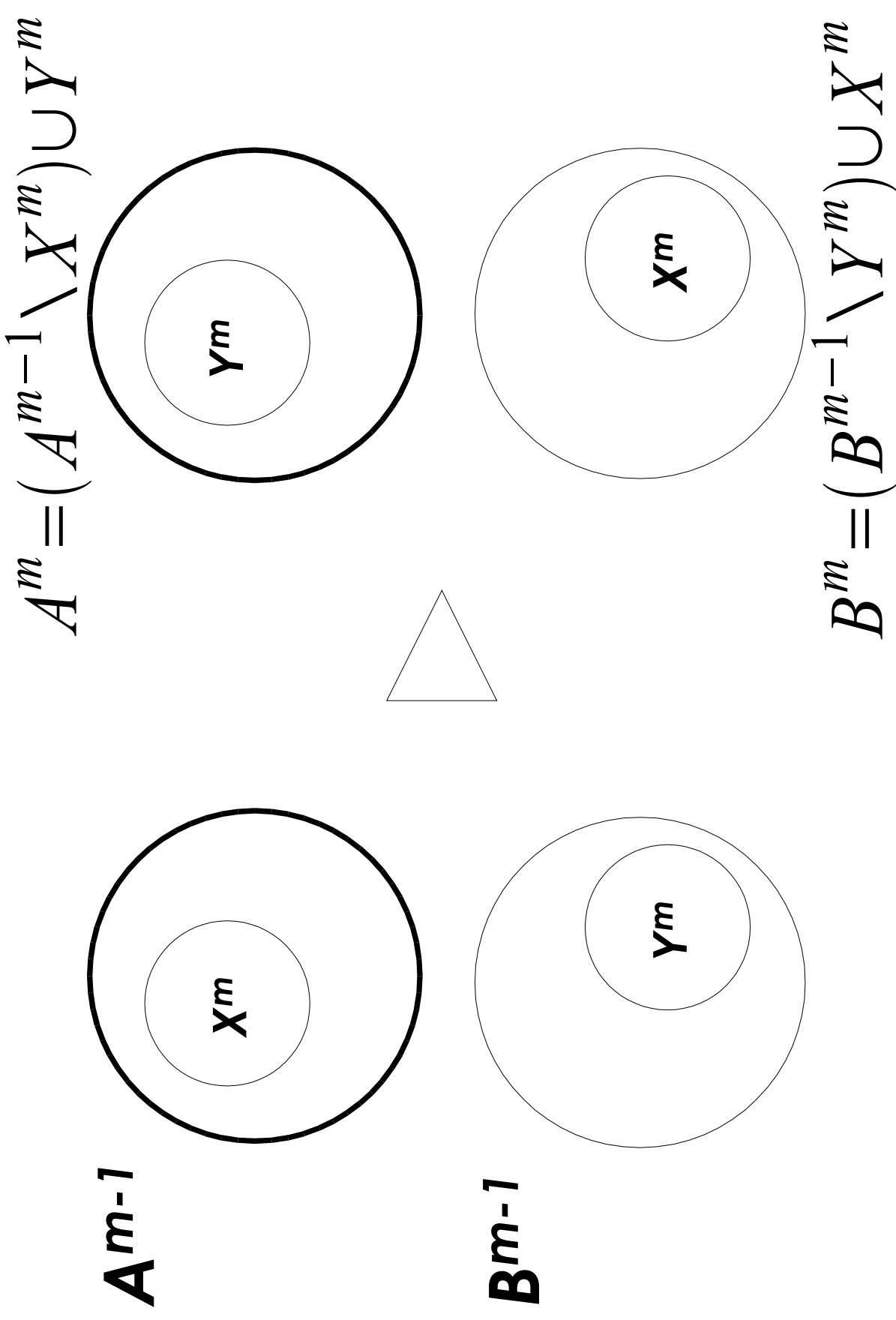
$$\sum_{(a,b) \in A \times B} \gamma_{ab}$$

- **Arbeitet auf Cliques-Modell**

Kernighan-Lin Partitionierung 2

- Partitionierungsproblem ist NP-vollständig
- KL ist eine Heuristik
 - Im praktischen Einsatz bewährt
- Vorgehensweise
 - Anfangslösung bestehend aus A^0 und B^0
 - ◆ I.d.R. nicht optimal
 - Isoliere Untermengen von A^{m-1} und B^{m-1}
 - Tausche diese aus um A^m und B^m zu bestimmen
 - Wiederhole, solange Verbesserung erreichbar

Kernighan-Lin Partitionierung 3



Kernighan-Lin Partitionierung 4

- **Optimum immer in einem Schritt erzielbar**
 - Bei geeignetem X^m und Y^m
 - **Problem: Wie X^m und Y^m bestimmen?**
 - Schwer zu finden
- **Suche Lösung in mehreren Schritten**
- Wiederhole, bis keine Verbesserung mehr
- **Anzahl Schritte unabhängig von n**
 - In der Praxis ≤ 4 .

Kernighan-Lin Partitionierung 5

- Konstruktion von X^m und Y^m

- Externe Kosten

$$E_a = \sum_{y \in B^{m-1}} \gamma_{ay}, \quad a \in A^{m-1}$$

- Interne Kosten

$$I_a = \sum_{x \in A^{m-1}} \gamma_{ax}, \quad a \in A^{m-1}$$

- Analog für B

Kernighan-Lin Partitionierung 6

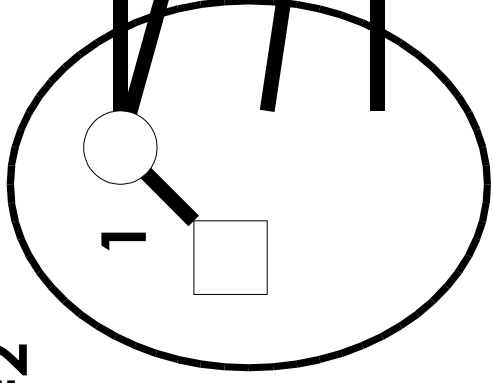
- $D_a = E_a - I_a$ für $a \in A^{m-1}$ (desirability)
 - >0 : Knoten sollte nach B getauscht werden
 - <0 : Knoten sollte in A bleiben
- Verbesserung Δ der Schnittkosten
 - Bei Austausch von $a \in A^{m-1}$ und $b \in B^{m-1}$

$$\Delta = D_a + D_b - 2\gamma_{ab}$$

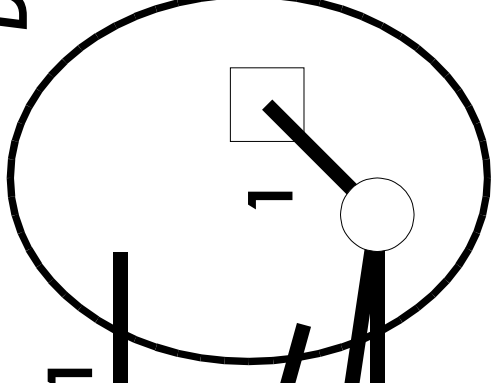
- Δ kann negativ sein!

Kernighan-Lin Partitionierung 7

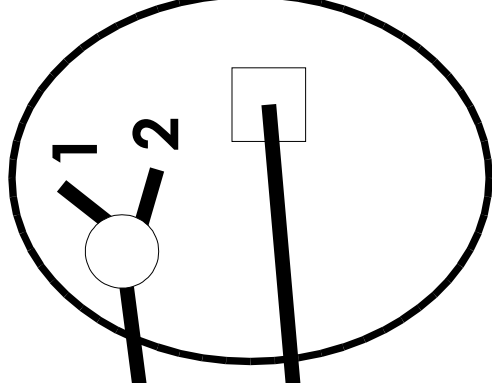
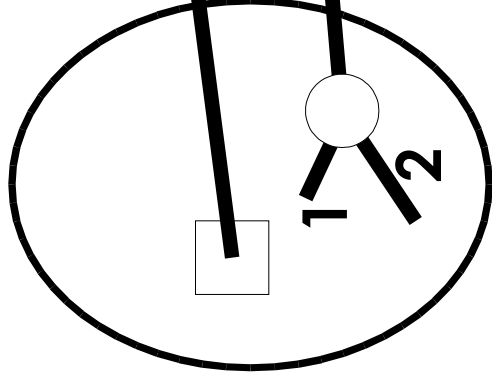
$$D_a = 3 - 1 = 2$$



$$D_b = 3 - 1 = 2$$

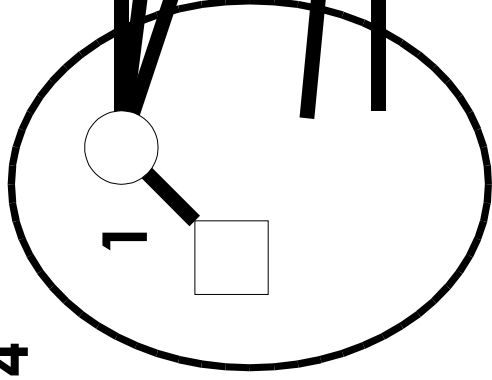


$$\Delta = D_a + D_b - 2 \gamma_{ab} = 2 + 2 - 0 = 4$$

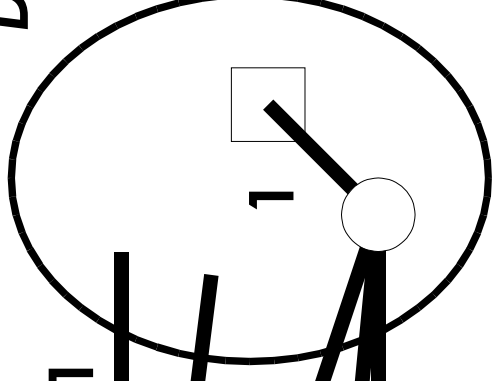


Kernighan-Lin Partitionierung 8

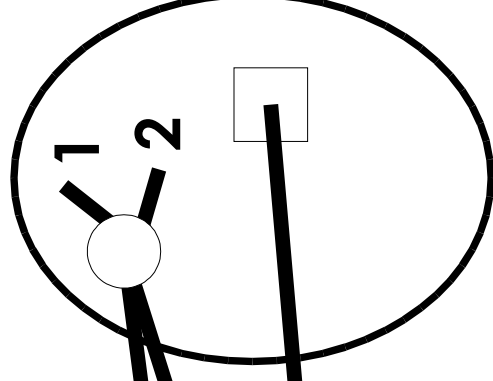
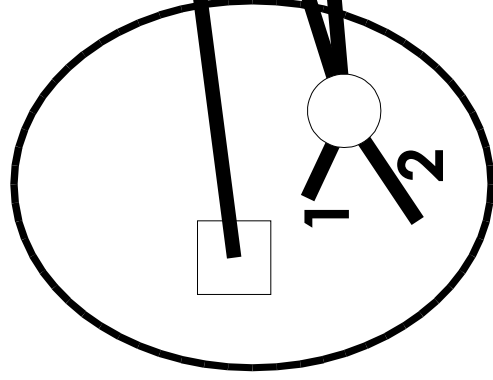
$$D_a = 5 - 1 = 4$$



$$D_b = 5 - 1 = 4$$



$$\Delta = D_a + D_b - 2 \gamma_{ab} = 4 + 4 - 2 \cdot 2 = 4$$



Kernighan-Lin Partitionierung 9

initialize(A^0, B^0);

$m := 1$;

do {

foreach $a \in A^{m-1}$

 "berechne D_a ";

foreach $b \in B^{m-1}$

 "berechne D_b "

for ($i:=1; i \leq n; ++i$) {

 "finde freie $a_j \in A^{m-1}, b_j \in B^{m-1}$ mit

$\Delta_i := D_{a_j} + D_{b_j} - 2 \gamma_{a_j b_j}$ maximal"

 "sperre a_j und b_j "

foreach "freies" $x \in A^{m-1}$

$D_x := D_x + 2 \gamma_{x a_i} - 2 \gamma_{x b_i}$;

foreach "freies" $y \in B^{m-1}$

$D_y := D_y - 2 \gamma_{y a_i} + 2 \gamma_{y b_i}$;

 } "finde ein k mit $\sum_{i=1}^k \Delta_i$ ist max."

$G := \sum_{i=1}^k \Delta_i$

$$D_x = E_x - I_x$$

$$= E_x^{old} + \gamma_{ax} - \gamma_{bx} - (I_x^{old} - \gamma_{ax} + \gamma_{bx})$$

$$= D_x^{old} + 2\gamma_{ax} - 2\gamma_{bx}$$

if ($G > 0$) {

$X^m := \{a_1, \dots, a_k\}$;

$Y^m := \{b_1, \dots, b_k\}$;

$A^m := (A^{m-1} \setminus X^m) \cup Y^m$;

$B^m := (B^{m-1} \setminus Y^m) \cup X^m$;

 "entsperre alle Knoten in A^m and B^m "

$m := m + 1$;

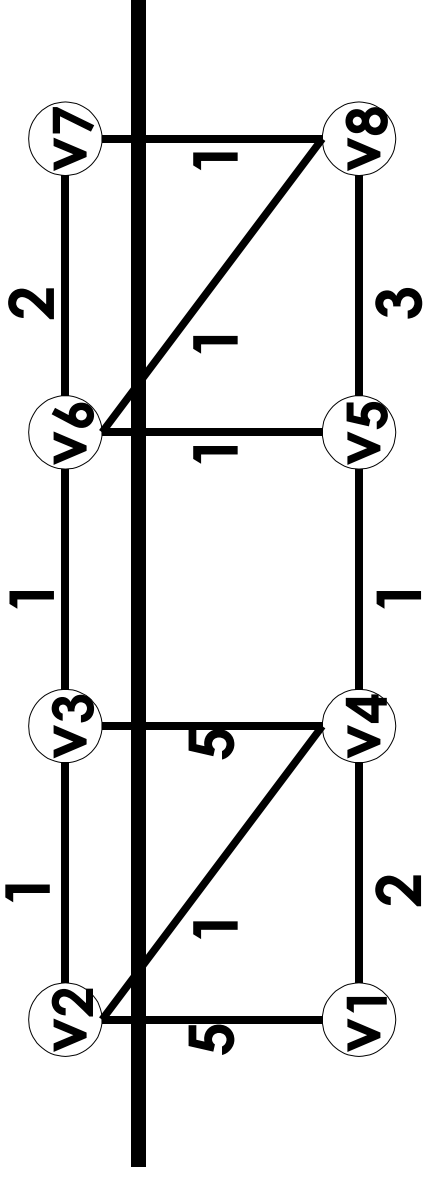
}

while ($G > 0$);

Kernighan-Lin Partitionierung 10

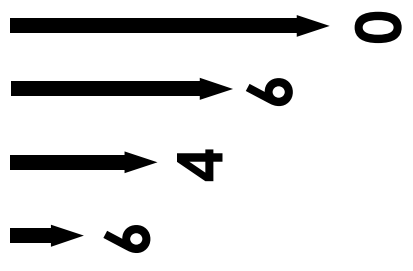
- Δ_i kann negativ werden
- $\sum \Delta_i$ kann zeitweise auch negativ sein
 - Bei dicht verbundenen Teilmengen
 - Keine Verbesserung bei Austausch von Einzelknoten
 - Erst bei Austausch der gesamten Teilmenge

Kernighan-Lin Partitionierung 11

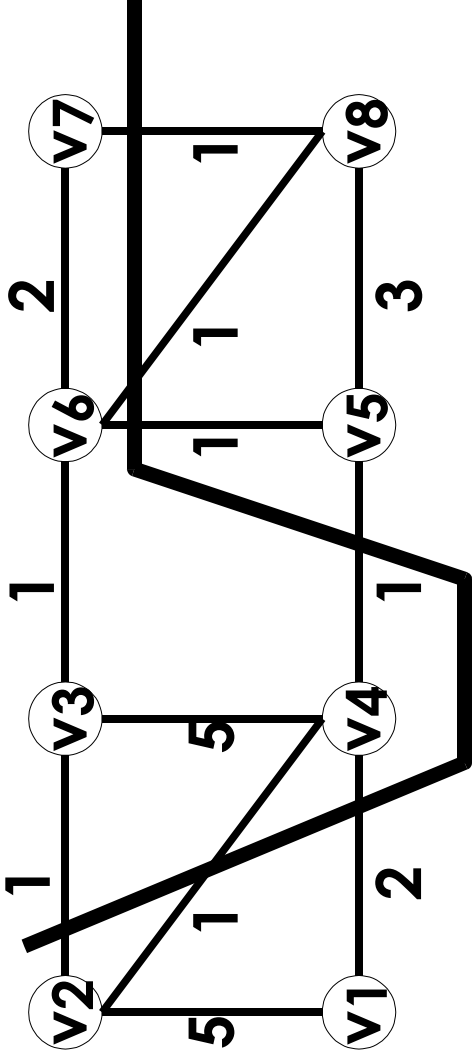


i	A^0				B^0				Δ_i
	v2	v3	v6	v7	v1	v4	v5	v8	
1	5	3	-1	-1	3	3	-3	-1	6
2	-5	-5	-1	-1	-3		-1	-1	-2
3	-5	1			-3			3	2
4	-3				-3				-6

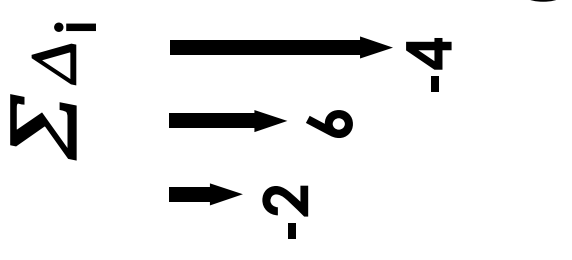
$\Sigma \Delta_i$



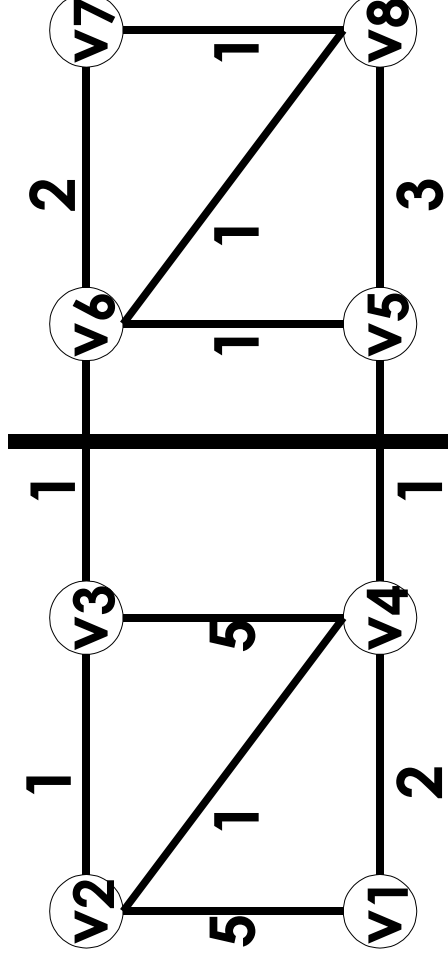
Kernighan-Lin Partitionierung 12



i	A ¹			B ¹				Δ_i
	v3	v4	v7	v1	v2	v5	v8	
1	-5	$\boxed{-1}$	-1	-3	-3	-1	$\boxed{-1}$	-2
2	$\boxed{5}$		-3	-7	-5	$\boxed{3}$		8
3		$\boxed{-3}$	-3	$\boxed{-7}$	-7			-10
4					$\boxed{3}$		$\boxed{1}$	4



Kernighan-Lin Partitionierung 13



- Danach keine Verbesserung mehr in G
 - Innere Schleife: n Iterationen
 - Finden des Paares mit bestem Δ : $O(n^2)$
 - Nach Δ sortiert: $O(n \log n)$
- $O(n^3)$ oder $O(n^2 \log n)$

Kernighan-Lin Partitionierung 14

- KL: Lokale Suche mit variabler Nachbarschaft
- Schnellere Verfahren
 - Fiduccia-Mattheyses (FM)
 - ◆ Wesentlich schneller: $O(n)$
 - ◆ Aber schlechtere Qualität der Lösungen
 - QuickCut (QC): avg. $O(|E| \log n)$
 - ◆ Gleiche Qualität wie KL
- Diverse Alternativen
 - Spectral Partitioning, Multi-Level-FM, ...

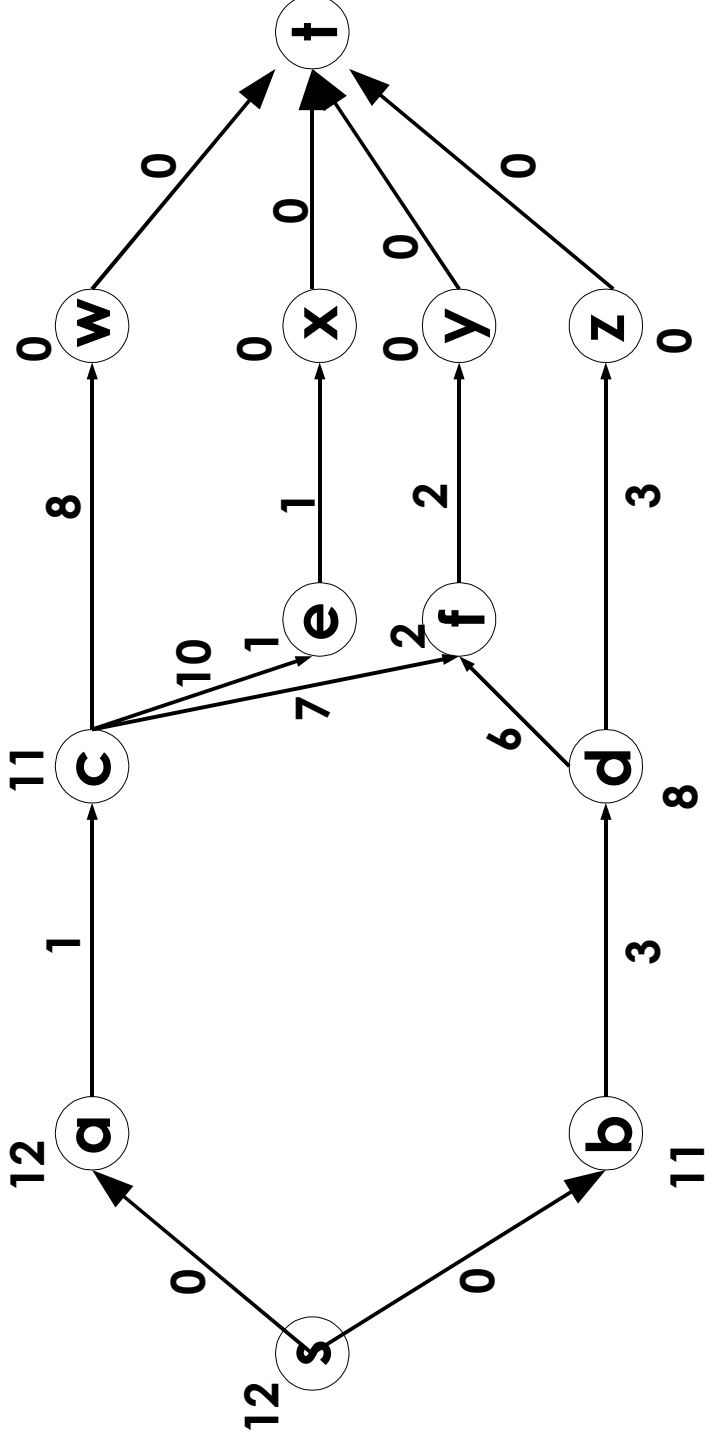
Timing-Analyse

- **Kritischer Pfad**
 - Einfach (slack=0)
 - Nächstkritischer Pfad?
- **Vorgehensweisen**
 - Alle Pfade berechnen
 - ◆ Rechenzeit- und Speicherbedarf
 - **k längste Pfade „en bloque“ berechnen**
 - ◆ Wenig flexibel: k bei Start der Berechnung fest
 - **Pfade inkrementell berechnen**
 - ◆ Flexibel: Rechen- und Speicheraufwand reduziert
- **Idee**
 - **Timing-Graph annotieren**
 - **Pfade aufzählen (enumerate)**

Verfahren nach Ju und Saleh

- **Design Automation Conference 1991**
 - Paper auf Web-Seite
 - Details in Abschnitt 3
- **Graphannotation**
 - Längste Verzögerung zur Senke bestimmen
 - Aber auch an jeder Abzweigung merken
 - ◆ Wievel schneller würde die Alternative sein?
- **Pfadaufzählung**
 - Beginne mit längstem Pfad
 - Wähle minimal schnellere Abzweigung
 - Erzeuge von dort ausgehend längsten Pfad
- **Vorteil**
 - Erzeugung beliebig vieler/weniger Pfade
 - ◆ Exakt an Anforderungen anpassbar

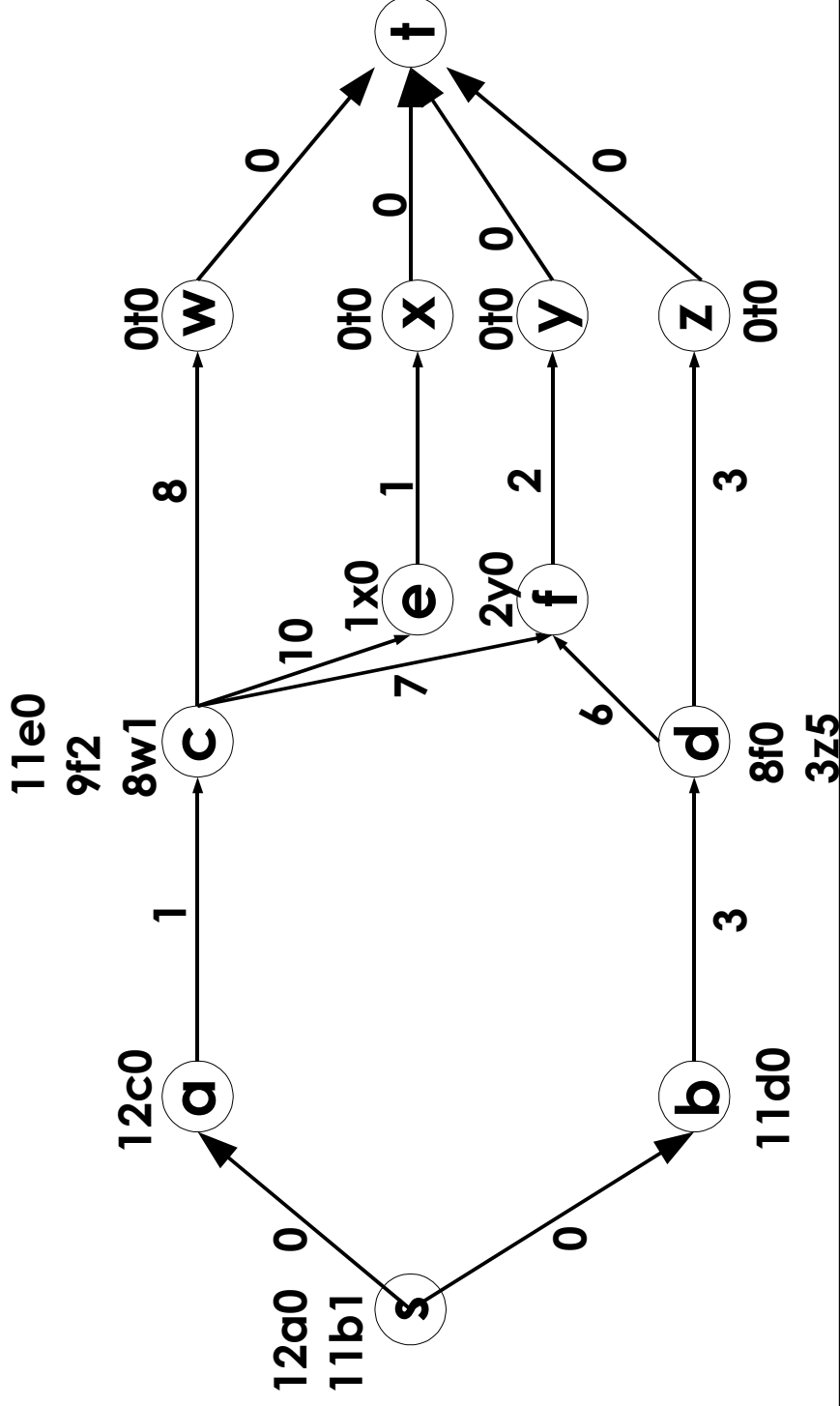
Annotation des Timing-Graphen



$$T_{sink}(u) = \text{Max}_{(u,v) \in E} (T_{sink}(v) + w(u,v))$$

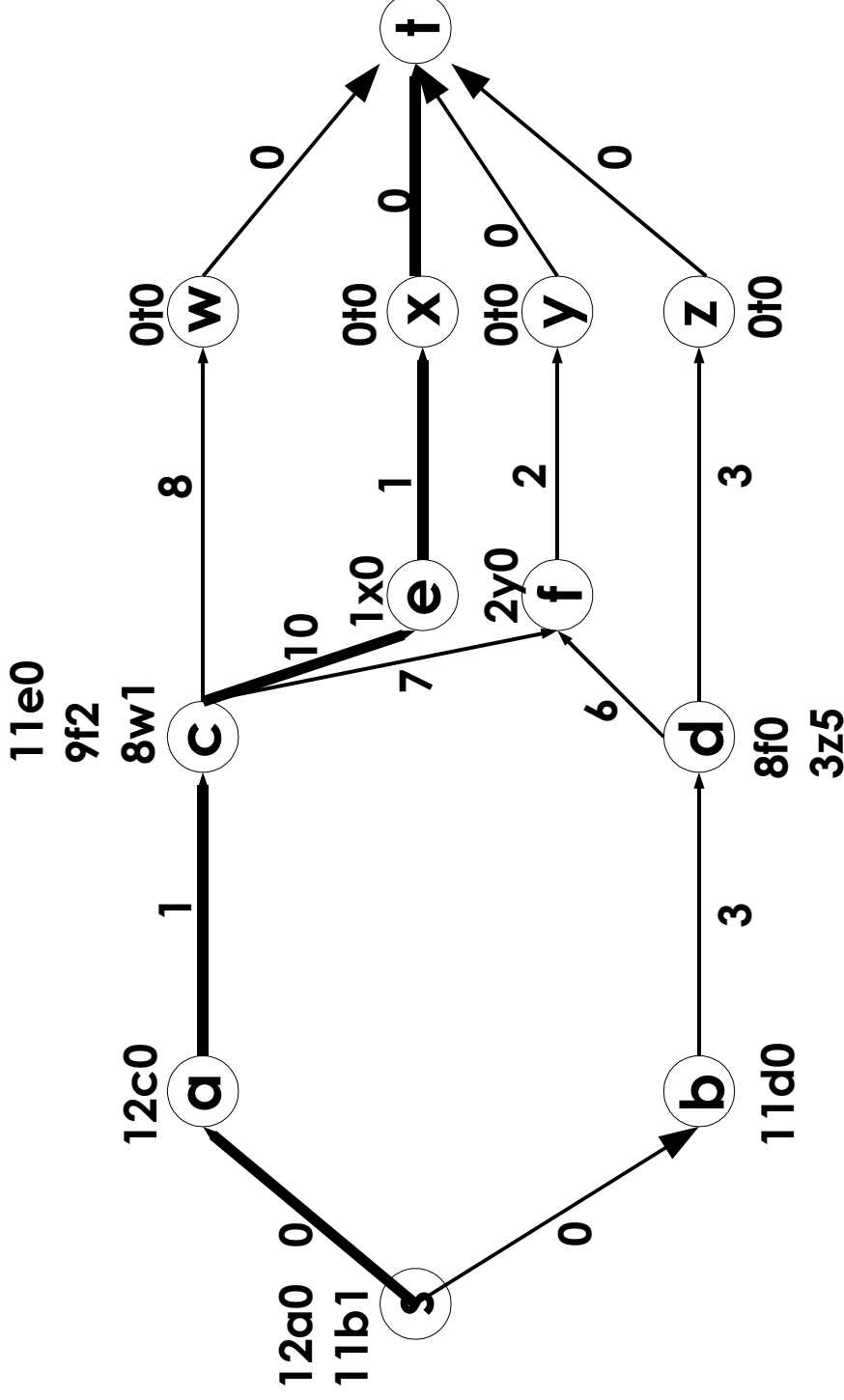
Erweiterung

- Aber zusätzlich je u
 - $T_{\text{sink}}(v) + w((u,v))$ von allen direkten Nachbarn v absteigend sortiert merken
 - benachbarte Differenzen berechnen: *branch slacks*



Längster Pfad

- Beginn bei s
- Dann jeweils Kante mit maximaler T_{sink}
- Bis t erreicht



Vorgehen 1

- **longest_path(list<vertex> head)**
 - Verlängert *head* zu längstmöglichem Pfad
 - ◆ Wählt dazu jeweils Nachbar mit max. *Tsink*
 - Merkt sich Nachbarn mit nächstkleinerer *Tsink*
 - ◆ Also: Den mit kleinstem *branch slack*
 - Berechnet aktuelles und nächstkleineres *Delay*

- **branch_path(path p)**
 - Zweigt an Stelle *v* mit min. *branch slack* von *p* ab
 - Markiert Abzweigung in *p* als „genommen“
 - ◆ Berechne nächstkleineres *Delay* von *p* neu
 - Berechnet nun **longest_path(p.vertices+<*v*>)**

Vorgehen 2

- **Kernalgorithmus**
 - Annotiere Graph mit T_{sink} und branch slacks
 - Berechne längsten Pfad $p_0 = \text{longest_path}(<s>)$
 - Merkt sich p_0 in P
 - Wiederholt, bis genug Pfade oder Delay=0:
 - ◆ Finde p aus P mit nächstkleinerem Delay = Max > 0
 - ◆ Generiere neuen Pfad $p' = \text{branch_path}(p)$
 - ✦ Verwende langsamste Abzweigung (min. branch slack)
 - ◆ Nimm p' in P auf

- **P enthält danach die gesuchten Pfade**

Beispiel

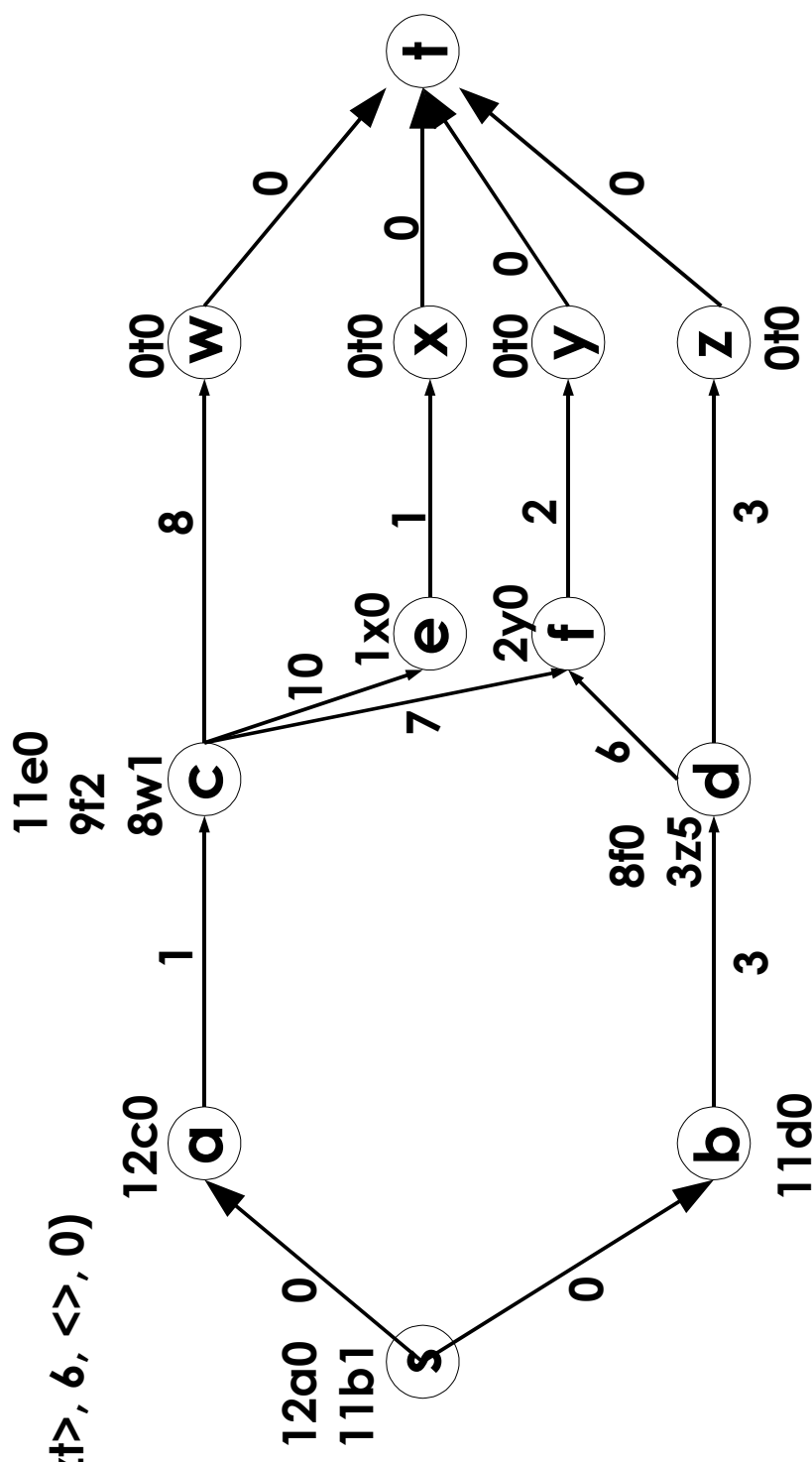
$p_0 = (\langle \text{sacext} \rangle, 12, \langle (\text{sb}, 1) \rangle, \langle (\text{ef}, 2) \rangle, \langle 11 \rangle, 10, 0$

$p_1 = (\langle \text{s} | \text{bd} | \text{fy} \rangle, 11, \langle (\text{ab}, 5) \rangle, \langle 6 \rangle, 0$

$p_2 = (\langle \text{sac} | \text{fy} \rangle, 10, \langle (\text{ew}, 1) \rangle, \langle 9 \rangle, 0$

$p_3 = (\langle \text{sac} | \text{wt} \rangle, 9, \langle \rangle, 0)$

$p_4 = (\langle \text{sbd} | \text{zt} \rangle, 6, \langle \rangle, 0)$



Zusammenfassung

- **Neue Längenmetriken**
- **Platzierungsprobleme**
- **Kernighan-Lin MinCut-Partitionierung**
- **Schnelle pfadorientierte Timing-Analyse**
- **Papers auf Web-Seite**
 - **Ju & Saleh 1991: Kritische Pfadaufzählung**
 - ◆ Nur Abschnitt 3 relevant