

# Algorithmen im Chip-Entwurf 7

## Verdrahtung 1

Andreas Koch  
FG Eingebettete Systeme  
und ihre Anwendungen  
TU Darmstadt

# Überblick

- **Verdrahtungsproblem**
- **Flächenverdrahtung**
  - Lee's Algorithmus
- **Kanalverdrahtung**
  - Klassisches Modell
  - Einschränkungen
  - Modellierung
  - Left-Edge Algorithmus
- **Zusammenfassung**

# Problem

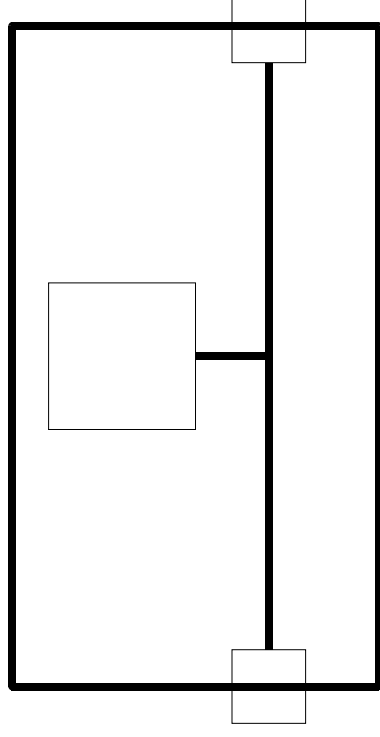
- **Eingaben**
  - Lage der Terminals (aus Platzierung)
  - Zu verbindende Terminals als Netzliste
  - Verdrahtungsfläche pro Layer
  
- **In der Regel: Zwei Phasen**
  - **Globale Verdrahtung**
    - ◆ Bestimmt die Lage ganzer Verdrahtungskanäle
      - ❖ Auf dem ganzen Chip
  - **Lokale Verdrahtung**
    - ◆ Bestimmt den Verlauf einzelner Leitungen
      - ❖ Innerhalb eines Verdrahtungskanales

# Umfeld

- **Anzahl der Verdrahtungslagen**
  - Abhängig von Technologie
  - Derzeit bis zu 8 im kommerziellen Einsatz
    - ◆ Bei 45nm Prozessen: 12 Lagen (geplant)
- **Erlaubte Ausrichtung in einem Layer**
  - Nur horizontal oder vertikal, beides, 45°
- **Verdrahtung frei oder auf Raster**
- **Behandlung von Hindernissen**
- **Lage der Terminals**
  - Nur an den Grenzen der Verdrahtungsfläche?
  - Mittendrin?

# Details

- **Feste oder bewegliche Terminals**
- **Veränderliche Verdrahtungsfläche**
- **Vertauschbare Terminals**
  - z.B. NAND-Eingänge, LUT-Eingänge
- **Elektrisch äquivalente Terminals**
  - z.B. Duplizierte LUT-Ausgänge



# Flächenverdrahtung 1

- **Terminals überall in Fläche erlaubt**
- **Algorithmus nach Lee (1961)**
  - **Labyrinth-Verdrahtung (Maze Routing)**
- **Berechnet**
  - **Verbindung zweier Punkte auf Ebene**
    - ◆ **Quell-Terminal**
    - ◆ **Senke-Terminal**
  - **Findet kürzesten Pfad um Hindernisse herum**
- **Arbeitet auf Raster**
  - **Maß: Kürzester Abstand benachbarter Punkte**

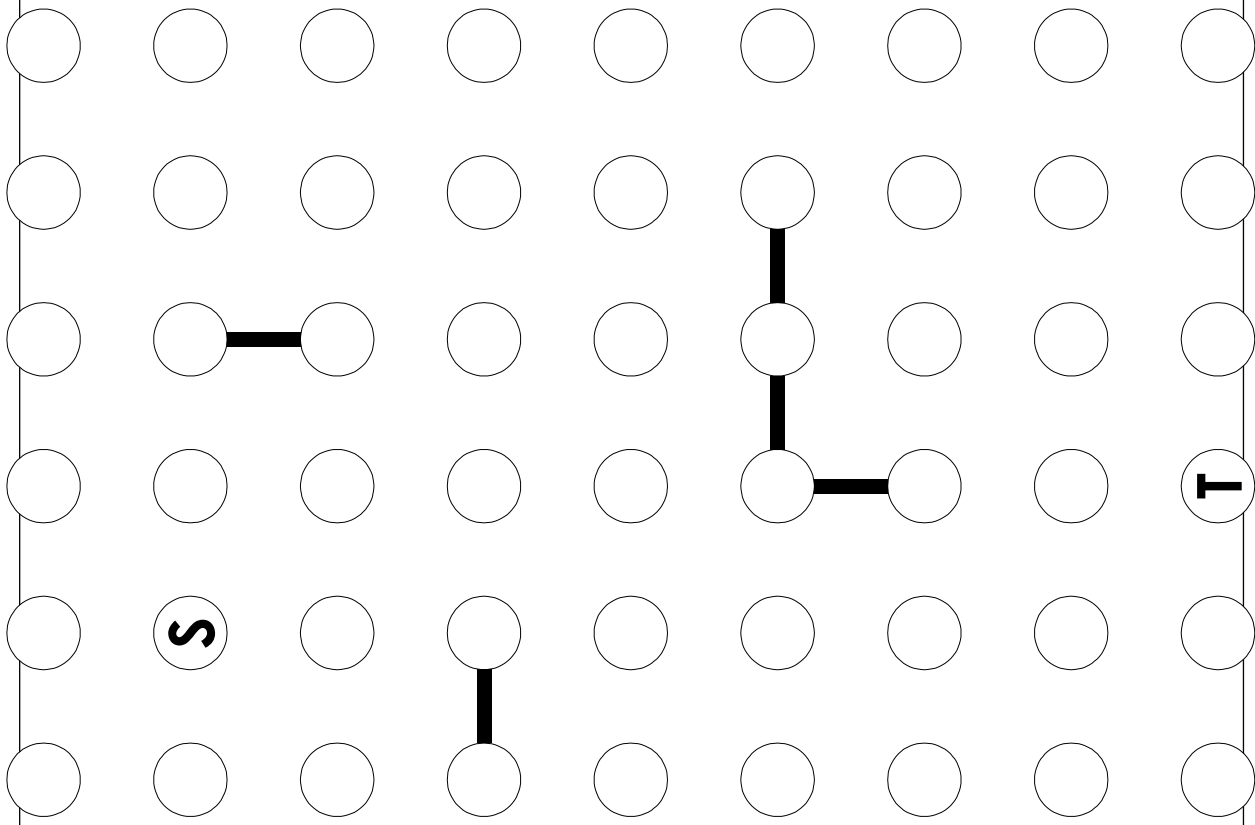
# Flächenverdrahtung 2

■ Hindernisse

● Rasterpunkte

● Versperren Weg

■ Beispiel



# Lee's Algorithmus 1

```
class grid_point : point {
  int value;
};
lee(grid_point S, grid_point T) {
  set<grid_point> wave, new_wave;
  grid_point neighbor, elem, path_elem;
  int label;
  /* 1. Schritt: Wellenausbreitung */
  new_wave := {S};
  label := 0;
  while (T ∉ new_wave) {
    ++label;
    wave := new_wave;
    new_wave := ∅;
    foreach element ∈ wave
      foreach neighbor ∈ N(element)
        if (neighbor.value == 0) {
          neighbor.value := label;
          new_wave := new_wave ∪ {neighbor};
        }
  }
}

/* 2. Schritt: Rückverfolgung */
path_elem := T;
for (i:=label-1; i ≥ 1; --i) {
  path_elem := "Nachbar mit value=i";
  /* ggf. Auswahlheuristik */
}

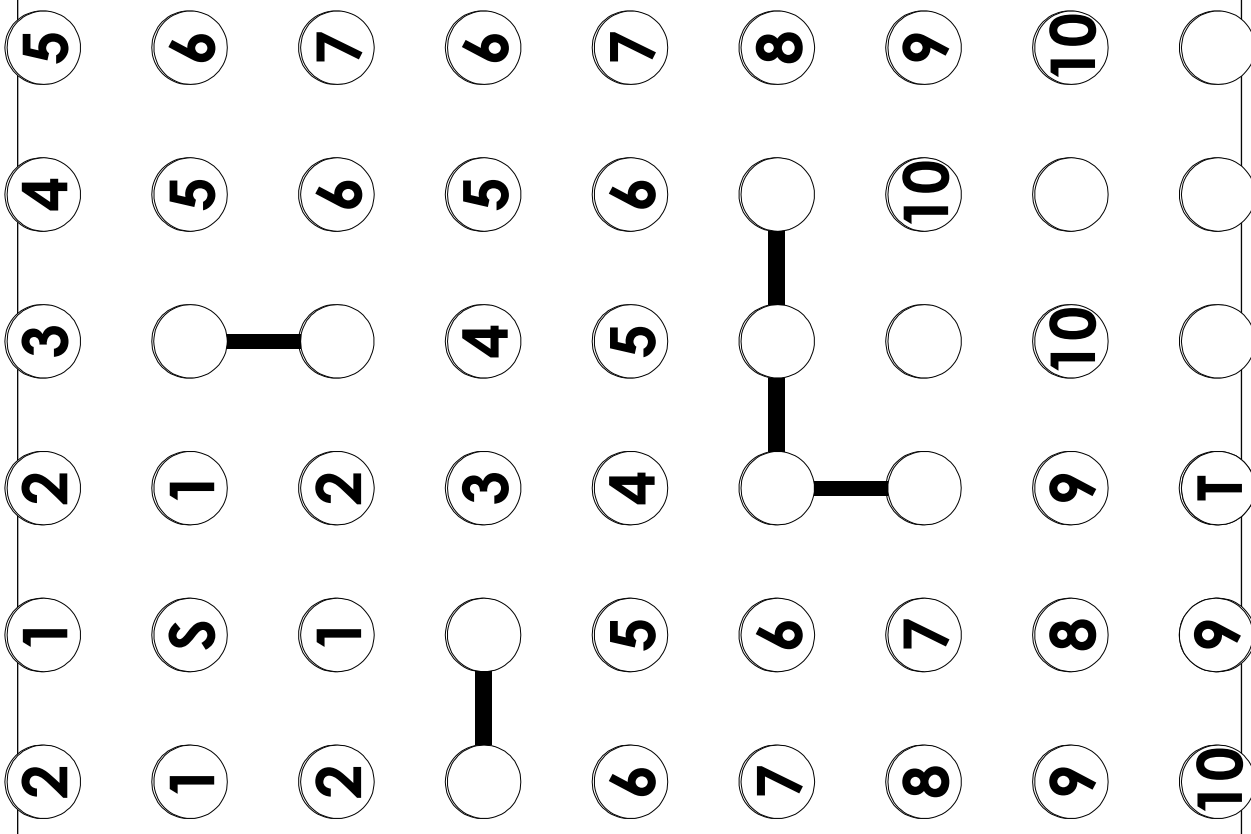
/* Aktuelle Leitung nun Hindernis */
path_elem.value := -1;
}

/* 3. Schritt: Aufräumen */
foreach "point on grid"
  if (point.value > 0)
    point.value := 0;
```

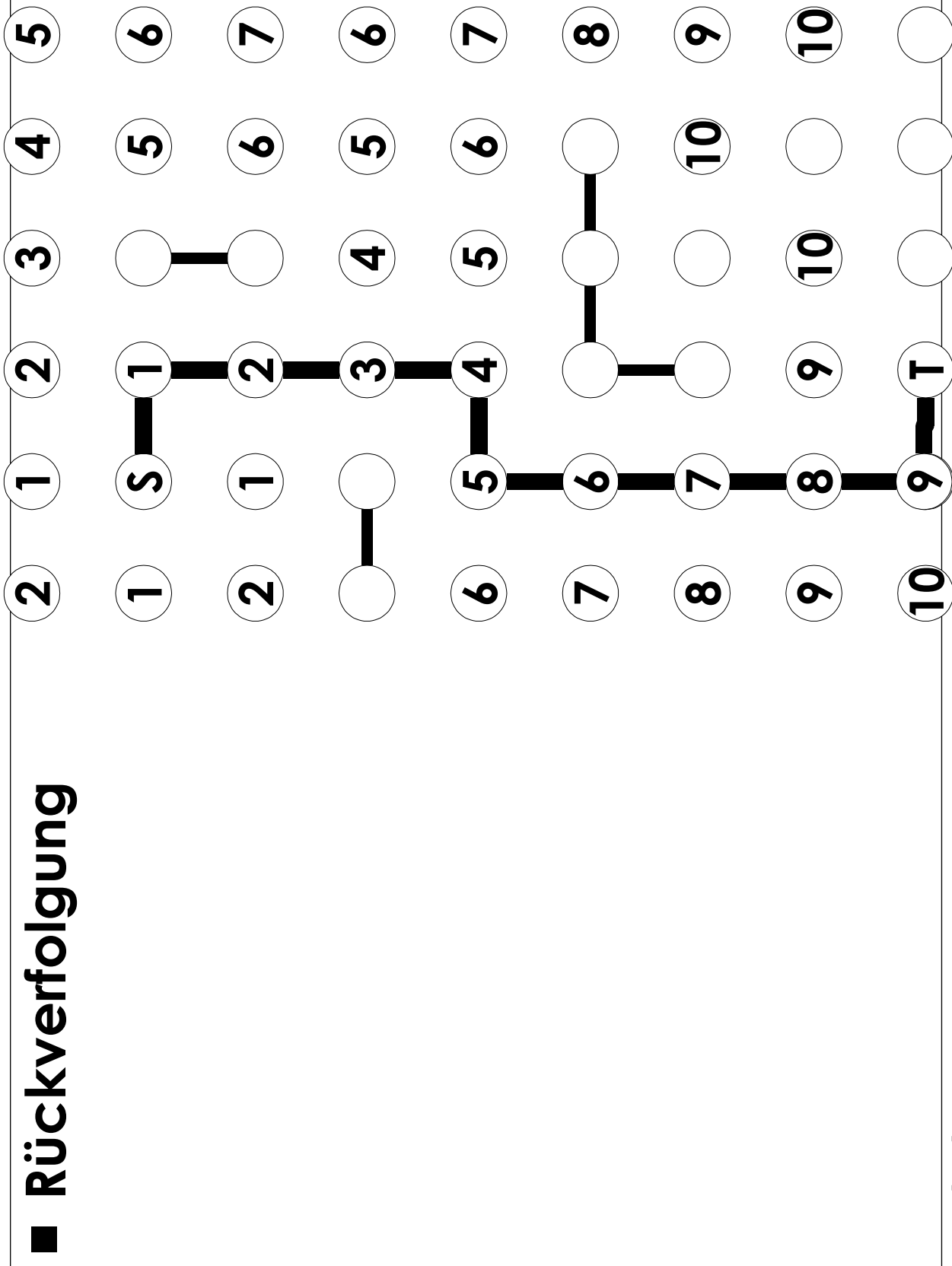


# Lee's Algorithmus 2

## ■ Wellenausbreitung



# Lee's Algorithmus 3



# Lee's Algorithmus 4

- Auf  $n \times n$  Raster:  $O(n^2)$ , auch für Speicher
- Erweiterungen möglich:
- Mehrere Ebenen
  - Dreidimensionaler Ansatz
    - ◆ Höhere Kosten für Vias (Übergänge zwischen Ebenen)
- Multi-Terminal Netze
  - Verdrahte zunächst zwei Terminals
  - Benutze dann gesamten Pfad als Quelle/Senke
    - ◆ Weitere Terminals werden an bestehende angeschlossen
  - Kürzester Pfad *nicht* mehr garantiert!
    - ◆ Wäre Minimaler Rechtwinkliger Steiner-Baum: NP-vollst.

# Lee's Algorithmus 5

- **Hauptproblem: Sequentielles Vorgehen**
- **Heuristiken**
  - **Priorisierung von Netzen**
    - ◆ **Zeitkritische**
    - ◆ **Lange**
    - ◆ **mit hohem Fanout**
    - ◆ **...**
- **Aber es existieren unlösbare Probleme**
  - **Unabhängig von Ordnung**
- **Ungeeignet als alleiniges Verfahren**
- **Aber Verwendung bei iterativer Verbesserung**

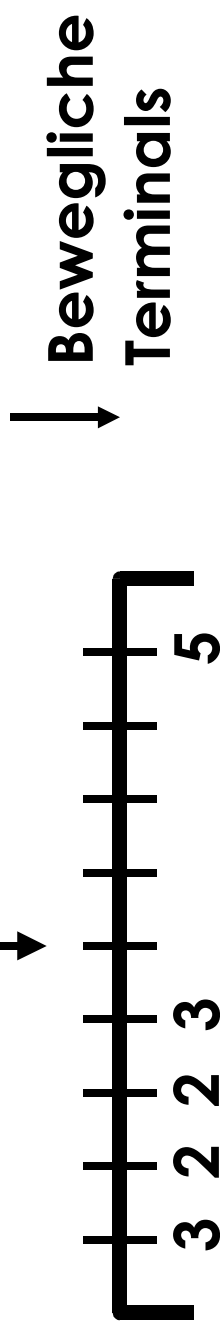
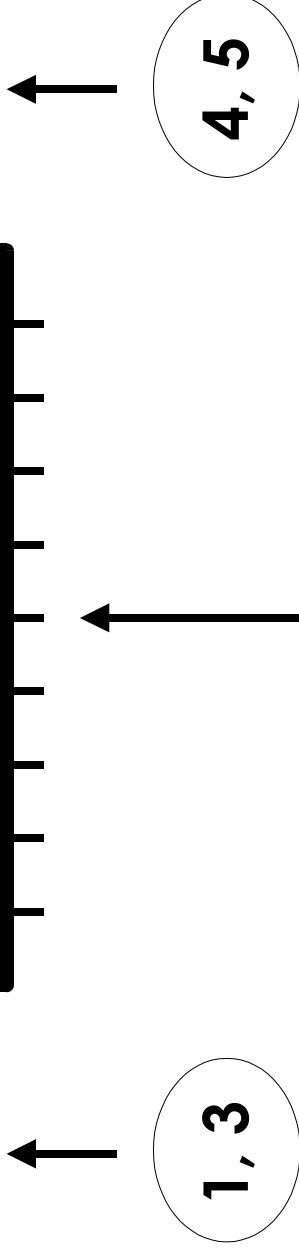
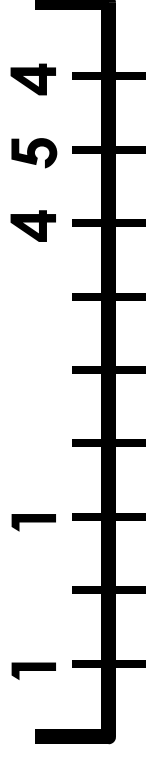
# Kanalverdrahtung 1

- **Lee's Algorithmus geeignet für**
  - **Umgebung mit vielen Hindernissen**
    - ◆ **Wenige Pfade mit minimaler Länge**
- **Schlecht geeignet**
  - **Umgebung mit wenigen Hindernissen**
  - **Keine Auswahlmechanismen**
    - ◆ **Bestimmung des "besten" Pfades**
- **Szenario bei Kanalverdrahtung**
  - **Anfangs keine Hindernisse**
  - **Anderer Ansatz erforderlich**

# Kanalverdrahtung 2

- Verdrahtung von Netzen in rechteckigem Kanal

Feste Terminals



- Ziel: min. Fläche, (min. Länge, min. Vias)

# Kanalverdrahtung 3

- **Variante: Switchbox-Verdrahtung**
  - Alle Terminals an allen vier Seiten fest
  - Alle Abmessungen fest
- **Entscheidungsproblem**
  - Gibt es überhaupt eine Lösung?
  - Falls ja, optimiere sekundäre Ziele
    - ◆ min. Vias
    - ◆ min. Länge
- **Hier zunächst nicht betrachtet**
  - Andere Verfahren erforderlich

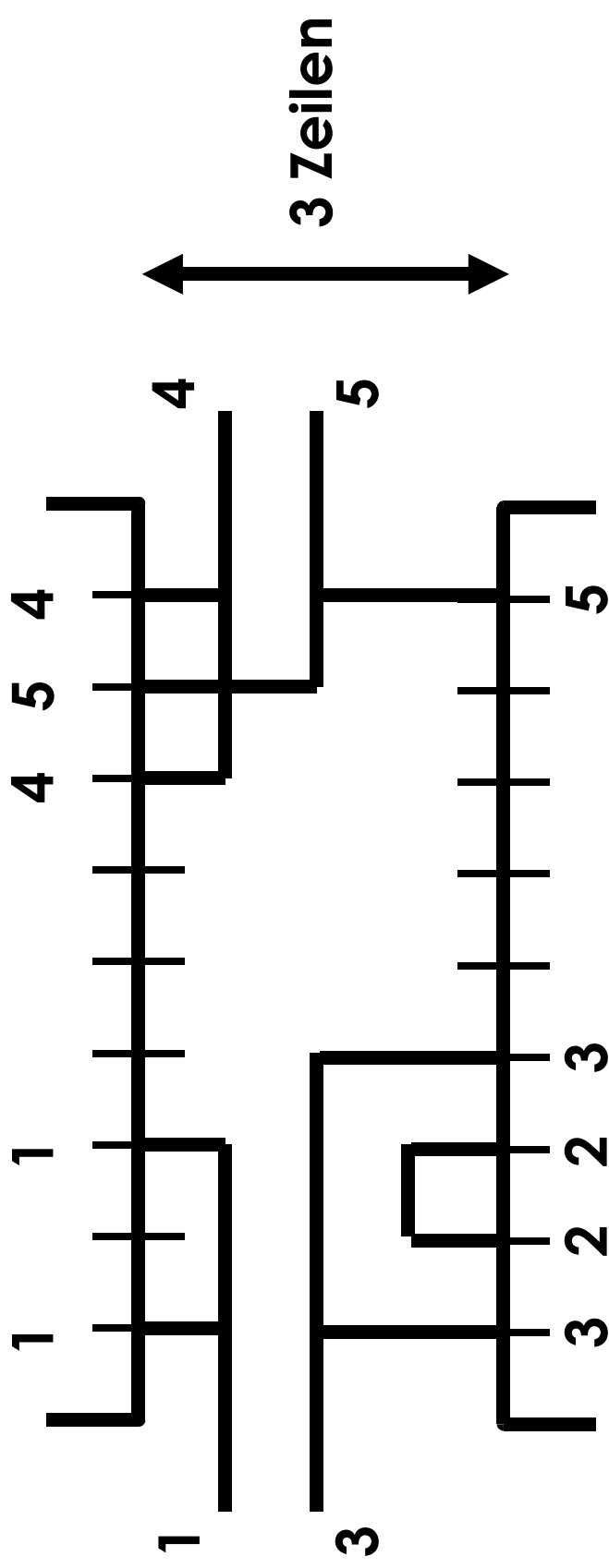
# Kanalverdrahtung 4

- **Klassisches Modell**
  - Verdrahtung läuft auf Einheitsraster
  - Zwei Verdrahtungsebenen
    - ◆ Getrennt für horizontale/vertikale Segmente
  - Ein (1) horizontales Segment pro Netz
    - ◆ Ausnahme: Bei Konfliktauflösung 2 H-Segmente
  
- **Mögliche Erweiterungen**
  - Verdrahtung ohne Raster
  - 45° Verbindungen erlaubt
  - Mehr als zwei Verdrahtungsebenen
  - ... hier alles nicht betrachtet



# Kanalverdrahtung 5

- Beispiel gelöst im klassischen Modell

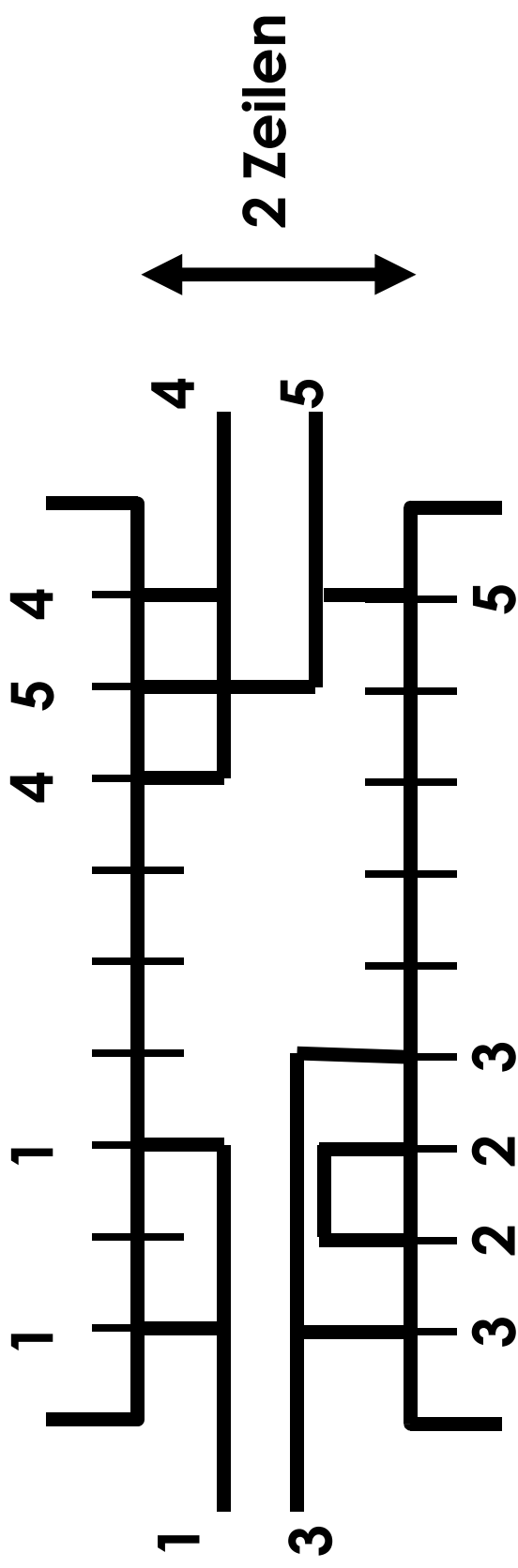


# Kanalverdrahtung 6

- **Warum reservierte Ebenen für H/V-Segmente?**
  - Vermindern des Übersprechens zwischen überlagerten Segmenten
  - Kleinerer Lösungsraum
    - ◆ Schneller zu Lösen
    - ◆ Verlust an Qualität
  
- **Moderne Router sind flexibler**
  - Laufen ohne reservierte Ebenen
  - Bessere Qualität
  - ... aber viel aufwendigere Algorithmen

# Kanalverdrahtung 7

- Beispiel gelöst ohne reservierte Ebenen



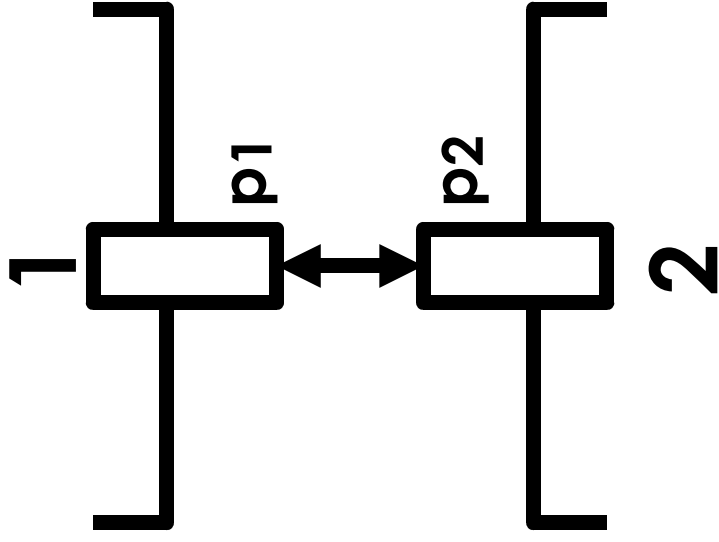


# Modellierung des Problems

- Grundlage für spätere Lösung
- Graphenbasiert
  - Wie so häufig im VLSI-CAD-Bereich

# Vertikale Einschränkungen 1

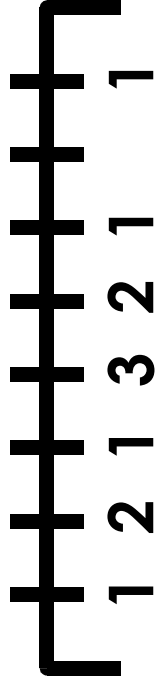
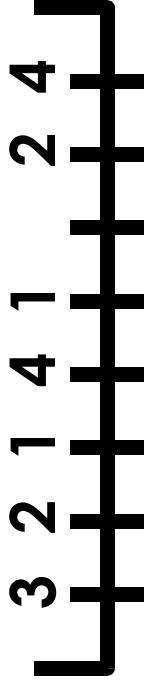
- Zwei gegenüberliegende Terminals  
verschiedener Netze
- Oberes Segment in den Kanal muß über unterem Segment in den Kanal liegen
  - ◆ Sonst Kurzschluß



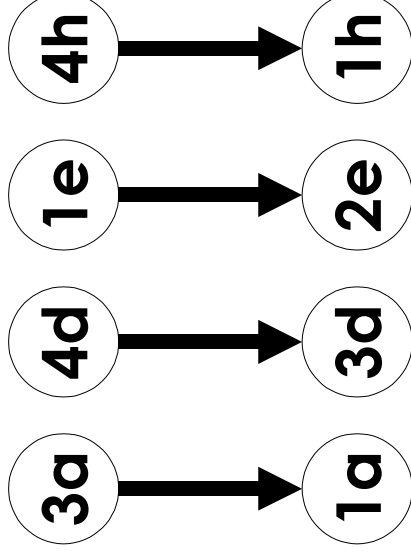
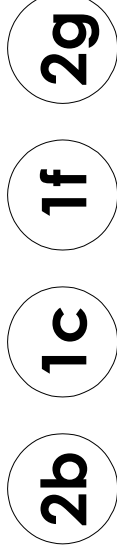
Vertical  
Constraint  
Graph (VCG)

# Vertikale Einschränkungen 2

- VCG: Einzelnen betrachtet
  - Wenig aussagekräftig
  - ◆ Ein verbundenes Knotenpaar pro gegenüberliegende unverbundene Terminals



a b c d e f g h



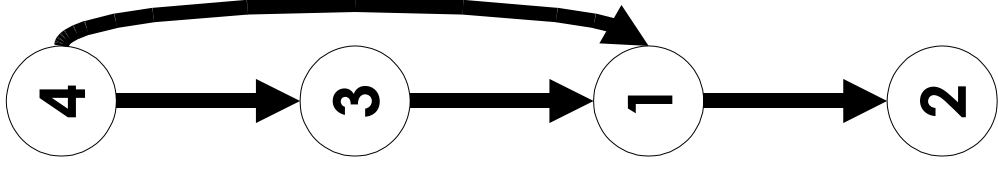
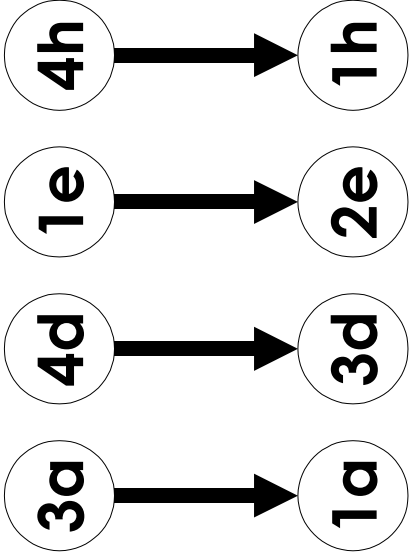
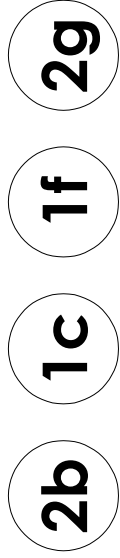
# Vertikale Einschränkungen 3

- **Zusätzliche Forderung im klassischen Modell**
  - Alle Terminals eines Netzes laufen auf einem horizontalen Segment
- **Alle Terminalsegmente enden in einer Zeile**
  - **Zusätzliche Abhängigkeit**
- **Darstellung im VCG**
  - Verschmelzen der Terminal-Knoten
  - ... zu einem Knoten *pro Netz*



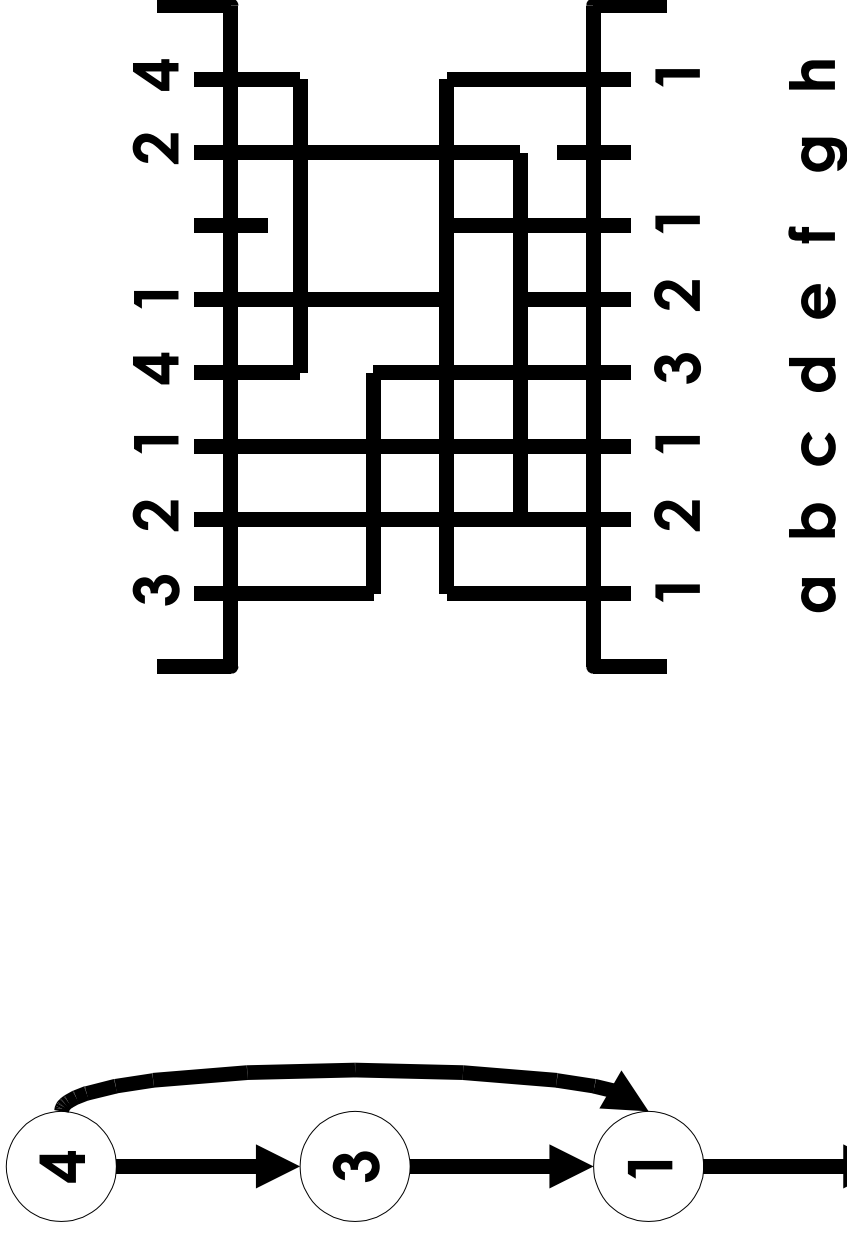
# Vertikale Einschränkungen 4

## ■ Fortführung des letzten Beispiels



# Vertikale Einschränkungen 5

- Eindeutige Lösung des Beispiels

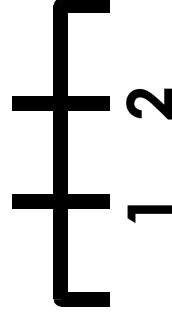
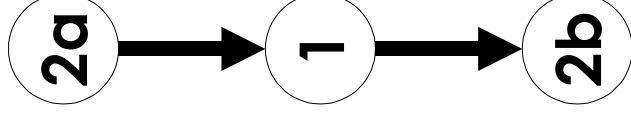
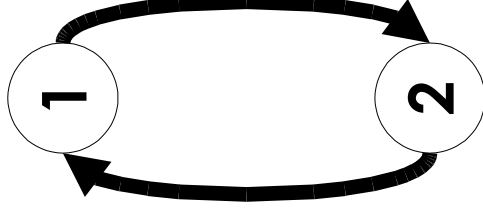
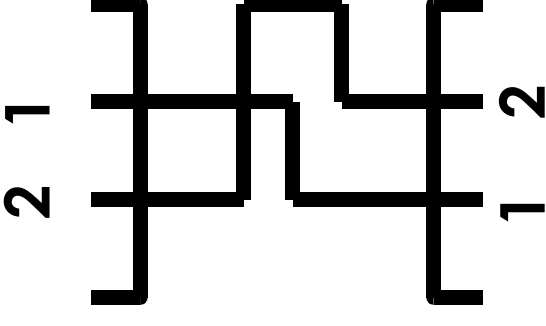
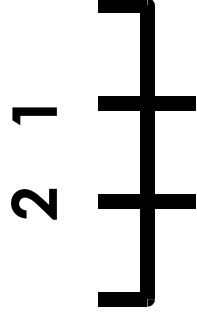


# Vertikale Einschränkungen 6

- Hier gezeigt: Extremformen von VCGs
  - Vollständig verschmolzen
  - Vollständig getrennt
- Auch möglich: Zwischenstufen
  - Ein Knoten pro horizontalem Segment
    - ◆ Auch in nicht-klassischen Modellen verwendbar
    - ◆ Mehr als ein H-Segment pro Netz

# Vertikale Einschränkungen 7

- Was tun bei Zyklen im VCG?
  - Mit individuellem H-Segment pro Netz nicht mehr lösbar



- Lösung: Knoten auftrennen!
  - Führt zu VCG-Zwischenform (dito für Doglegs)

# Vertikale Einschränkungen 8

- Falls nur vertikale Einschränkungen:
  - Problem leicht lösbar
  - Berechnung des längsten Pfades
    - ◆ Analog zur Kompaktierung
- Aber
  - Es gibt auch horizontale Einschränkungen

# Horizontale Einschränkungen 1

- **Im klassischen Modell**
  - Keine Überlappung zwischen H-Segmenten
  - verschiedener Netze in gleicher Zeile
  - Sonst Kurzschluß
- **Horizontale Einschränkung**
- **Falls keine vertikalen Einschränkungen vorliegen**
  - Also keine gegenüberliegenden unverbundenen Terminals existieren
  - Lösung durch Left-Edge Algorithmus (1971)

# Left-Edge Algorithm 1

- **Modelliere Netz  $i$  als Intervall**

$$[x_{i_{\min}}, x_{i_{\max}}]$$

- **Begrenzt durch Position der linken/rechten Terminals**
- **Ausreichend Informationen, da**
  - **Kein vertikalen Einschränkungen**
    - ◆ Zeile des H-Segments kann überall erreicht werden
- **Optimale Lösung**
  - **Packe nicht-überlappende Intervalle in eine Zeile**
  - **Minimale Anzahl von Zeilen**

# Left-Edge Algorithmus 2

- **Lokale Dichte in Spalte  $x$ :  $d(x)$** 
  - Anzahl von Intervallen, die Spalte  $x$  enthalten
- **Maximale lokale Dichte**  $d_{\max} = \max_x d(x)$
- **Untere Schranke für Anzahl Zeilen**
  - Alle überlappenden Intervalle müssen in eigene Zeilen gelegt werden
- **Left-Edge Algorithmus findet immer Optimum**



# Left-Edge Algorithm 3

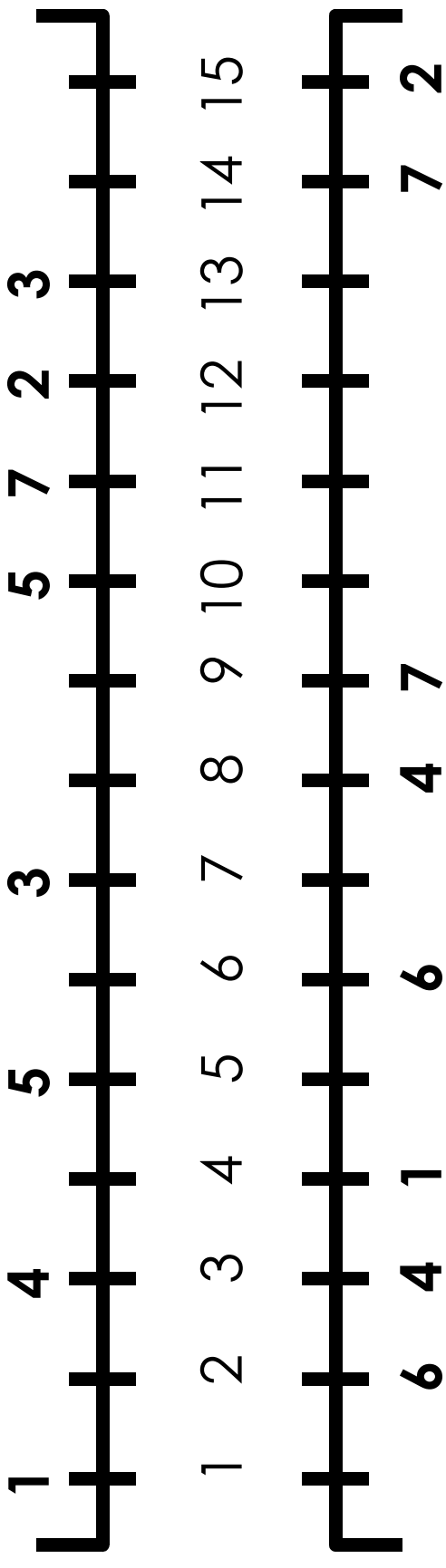
```
left_edge(list<interval> i_list) {  
  /* intervalle in i_list nach aufsteigender linker koordinate sortiert */  
  set<set<interval>> solution;  
  set<interval> row;  
  interval f;
```

```
  solution :=  $\emptyset$ ;  
  while (!i_list.empty()) {  
    f := i_list.head();  
    i_list := i_list.tail();  
    row :=  $\emptyset$ ;  
    do {  
      row := row  $\cup$  {f};  
      f := "erstes Element in i_list ohne Überlappung mit f";  
      i_list.remove(f);  
    } while (f != nil);  
    solution := solution  $\cup$  {row};  
  }  
  return (solution);  
}
```

## ■ Greedy Algorithmus

- Findet aber Optimum!

# Left-Edge Algorithmus 4




$d_{\max} = 3$

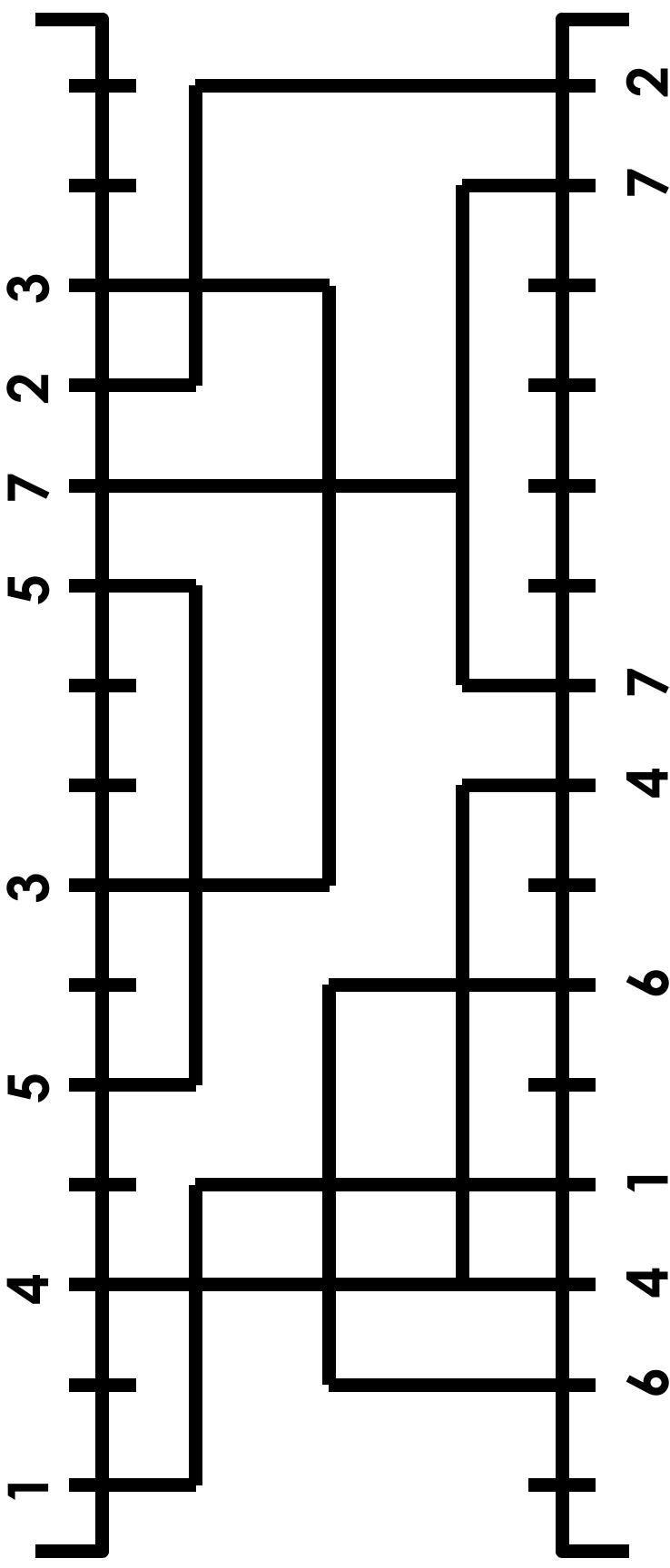
$i\_list = [1,4], [2,6], [3,8], [5,10], [7,13], [9,14], [12, 15]$

# Left-Edge Algorithm 5

$solution = \emptyset$   
 $i\_list = [1,4], [2,6], [3,8], [5,10], [7,13], [9,14], [12,15]$   
 $f = [1,4]$   
 $i\_list = [2,6], [3,8], [5,10], [7,13], [9,14], [12,15]$   
 $row = \emptyset$   
 $row = \emptyset \cup \{f\} = \{[1,4]\}$   
 $f = \text{"ohne Überlappung mit f"} = [5,10]$   
 $i\_list = [2,6], [3,8], [7,13], [9,14], [12,15]$   
 $row = \{[1,4]\} \cup \{f\} = \{[1,4],[5,10]\}$   
 $f = \text{"ohne Überlappung mit f"} = [12,15]$   
 $i\_list = [2,6], [3,8], [7,13], [9,14]$   
 $row = \{[1,4],[5,10]\} \cup \{f\} = \{[1,4],[5,10],[12,15]\}$   
 $f = \text{"ohne Überlappung mit f"} = nil$   
 $solution = \emptyset \cup \{row\} = \{\{[1,4],[5,10],[12,15]\}\}$



# Left-Edge Algorithm 6



**solution**={{[1, 4],[5, 10],[12, 15]}, {[2, 6],[7, 13]}, {[3, 8],[9, 14]}}

# Left-Edge Algorithmus 7

- Komplexität
  - $n$  Intervalle
  - $d$  Zeilen
  - Sortieren nach linker Koordinate:  $O(n \log n)$
  - Äußere Schleife:  $d$  Durchläufe
  - Innere Schleife: max.  $n$  Intervalle betrachtet
    - $O(n \log n + d n)$
    - ◆ Kann noch verbessert werden:  $\Theta(n)$

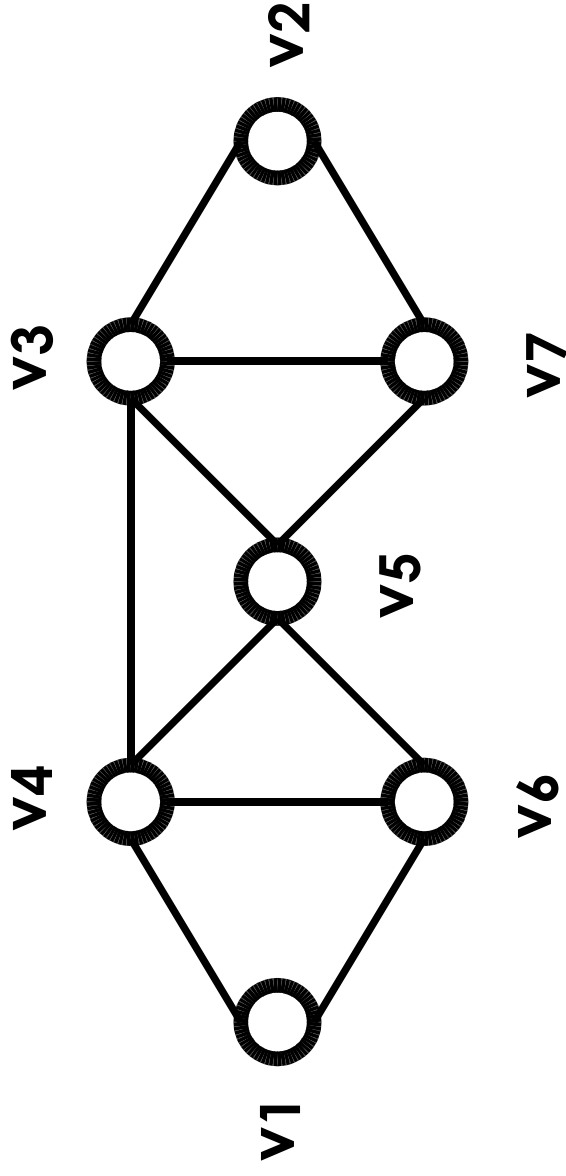
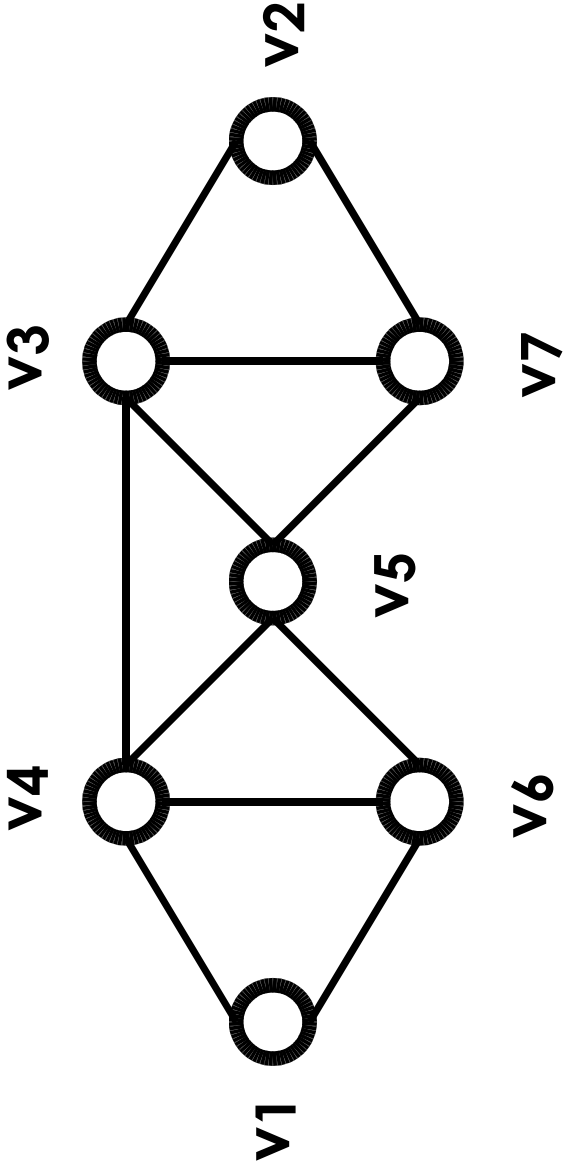
# Left-Edge Algorithm 8

- Als graphentheoretisches Problem
- Intervallgraph  $G(V, E)$ 
  - Knoten pro Intervall
  - Kante zwischen überlappenden Intervallen
- Untermenge aller Graphen
- Nicht benachbarte Knoten:  
Intervalle in einer Zeile möglich

# Left-Edge Algorithmus 9

- Analog zu
  - Bestimme minimale Anzahl von Farben, so daß benachbarte Knoten unterschiedliche Farben haben
- Farben  $\Leftrightarrow$  Zeilen
- Klassisches Problem der Graphentheorie
  - Normalerweise NP-vollständig
  - Für Intervallgraphen aber in P

# Left-Edge Algorithmus 10





# Zusammenfassung

- **Flächenverdrahtung**
  - Lee's Algorithmus
- **Kanalverdrahtung**
  - Klassisches Modell
    - ◆ Ausnahmen
  - Einschränkungen
    - ◆ Vertikale
    - ◆ Horizontale
    - ◆ Left-Edge Algorithmus
    - ◆ Graphentheoretische Sicht