

Algorithmen im Chip-Entwurf 9

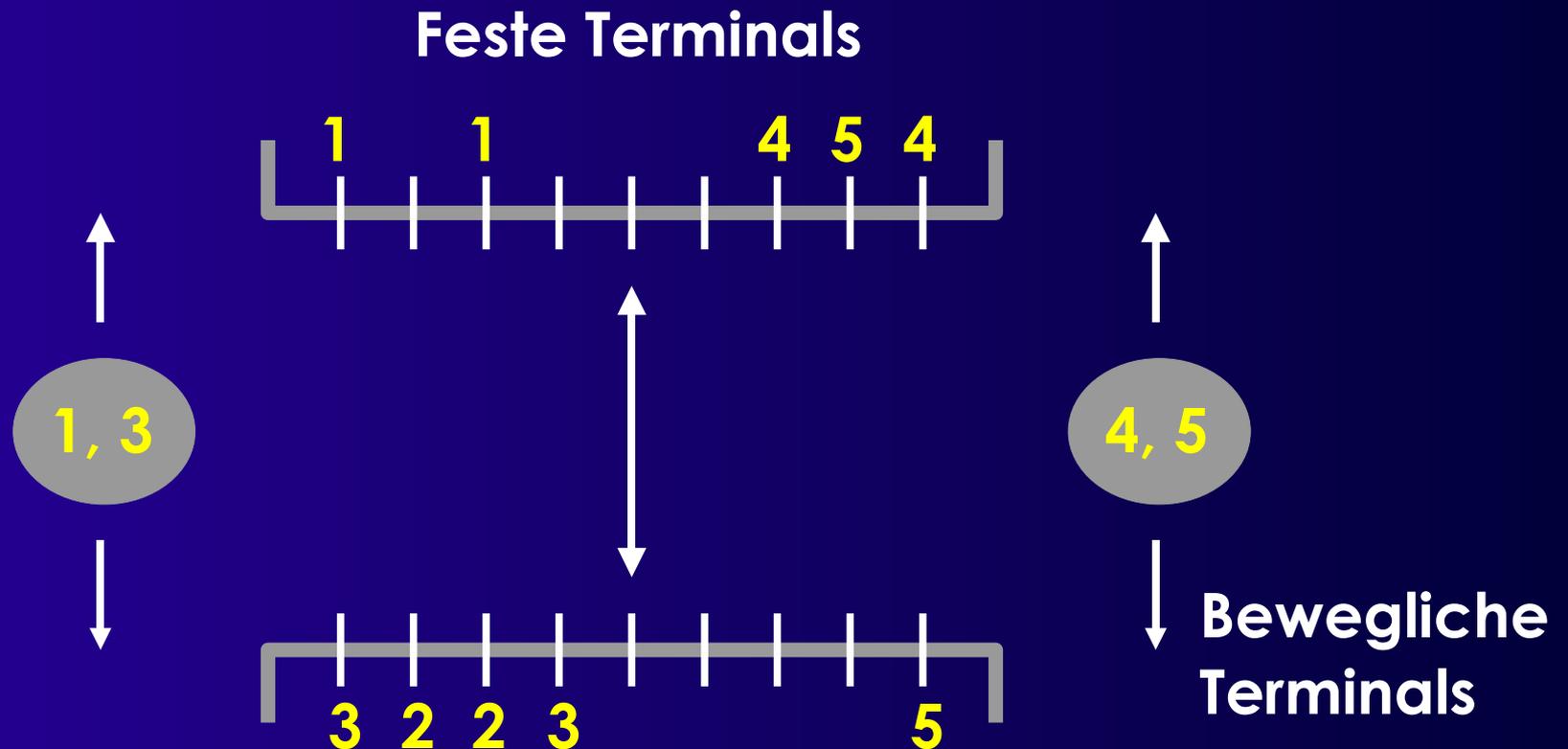
Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

- **Wiederholung**
 - H- und V-Einschränkungen
- **Kanalverdrahtung**
 - Yoeli's Robuster Router
 - Beispiel
- **Globale Verdrahtung**
- **Konstruktion von Steiner-Bäumen**
- **Zusammenfassung**

Kanalverdrahtung 1

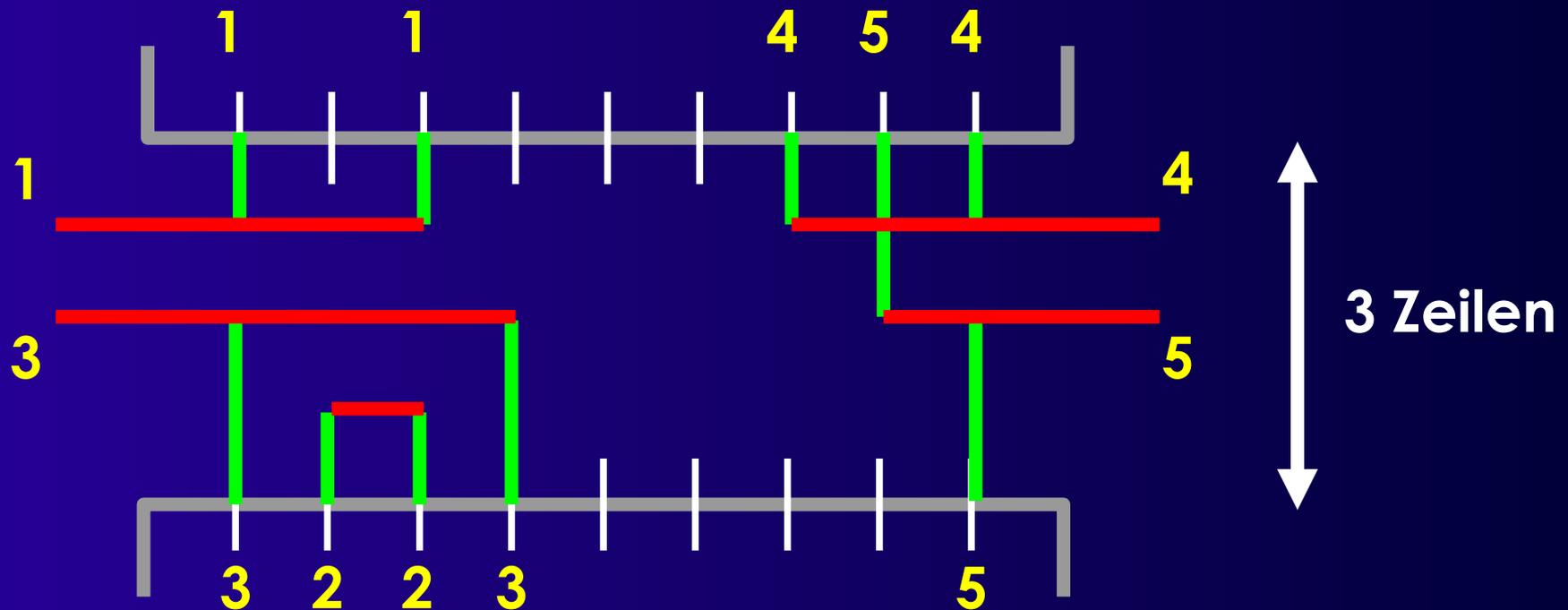
- Verdrahtung von Netzen in rechteckigem Kanal



- Ziel: min. Fläche, (min. Länge, min. Vias)

Kanalverdrahtung 2

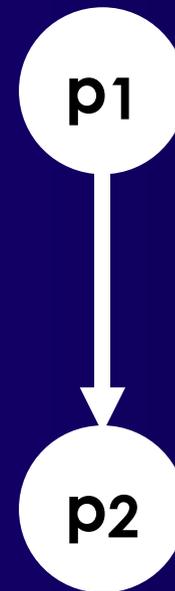
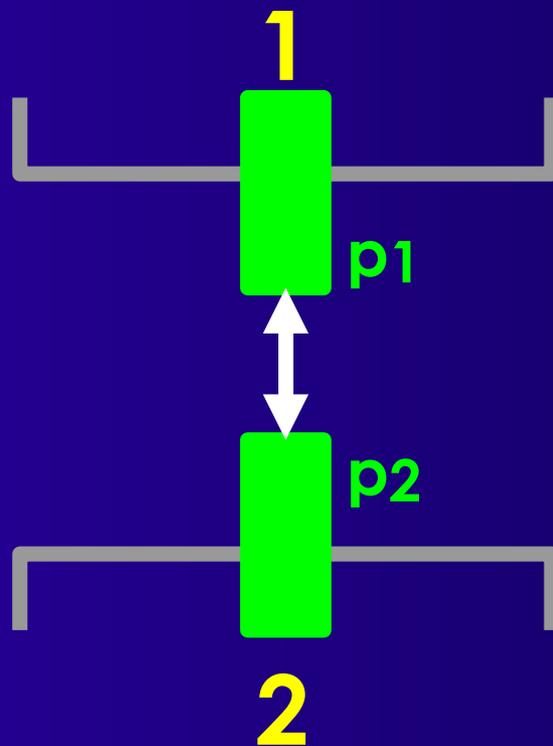
■ Beispiel gelöst im klassischen Modell



Vertikale Einschränkungen

■ Zwei gegenüberliegende Terminals

- Oberes Segment in den Kanal *muß* über unterem Segment in den Kanal liegen
 - ◆ Sonst Kurzschluß



Vertical
Constraint
Graph (VCG)

Horizontale Einschränkungen

■ Im klassischen Modell

- Keine Überlappung zwischen H-Segmenten verschiedener Netze in gleicher Zeile
- Sonst Kurzschluß

→ Horizontale Einschränkung

■ Falls keine vertikalen Einschränkungen

- Keine gegenüberliegenden Terminals
- Lösung durch Left-Edge Algorithmus (1971)

■ Was tun bei H+V Einschränkungen?

- NP-vollständig!

Robuster Kanal-Router 1

■ Heuristik (Yoeli 1991)

■ Algorithmus

- Iteriert über alle Zeilen im Kanal
- Verkleinert Problem mit jeder Iteration
- Wechselt zwischen oberster / unterster Zeile
 - ◆ Arbeitet sich zur Kanalmitte vor
- Zwei Phasen
 - ◆ Berechnen von Gewichten für Netze
 - ◆ Wie gut wäre aktuelle Zeile für Netz?
 - ◆ Selektion von Untermenge mit maximalem Gewicht
 - ◆ Heuristik bei Verletzung vertikaler Einschränkungen

Robuster Kanal-Router 2

■ Berechnung der Gewichte w_i für Netz i

- ① Falls i Spalten der maximalen Dichte überspannt,
 $w_i += B$ (B groß)
 - ◆ Hoffe auf Verringerung der max. Dichte, unabhängig von Seite (steepest descent)

- ② Falls i ein Terminal auf der aktuellen Seite (oben / unten) auf Spalte x hat,
 $w_i += d(x)$ (für alle Spalten x)
 - ◆ Bevorzuge Netze mit Terminals auf aktueller Seite

- ③ Für alle Spalten x bei denen eine vertikale Einschränkung verletzt würde,
 $w_i -= K d(x)$ ($5 \leq K \leq 10$)
 - ◆ Bestrafe verletzte Einschränkungen

Robuster Kanal-Router 3

- **Regeln typisch für Heuristiken**
- **Robust**
 - Unempfindlich gegen kleine Änderungen
- **Nach Bestimmung der Gewichte**
 - Finde Netz-Untermenge mit maximalem Gewicht, die in selbe Zeile passen
 - ◆ Ohne Verletzung horizontaler Einschränkungen
 - Verwendet Intervallgraph
 - ◆ Kante zwischen Knoten überlappender Intervalle

Robuster Kanal-Router 4

■ Unabhängige Menge

- Menge unverbundener Knoten

■ Also gesucht:

- Unabhängige Mengen maximalen Gewichts
 - ◆ Im allgemeinen NP-vollständig
 - ◆ Aber für Intervallgraphen in P !

■ Vorgehensweise

- Dynamic Programming
- Konstruiere optimale Lösung aus Teillösungen
 - ◆ Komplexitätsparameter γ : $1 \leq \gamma \leq \text{Kanallänge}$

Robuster Kanal-Router 5

■ γ = Spalte c

- Betrachte nur Netze mit rechtem Ende $\leq c$

■ Beispiel

- $i_1=[1,4]$, $i_2=[12,15]$, $i_3=[7,13]$, $i_4=[3,8]$, $i_5=[5,10]$, $i_6=[2,6]$,
 $i_7=[9,14]$
- $\gamma = 0, \gamma = 1, \gamma = 2, \gamma = 3: \emptyset$
- $\gamma = 4, \gamma = 5: \{i_1\}$
- $\gamma = 6, \gamma = 7: \{i_1, i_6\}$
- $\gamma = 8: \{i_1, i_6, i_4\}$
- ...

Robuster Kanal-Router 6

■ Bestimme Lösung $\gamma=c$ aus Lösung $\gamma < c$

- Altes Maximalgewicht *plus*
Netz n mit rechtem Ende in Spalte c
 - ◆ Es ex. max. zwei solcher Netze (Terminals oben & unten)
- n Teil der optimalen Lösung, falls
 - ◆ Gewicht von n plus Gewicht bestehender Netze ohne Überlappung mit $n \geq \max.$ Gewicht ohne n



Robuster Kanal-Router 7

■ Für Spalte c ausgewähltes Netz merken

- In `selected_net[c]`
- Kann leer sein (=0, kein neues dazugekommen)
- Letztes (=rechtes) Netz immer in Lösung
- Dann nach links suchen
 - ◆ Nach nicht-überlappendem Netz
- Wiederhole bis linker Rand erreicht!

■ Beispiel: ..., $i_2=[5,9]$, $i_3=[4,6]$, ..., $i_7=[1,3]$, ...

$c=$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$s_n[c]=$	0	0	7	0	0	3	0	0	2

- i_2 in Lösung, überspringe i_3 , i_7 in Lösung

Robuster Kanal-Router 8

- **Annahme: d_{\max} Durchgänge reichen**
 - Wäre dann optimale Lösung
- **Iteration**
 - ◆ Gewichtsrechnung
 - ◆ Konstruiere
 - ◆ Maximal-gewichtige unabhängige Menge
- **Aber:**
 - Nur *Versuch* der Vermeidung von V-Konflikten
 - ◆ Keine Garantie!

Robuster Kanal-Router 9

■ Falls V-Konflikt unvermeidbar

- Entferne ein oder mehrere Netze
 - ◆ Welche?
 - ◆ Heuristik!
- Verdrahte Netz(e) mit Maze-Routing
 - ◆ Gute Umgebung: Viele Hindernisse!
- Vorgehensweise genannt: Rip-up and Reroute

■ Auch hier: Keine Garantie auf Lösung

→ Erneuter Durchlauf mit zusätzlicher Zeile

- d_{\max} war nur untere Schranke für Zeilenzahl

■ Ggf. auch zusätzliche Spalte

Robuster Kanal-Router 10

```
robust_router(placed_netlist N) {
  set<int> row;
  seq<set<int>> S;
  int[channel_width+1] totalwght, selected_net;
  bool top;
  int height, c, r, i;
  top := true;
  height := N.dmax();
  for (r := 1; r ≤ height; ++r) {
    forall "Netze i in netlist N"
      wi := i.compute_weight(N, top);
    totalwght[0] := 0;
    for (c:=1; c ≤ channel_width; ++c) {
      selected_net[c] := 0;
      totalwght[c] := totalwght[c-1];
      if (n = "Netz mit rechtem Term. oben in Spalte c") {
        if (wn + totalwght[xnmin-1] > totalwght[c]) {
          totalwght[c] := wn + totalwght[xnmin-1];
          selected_net[c] := n;
        }
      }
      if (n = "Netz mit rechtem Term. unten in Spalte c") {
        if (wn + totalwght[xnmin-1] > totalwght[c]) {
          totalwght[c] := wn + totalwght[xnmin-1];
          selected_net[c] := n;
        }
      }
    }
  }
}

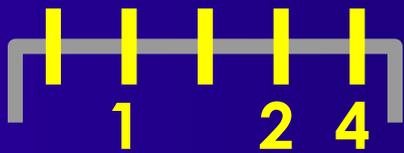
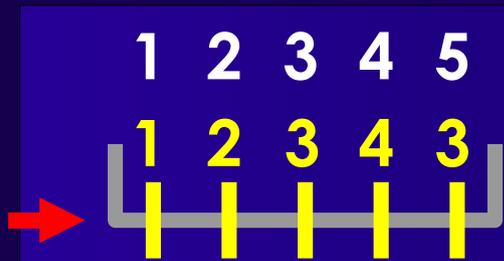
row := ∅
c := channel_width;
while (c > 0)
  if (selected_net[c] != 0) {
    n := selected_net[c];
    row := row ∪ {n};
    c := xnmin - 1;
  } else
    --c;
S.append(row);
top := !top;
N := "N ohne Netze in row";
}
"Maze-Routing bei V-Konflikten"
```

■ Ggf. Wiederholung mit

- Erhöhter Breite
- Erhöhter Länge

Robuster Kanal-Router 11

VCG



x

	1	2	3	4	5
d(x)	1	2	2	3	2

$B = 1000, K = 5$

$$w_1 = (0) + (1) + (-5 \cdot 2) = -9$$

$$w_2 = (1000) + (2) + (-5 \cdot (2+3)) = 977$$

$$w_3 = (1000) + (2+2) + (-5 \cdot 0) = 1004$$

$$w_4 = (1000) + (3) + (-5 \cdot 2) = 993$$

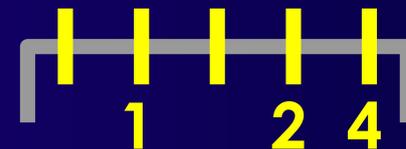
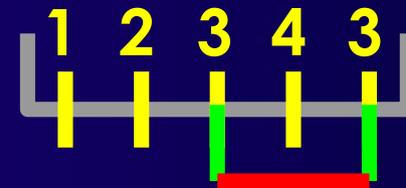
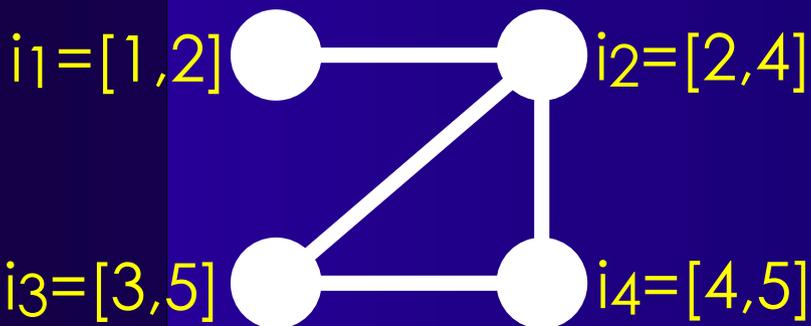
$$\text{totalwght}[1]=0 \quad \text{sel}[1]=0$$

$$\text{totalwght}[2]=\max(0,0-9)=0 \quad \text{sel}[2]=0$$

$$\text{totalwght}[3]=0 \quad \text{sel}[3]=0$$

$$\text{totalwght}[4]=\max(0,0+977)=977 \quad \text{sel}[4]=2$$

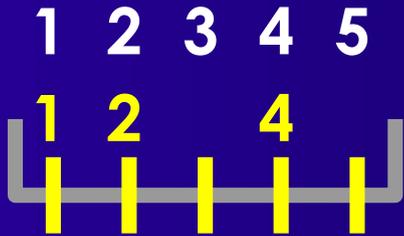
$$\text{totalwght}[5]=\max(977,0+1004,0+993)=1004 \quad \text{sel}[5]=3$$



Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

Robuster Kanal-Router 12

VCG



x	1	2	3	4	5
d(x)	1	2	1	2	1

$$w_1 = (1000) + (2) + (-5 \cdot 0) = 1002$$

$$w_2 = (1000) + (2) + (-5 \cdot 2) = 992$$

$$w_4 = (1000) + (1) + (-5 \cdot 2) = 991$$

$$\text{totalwght}[0] = 0$$

$$\text{sel}[0] = 0$$

$$\text{totalwght}[1] = 0$$

$$\text{sel}[1] = 0$$

$$\text{totalwght}[2] = \max(0, 0 + 1002) = 1002$$

$$\text{sel}[2] = 1$$

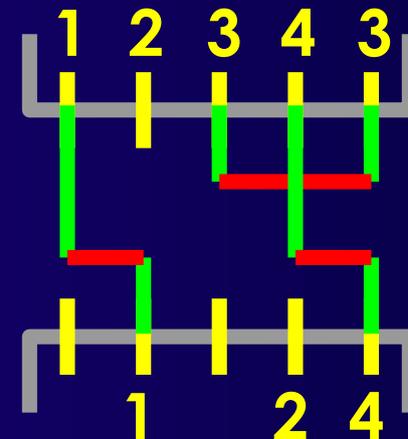
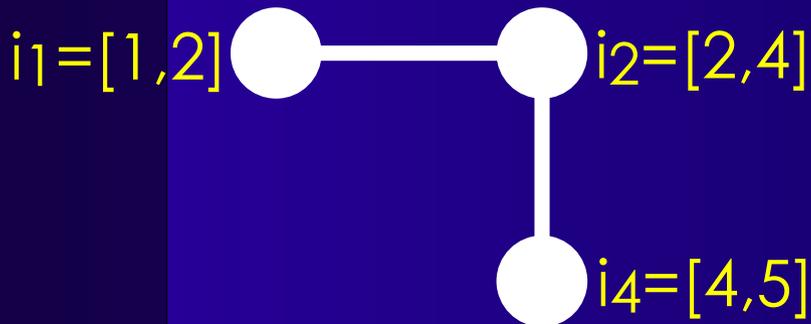
$$\text{totalwght}[3] = 1002$$

$$\text{sel}[3] = 0$$

$$\text{totalwght}[4] = \max(1002, 0 + 992) = 1002$$

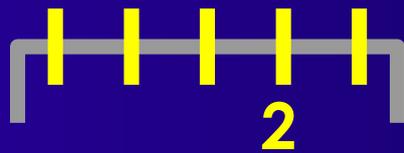
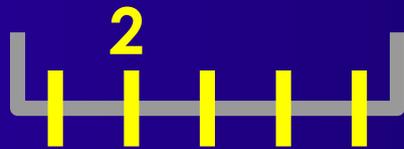
$$\text{sel}[4] = 0$$

$$\text{totalwght}[5] = \max(1002, 1002 + 991) = 1993 \quad \text{sel}[5] = 4$$



Robuster Kanal-Router 13

1 2 3 4 5



■ Trivial: Netz 2 in Zeile 2

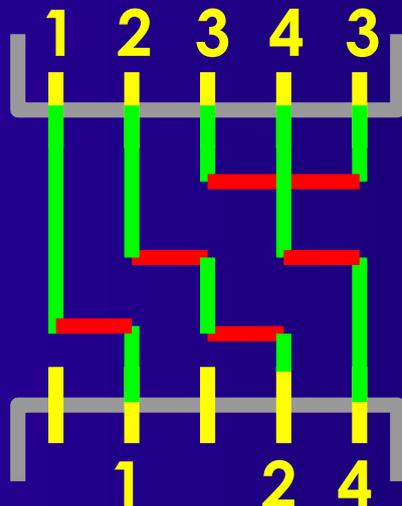
■ Kombinierte Lösung

● Anordnung mit V-Konflikt

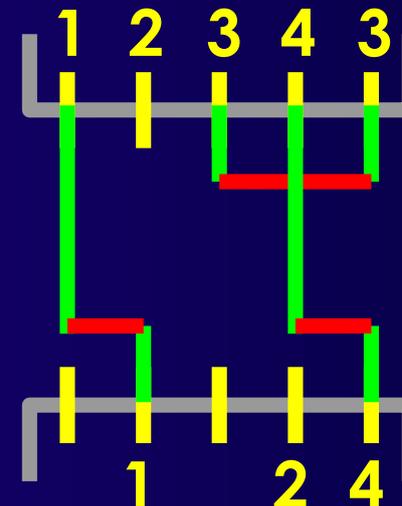
◆ 1. Zeile: Netz 3

◆ 2. Zeile: **Netz 2**

◆ 3. Zeile: Netz 1, **Netz 4**



rip-up &
reroute



Überblick Globalverdrahtung

- **Wo kommen die Terminalpositionen her?**
- **Globalverdrahtung**
 - Problem
 - Modellierung
 - Vorgehensweisen
- **Algorithmus**
 - Für Standardzellen
 - Steiner-Bäume
 - ◆ Konstruktionsheuristik
 - ◆ Optimierung

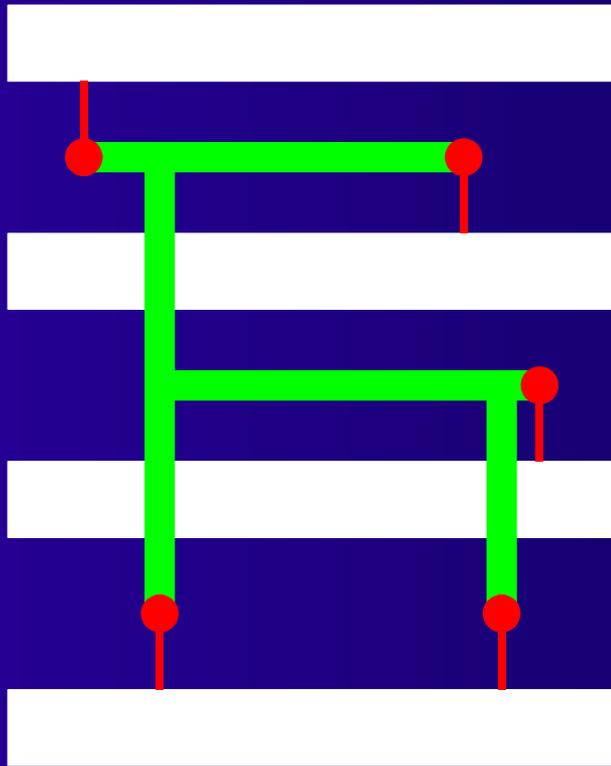
Globale Verdrahtung 1

- **Im Entwurfsfluß**
 - Nach Platzierung
 - Vor lokaler Verdrahtung
- **Verteilt Signale auf Kanäle**
 - Führung innerhalb der Kanäle bleibt offen
- **Optimiert auf**
 - Minimale Fläche
 - Einhalten der Zeitvorgaben
- **Hängt von Zieltechnologie ab**

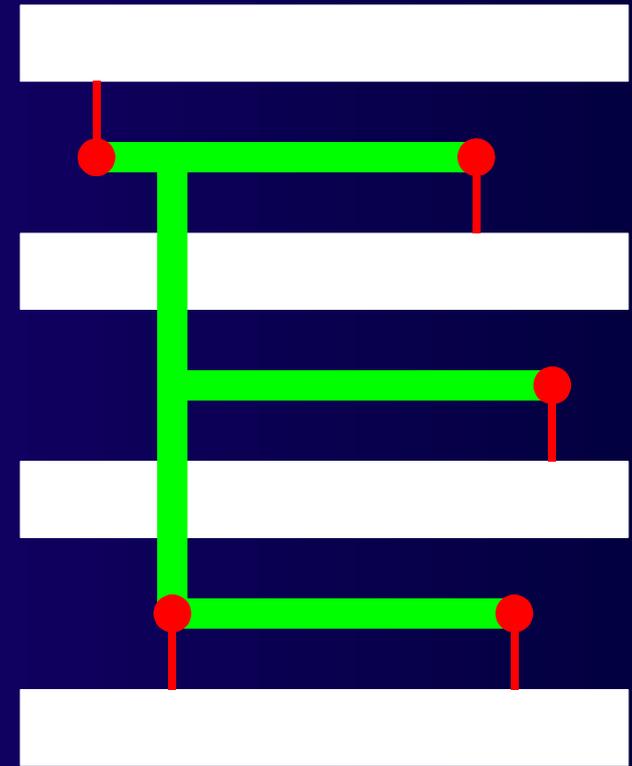
Globale Verdrahtung 2

- **Hier: Im Standardzellen-Entwurf**
- **Alle Terminals eines Netzes an einem Kanal?**
 - Falls ja: Nur lokale Verdrahtung erforderlich
- **Sonst: Globale Verdrahtung**
 - Trennt Netz auf einzelne Kanäle auf
 - Übergang zwischen Kanälen
 - ◆ Reservierte Verdrahtungsebenen
 - ◆ Feedthroughs einfügen (beeinflußt Platzierung)
 - ◆ Vorgegebene Feedthrough-Leitungen allozieren
 - Idee: Rechtwinkliger Minimaler Steiner Baum (RSMT)
 - ◆ Ggf. höhere Kosten für vertikale Segmente (feedthroughs)
 - ◆ Wenn begrenzte Ressource

Globale Verdrahtung 3



Rechtwinkliger Steiner-Baum
mit minimaler Länge



Rechtwinkliger Steiner-Baum
mit minimalen Übergängen

Globale Verdrahtung 4

- **RSMT nicht immer beste Lösung**
 - Neben Länge zu berücksichtigen:
 - ◆ Begrenzte Anzahl von Feedthroughs
 - ◆ Zeitvorgaben (timing-driven)
 - ◆ Kritische Netze kurz halten

- **Hier nur durch Gewichtung der Kosten möglich**
 - ◆ Kann sehr ungenau werden

Globale Verdrahtung 5

■ Bessere Verzögerungsmodelle

- Nur Verdrahtungslänge ungenau
 - ◆ Hier Widerstand und Kapazität zusammengeworfen
- Besser:
 - ◆ R, C getrennt für einzelne Segmente
 - ◆ Bewährt: Elmore-Modell
 - ◆ Auch in VPR verwendet

■ Dann andere Routing-Verfahren verwenden

- Multicommodity Flow
- Pattern-based
- Hierarchical

Globale Verdrahtung 6

■ Annahme hier: Unidirektionale Sicht

- 1 Quelle / n Senken

■ Mögliche Teiloptimierungsziele

- Kurzer Weg zu kritischer Senke
- Gleich lange Wege (kleiner skew)
 - ◆ Verdrahtung von Takt-Leitungen (H-Trees)

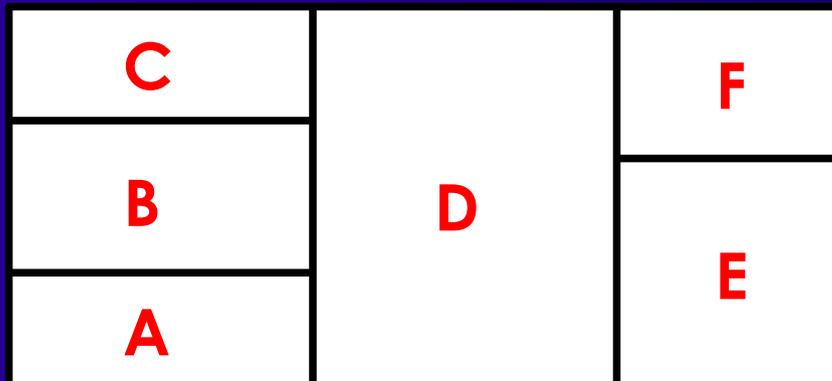
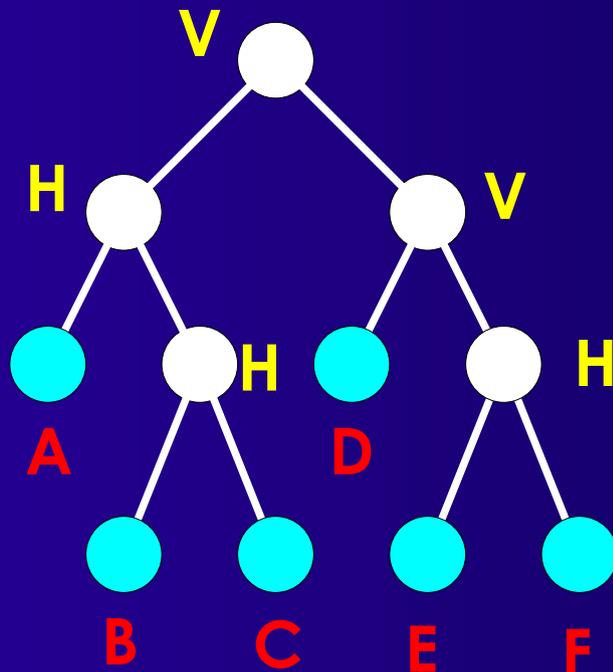
■ Gesamtziel

- Minimiere Verdrahtungsfläche
- Schätze Kanalbreiten ab

Globale Verdrahtung 7

- **Nun: Building-Block Layout**
- **Komplizierter!**
- **Irreguläre Freiflächen zwischen Zellen**
 - Was sind überhaupt die Kanäle?
- **Wie Flächen in Kanäle aufteilen?**
 - Channel Definition Problem (CDP)
- **Kanäle in welcher Reihenfolge verdrahten?**
 - Channel Ordering Problem (COP)

Exkurs Slicing Floorplans



■ Darstellung durch Slicing Tree

- Knoten sind Schnitte oder Blattzellen
- Schnitte nach Richtung getrennt
 - ◆ V: Linker Unterbaum *LINKS* von rechtem
 - ◆ H: Linker Unterbaum *UNTER* rechtem

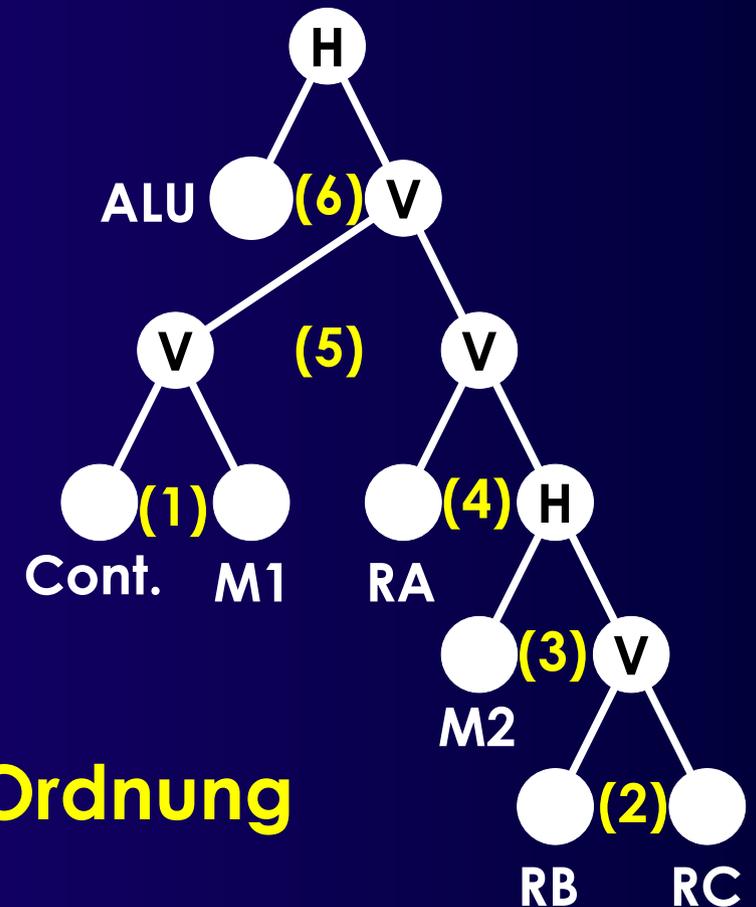
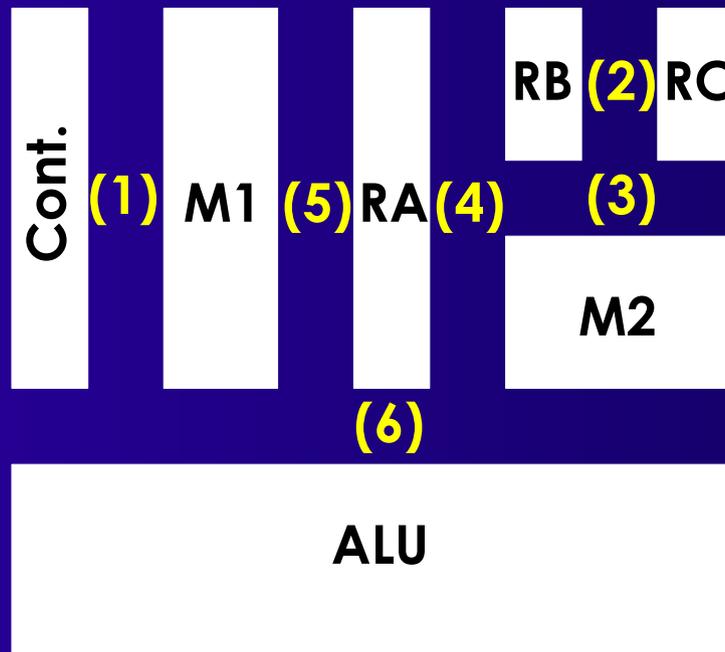
■ Wird erzeugt z.B. bei Platzierung mit MinCut

- Hier aber allgemeiner!

Globale Verdrahtung 7

- Für Slicing Floorplan: Einfach zu lösen
- CDP
 - Schnittlinien sind Kanäle
 - Kanalform abhängig von Reihenfolge
 - Festgelegt im Channel Ordering Problem
- COP
 - Grundlage ist Slicing Tree
 - DFS mit Post-Order Traversal
 - ◆ Numeriere bearbeitete Knoten aufsteigend
 - ◆ V-Schnitt: V-Kanal, Länge=Ober/Unterkante der Zellen
 - ◆ H-Schnitt: H-Kanal, Länge=linke/rechte Seite der Zellen

Globale Verdrahtung 8



- **CDP via Schnittrichtung, Ordnung**
- **COP via Slicing Tree**
 - Post-Order DFS
 - Reihenfolge für Kanalverdrahtung

Globale Verdrahtung 9

■ Bei Non-Slicing Floorplans

- Reine Kanalverdrahtung nicht ausreichend
- Braucht
 - ◆ Switchbox Router
 - ◆ Dreiseitige Kanal-Router
 - ◆ Nur eine Kanalseite hat bewegliche Terminals
 - ◆ Verdrahtungsfläche ist fest (ähnl. Switchbox)

■ Nach Lösung des CDP: Steiner-Baum

- Bei Building Blocks der Regel keine Feedthroughs
- Verdrahtung nur innerhalb der Kanäle
 - ◆ Sehe Kanäle als Kanten in Graph an
 - ◆ Löse Graphen-Version des minimalen Steiner-Baumes

■ Kanalverdrahtung

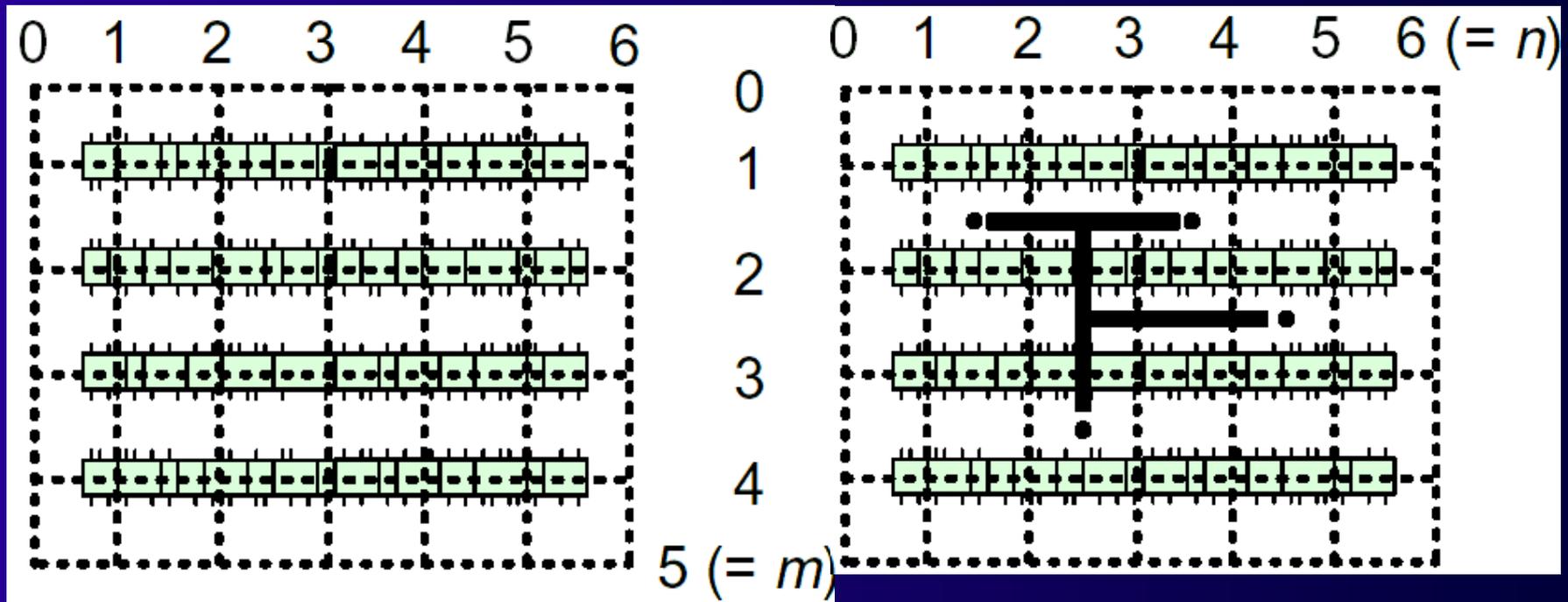
- Alle Terminals angrenzend an *einem* Kanal
- Nun auch mit H- und V- Einschränkungen
- Leitungsführung auf Zeilenebene in Kanal

■ Globalverdrahtung

- Terminals an *verschiedenen* Kanälen
 - ◆ Standardzellen
- Leitungsführung auf Kanalebene
- Nicht auf Zeilenebene
- Teilweise erforderlich (building block layout)
 - ◆ Festlegen von Kanälen überhaupt (CDP)
 - ◆ Festlegen der Bearbeitungsreihenfolge (COP)
 - ◆ Einfach machbar bei Slicing Layouts

Modellierung 1

- Für Standardzellentechnologie
- Modellierung der Baum-Geometrie



m x n Matrix
V-Abstand variabel

Eingebetteter Baum
Verschmolzene Terminals

■ Lokale vertikale Dichte $d_v(i,j)$

- Leitungen durch V-Segment $i-1,j$ in Spalte j

■ Lokale horizontale Dichte $d_h(i,j)$

- Leitungen durch H-Segment $j-1,j$ in Zeile i

■ Kanaldichte

$$D_v(i) = \max_{j=1}^n d_v(i, j)$$

■ Gesamtkanaldichte

$$D_T = \sum_{i=1}^m D_v(i)$$

■ Ziel: Minimiere D_T mit $d_h(i,j) \leq M_{ij}$

- ◆ M_{ij} : Verfügbare vertikale Feedthroughs im H-Segment $j-1,j$ in Zeile i

Mögliche Vorgehensweisen 1

■ Variante von Lees Algorithmus

- Erhöhe Überquerungskosten je Segment
 - ◆ Nach jedem Netz
- Probleme
 - ◆ Versagt bei Auswahl aus vielen gleich guten Routen
 - ◆ Qualität abhängig von Netzreihenfolge

Mögliche Vorgehensweisen 2

■ Sequentieller Aufbau von RSMT je Netz

- Bestimme Kantenkosten aus $d_{v'}$ d_h
 - ◆ Umgehung von verstopften Gebieten während des Routings
 - ◆ Gute einzelne Routing-Ergebnisse
- Qualität noch abhängig von Reihenfolge

Mögliche Vorgehensweisen 3

■ Pseudo-simultanes Routing

- Konstruiere unabhängigen RSMT je Netz
 - ◆ Immer optimale Route, unabhängig von Reihenfolge
- Korrigiere Verstopfung (congestion) *später*

- **Hierarchische Vorgehensweise**
 - Beginne mit 2x2 Raster über gesamten Chip
 - Löse globales Verdrahtungsproblem
- **Für jeden der Quadranten**
 - Unteraufteilung in eigenes 2x2 Raster
 - Löse globales Verdrahtungsproblem erneut
- **Divide-and-Conquer Vorgehen**

- **Im Extremfall: Bis hin zu einzelnen Terminals**
 - Erledigt komplette Verdrahtung
 - Inklusive Kanalverdrahtung
- **Optimalitätsprinzip gilt aber nicht!**
 - Leitungen aus Partition hinaus beeinflussen Unterentscheidungen

RSMT Problem

■ Rechtwinklige minimale Steiner-Bäume

- Nützlich zur Lösung von glob. Verdrahtungsproblemen

■ Gegeben

- $P = \{p_1, p_2, \dots\}$: Punktmenge in der Ebene (2-D)
- Distanzmetrik: $|x_i - x_j| + |y_i - y_j|$ (=Manhattan-Distanz)

■ Gesucht

- Finde verbindenden Baum für Punkte in P
 - ◆ Mit minimaler Gesamtlänge!
- Erlaube zusätzliche Punkte im Baum
 - ◆ Wenn sie zu kürzerer Gesamtlänge führen
 - ◆ Sogenannte „Steiner-Punkte“

■ Hier vernachlässigt

- Timing, Übersprechen

■ Exakt: NP-vollständig

■ Approximieren durch MRST

- Minimaler rechtwinkliger aufspannender Baum
- Prims Algorithmus: $O(n^2)$
 - ◆ Maximal 1.5x länger als echter Steiner-Baum
- Idee: Hinterher Ergebnis verbessern

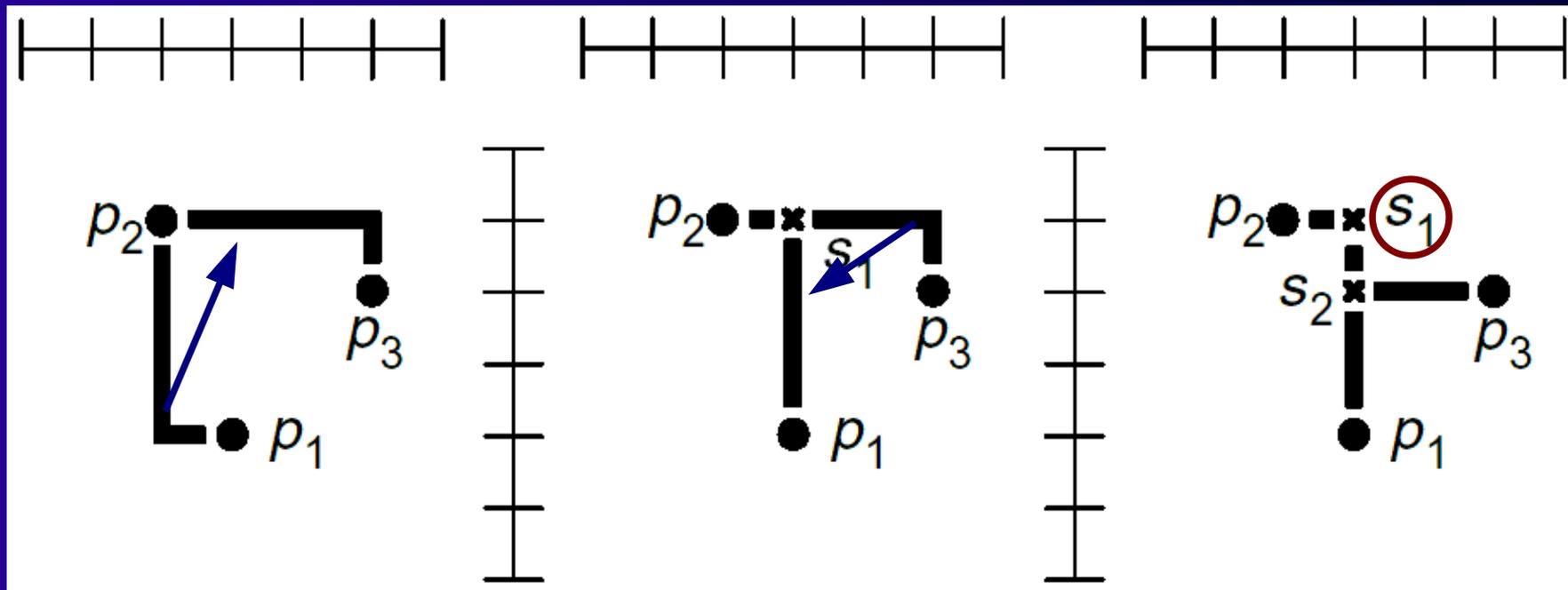
■ Ausblick: Neuere Heuristiken

- Verbesserter MRST max. $11/8x$ länger als RSMT
 - ◆ Fössmeier et al. 1997

MRST Optimierung

■ Beispiel: Lokales Umlegen von L-Stücken

- Führt zu Steiner Punkten
- Ziel: Verschmelzen von Segmenten
 - ◆ Reduktion der Gesamtlänge



■ Steiner-Punkte haben Grad ≥ 3

- s_1 verschwindet (kein Steiner-Punkt mehr)

Besser: MRST-Erweiterung

- **Vorteil: Nicht schlechter als $4/3x$ RSMT**
 - Auch wenn MRST schlechtestes Ergebnis liefert
 - ◆ Wenn $MRST = 1.5x$ RSMT, verbesserter $MRST \leq 1.33x$ RSMT
- **Beginnt mit MRST nach Prim**
- **Verfeinert dann schrittweise**
 - Nimmt jeweils einzelnen Punkt s zu P hinzu
 - ◆ s ist also Steiner-Punkt
 - Wählt s dabei so, dass $MRST(P \cup \{s\})$ minimal
 - Wird „1-Steiner-Baum-Problem“ genannt
- **Wiederhole!**
- **Liefert beweisbar gute Ergebnisse**
 - Kann aber keine optimale Lösung garantieren

Algorithmus steiner

```
pair<set<vertex>,set<edge>>
steiner(set<vertex> P) {
    set<vertex>    T;
    set<edge>      E, F;
    int gain; // Längenverkürzung

    E = P.primMRST();
    (T,F,gain) = oneSteiner(P, E);
    while (gain > 0) {
        P = T;
        E = F;
        (T,F,gain) = oneSteiner(P, E);
    }
    return (P,E);
}
```

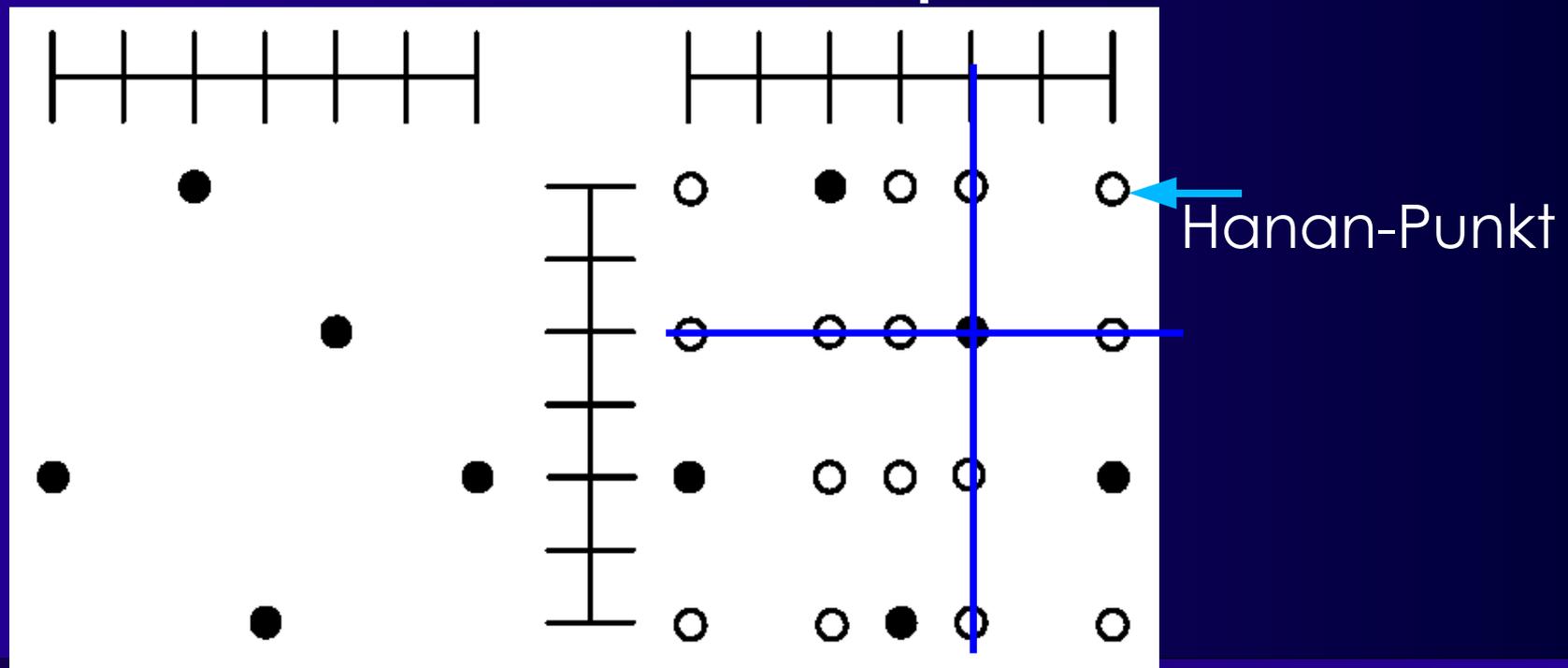
1-Steiner-Baum Konstruktion 1

■ Wie den Punkt s bestimmen?

- Alle Punkte ausserhalb von P ausprobieren
- ... geht aber besser!

■ Auf Hanan-Punkte beschränken (1966)

- Hanan-Punkte liegen auf vorbesetzten Rasterlinien
- Erlaubt trotzdem Finden des Optimums



1-Steiner-Baum Konstruktion 2

■ Für Auswahl des besten Punktes s

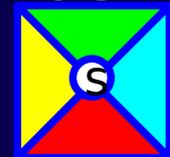
- Immer wieder MRST ($P \cup \{s\}$) via Prim bestimmen
 - ◆ Punkt mit kürzestem Baum wird genommen
- Geht auch besser ...

■ Inkrementelle Berechnung des MRST

- Aus MRST (P) hin zu MRST ($P \cup \{s\}$)
 - ◆ In linearer Zeit $O(n)$, mit $n = |P|$

■ Idee

- Punkte im Baum haben max. Grad 4
- s muss an Baum für P angeschlossen werden
- Lage des s nächstgelegenen Punktes im Baum für P
 - ◆ In einer der Regionen N,E,S,W um s
 - ◆ N,S: $|d_x| \leq |d_y|$, E,W: $|d_y| \leq |d_x|$



Algorithmus oneSteiner

```
triple<set<vertex>,set<edge>,int>
oneSteiner(set<vertex> V, set<edge> E) {
    int maxgain;      vertex maxpoint;
    int gain;
    set<vertex> W;   set<edge> F;

    maxgain = 0;
    foreach s ∈ „Hanan-Punkte von V“ do {
        (W,F,gain) = spanningUpdate(V,E,s);
        if (gain > maxgain) {
            maxgain   = gain;
            maxpoint   = s;
        }
    }
    if (maxgain > 0) {
        (W,F,gain) = spanningUpdate(V,E,maxpoint);
        return (W,F,gain);
    } else
        return (V,E,0);
}
```

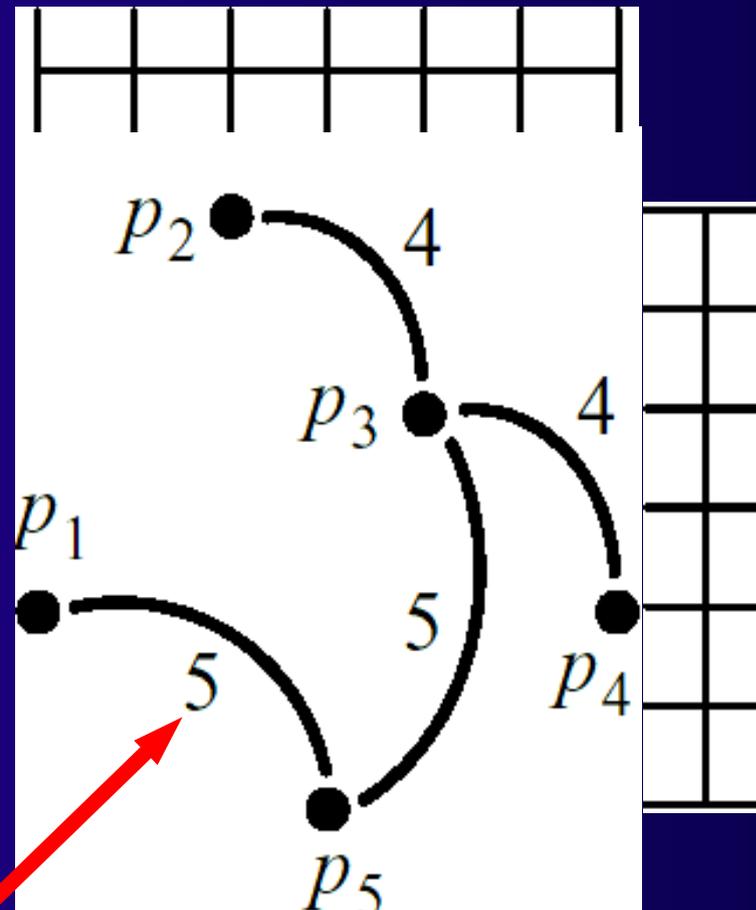
Algorithmus spanningUpdate

```
triple<set<vertex>,set<edge>,int>
spanningUpdate(set<vertex> V, set<edge> E, vertex s) {
    int          delta;          // Längenverkürzung
    vertex       u, v, w;

    delta = 0;
    V = V ∪ {s};
    foreach dir ∈ {NORTH, EAST, SOUTH, WEST} do {
        u = s.closestPointInTree(V, dir);
        E = E ∪ {(s,u)};      // s an alle Partner anschliessen
        delta = delta - distance(s,u); // Hier Verlängerung!
        if (hasCycle(V, E)) {
            (v,w) = findLongestCycleSegment(V, E);
            E = E \ {(v,w)};
            delta = delta + distance(v,w); // wieder verkürzen
        }
    }
    return (V, E, delta);
}
```

Beispiel Schritt 1

Eingabe: MRST, z.B. via Prim's Algorithmus

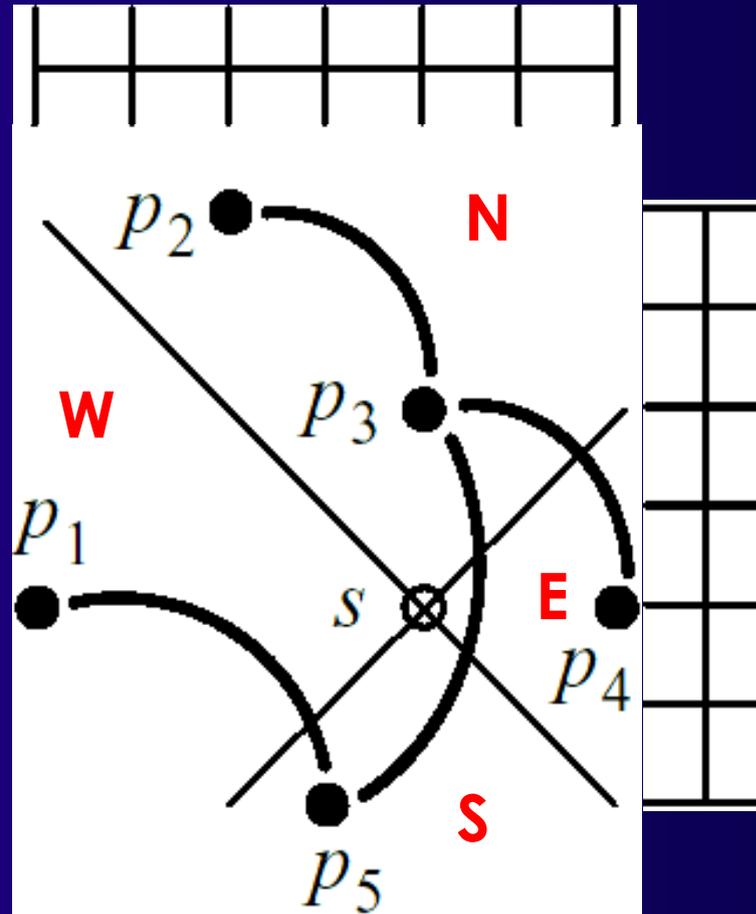


Bögen geben nur Distanz an, noch keine genaue Führung

Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

Beispiel Schritt 2

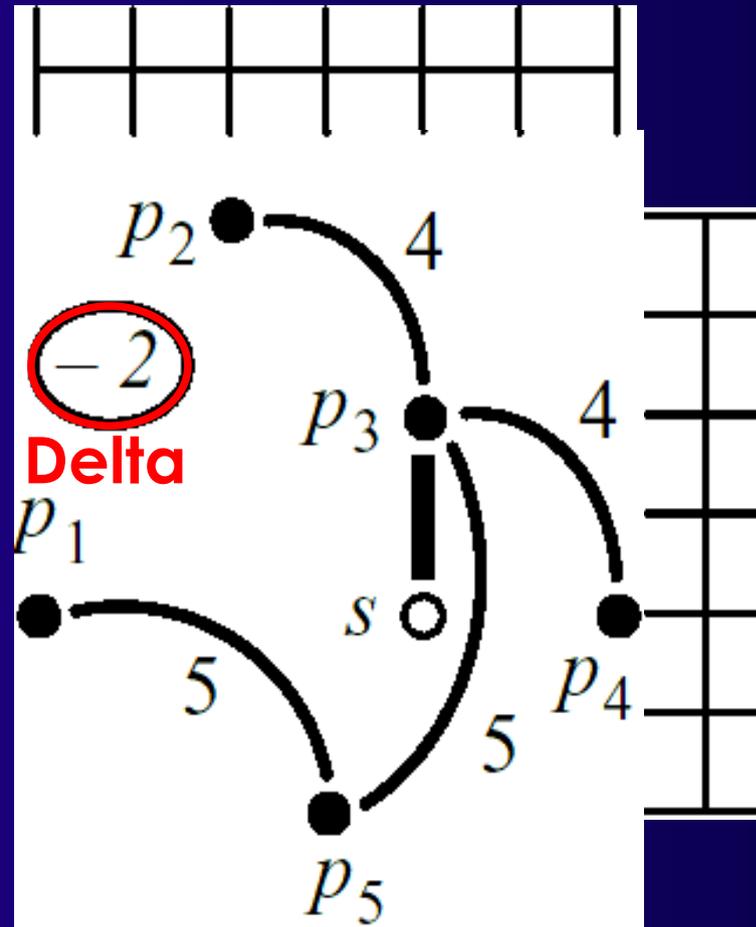
Hinzunahme eines ersten Hanan-Punktes s



s nahegelegenste Punkte aus P : $p_{3'}$, $p_{4'}$, $p_{5'}$, p_1

Beispiel Schritt 3

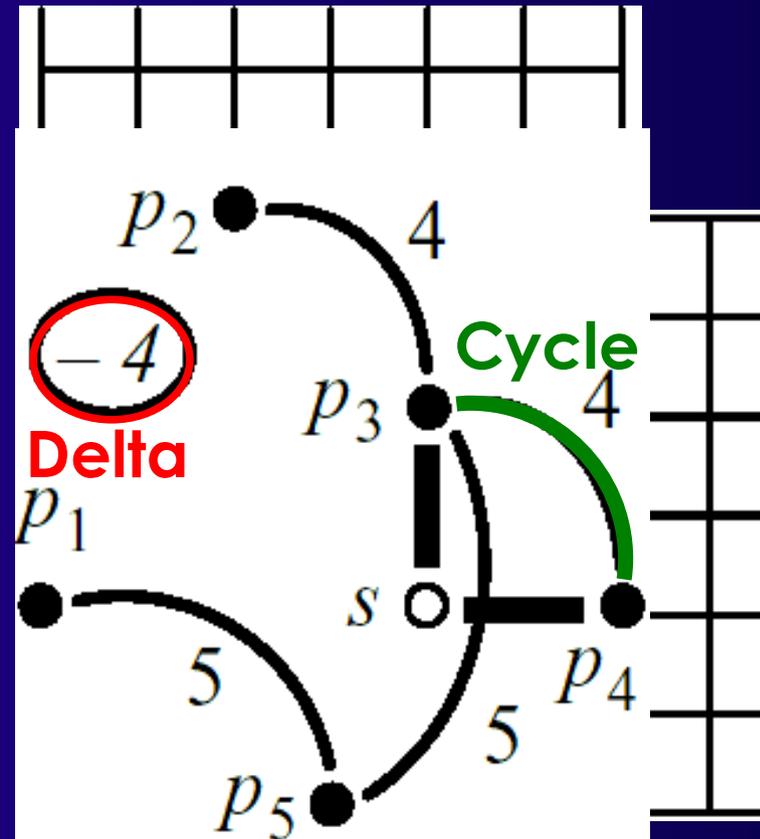
Anbinden an den ersten s benachbarten Punkt p_3 im N



Nun festgelegte kürzeste Führung, Erhöhung der Länge
- Feste Verbindung für Punkte auf derselben Rasterlinie

Beispiel Schritt 4

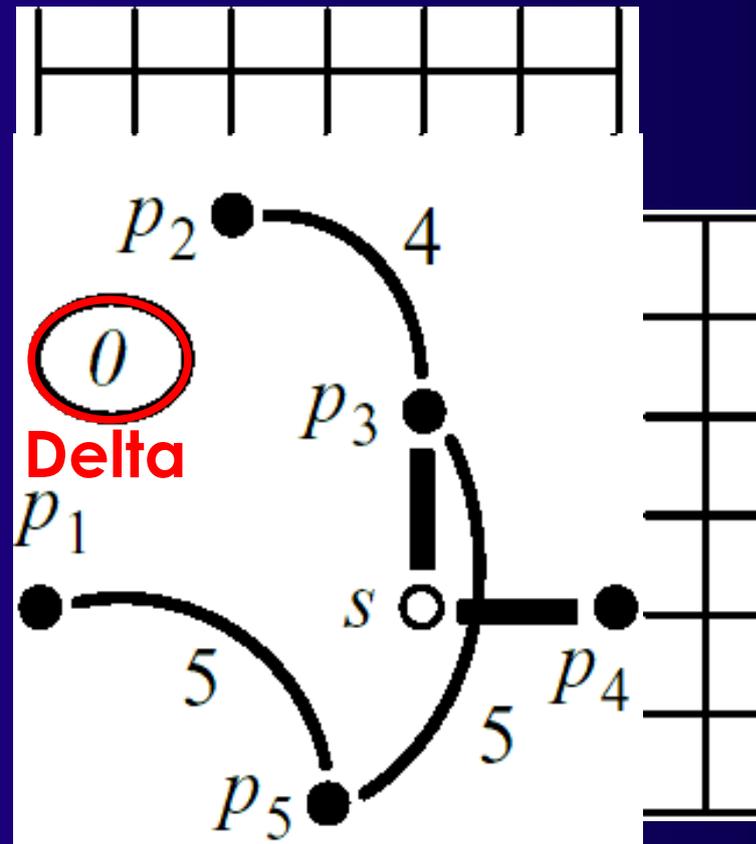
Anbinden an den zweiten s benachbarten Punkt p_4 im E



Auch festgelegte Führung und Erhöhung der Länge, Zyklus

Beispiel Schritt 5

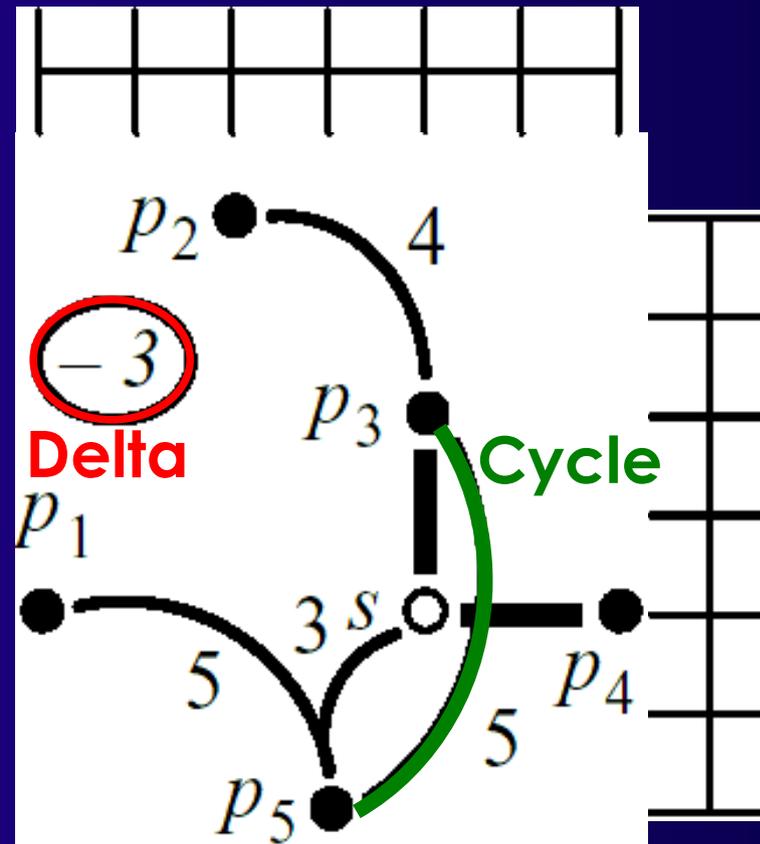
Entferne längste Kante $d(\{p_4, p_3\})=4$ aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 4

Beispiel Schritt 6

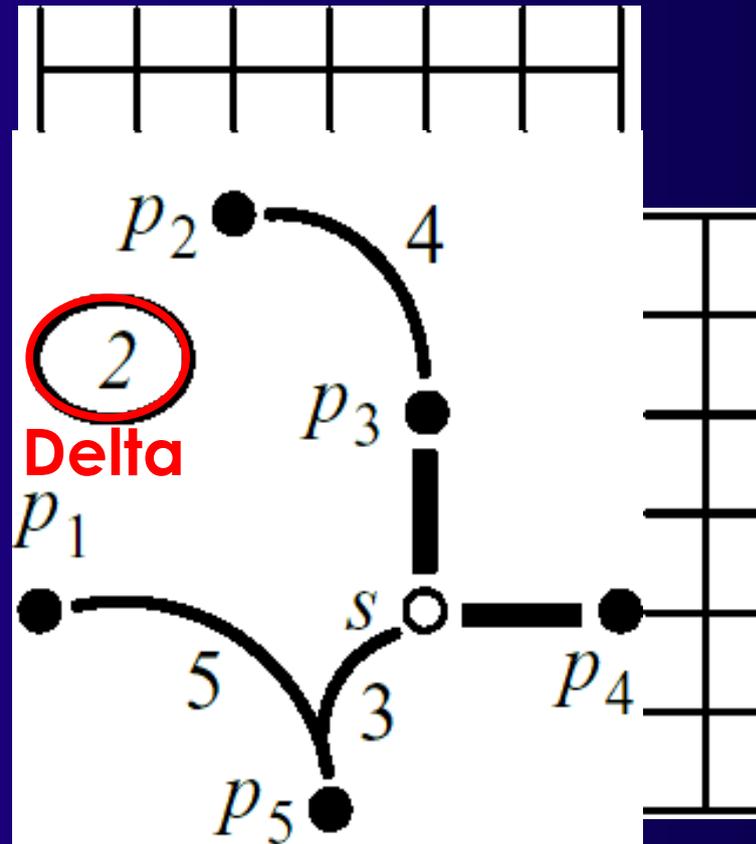
Anbinden an den dritten s benachbarten Punkt p_5 im S



Noch keine feste Führung, Gesamtlänge erhöht sich, Zyklus
- s und p_5 nicht auf derselben Rasterlinie

Beispiel Schritt 7

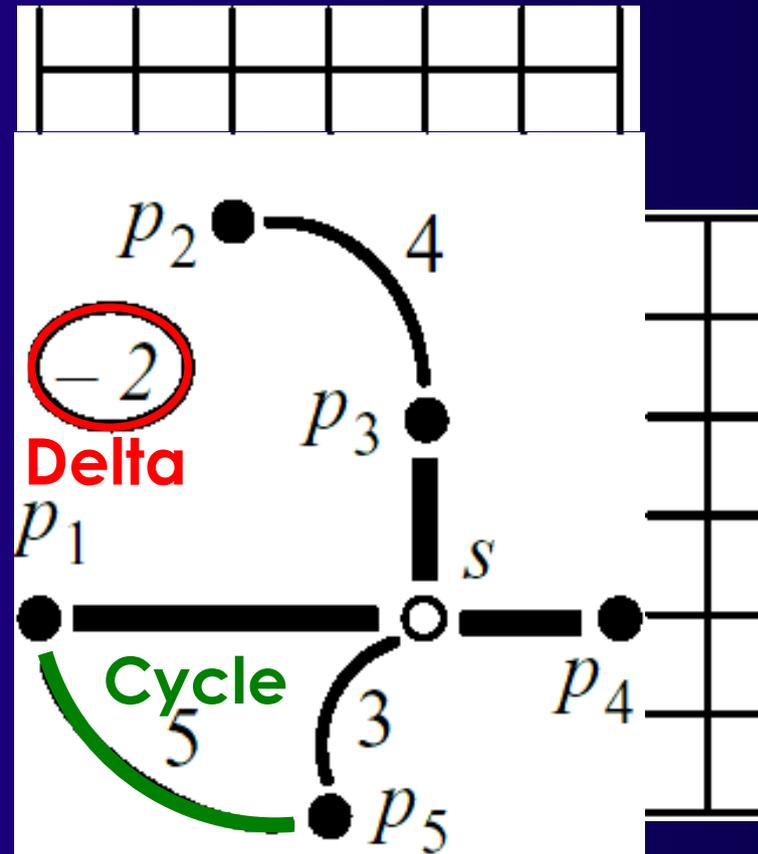
Entferne längste Kante $d(\{p_5, p_3\})=5$ aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 5

Beispiel Schritt 8

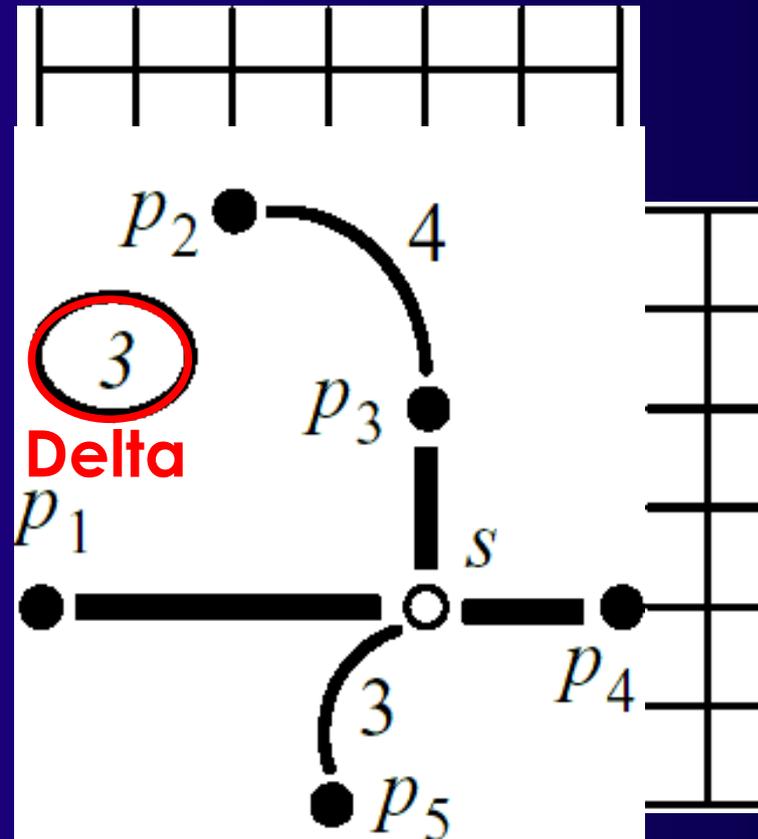
Anbinden an den vierten s benachbarten Punkt p_1 im W



Feste Führung, Gesamtlänge erhöht sich, Zyklus

Beispiel Schritt 9

Entferne längste Kante $d(\{p_5, p_1\})=5$ aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 5, Gesamtgewinn ist 3

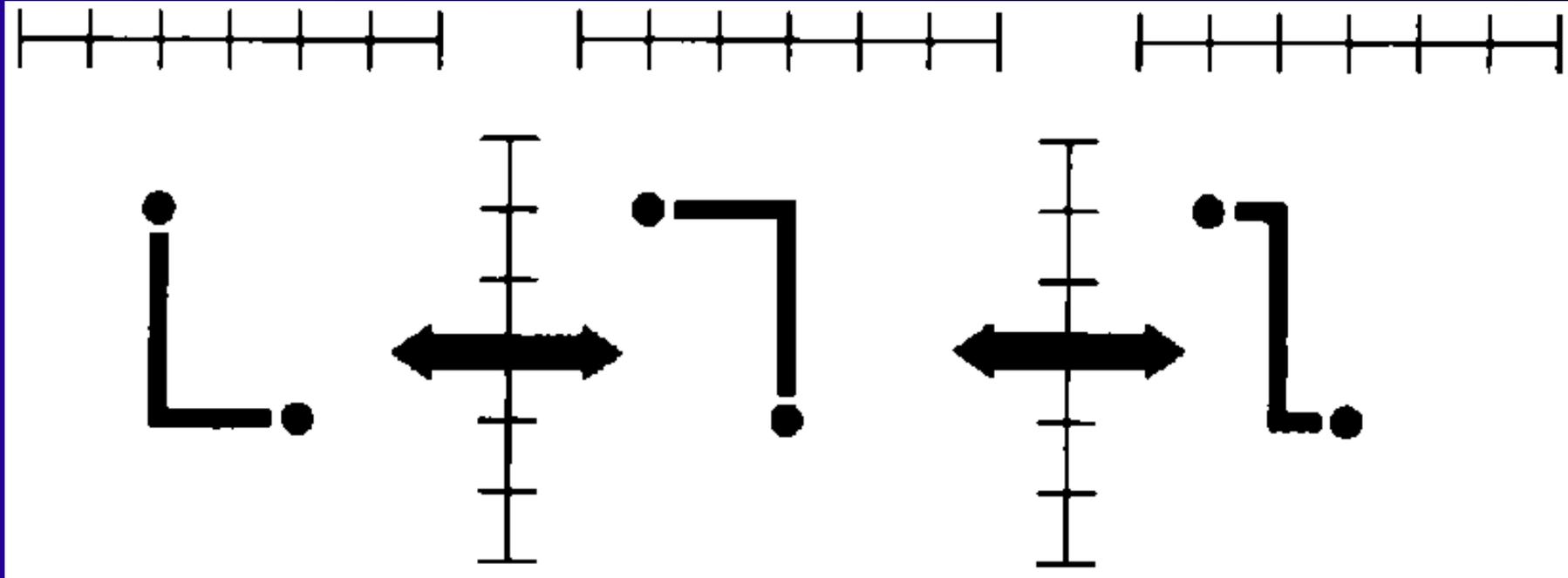
- **spanningUpdate()**
 - 4x `closestPoint()`: $O(n)$
 - `hasCycle()`: DFS mit History, $O(n)$
 - `findLongestCycleSegment()`: History, $O(n)$
 - ⇒ Gesamt: $O(n)$
- **Anzahl Hanan-Punkte: $O(n^2)$**
- **`oneSteiner()` Gesamt: $O(n^3)$**
- **`steiner()` Gesamt: $O(n^5)$**

- **Im Durchschnitt aber besser**
 - z.B. `oneSteiner()` nur 2x aufgerufen bei $n=40$
 - ⇒ $O(n^3)$

Beseitigen von Verstopfungen

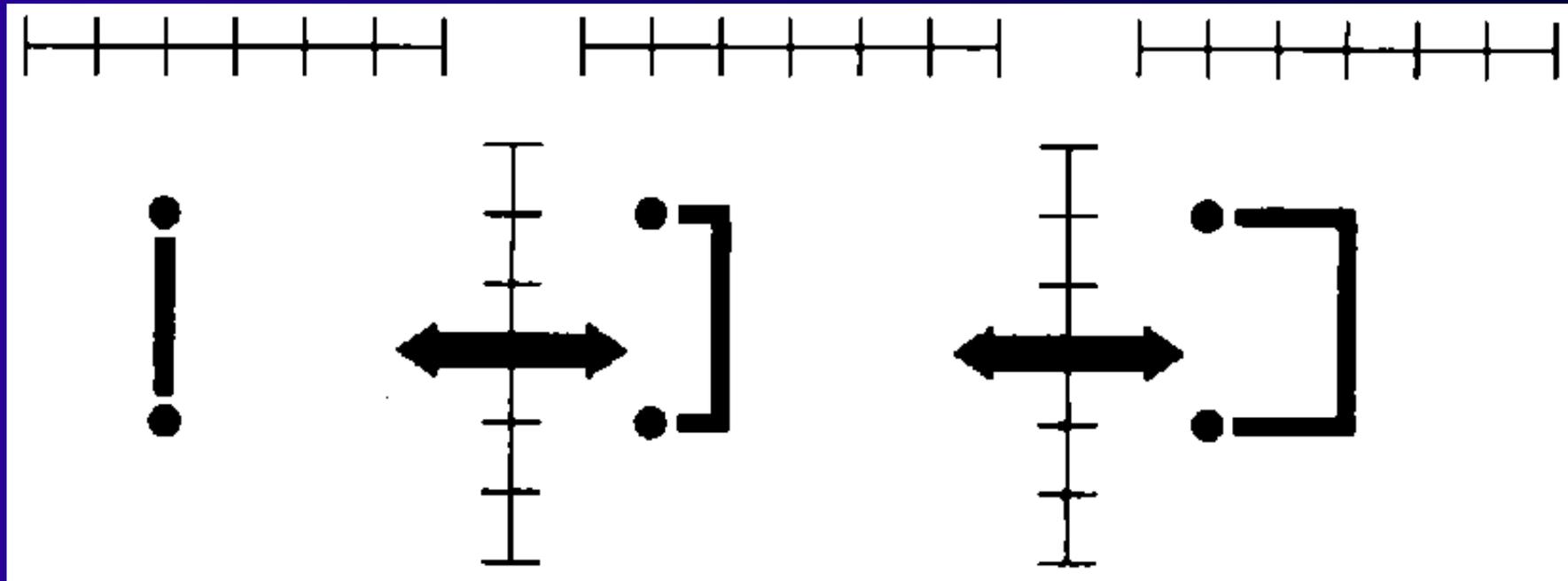
- **Bisher unabhängige RSMTs: Einer je Netz**
 - Ähnlich dem ersten Durchgang bei PathFinder
- **Nachfrage nach V-Feedthroughs**
 - Bestimmen
 - Stark verstopfte Stellen entlasten
- **Wie? Lokale Transformation der einzelnen RSMTs**
 - Kontrolliert durch eigene Optimierung
 - ◆ Z.B. Simulated Annealing oder Nachbarsuche

Lokale Transformation 1



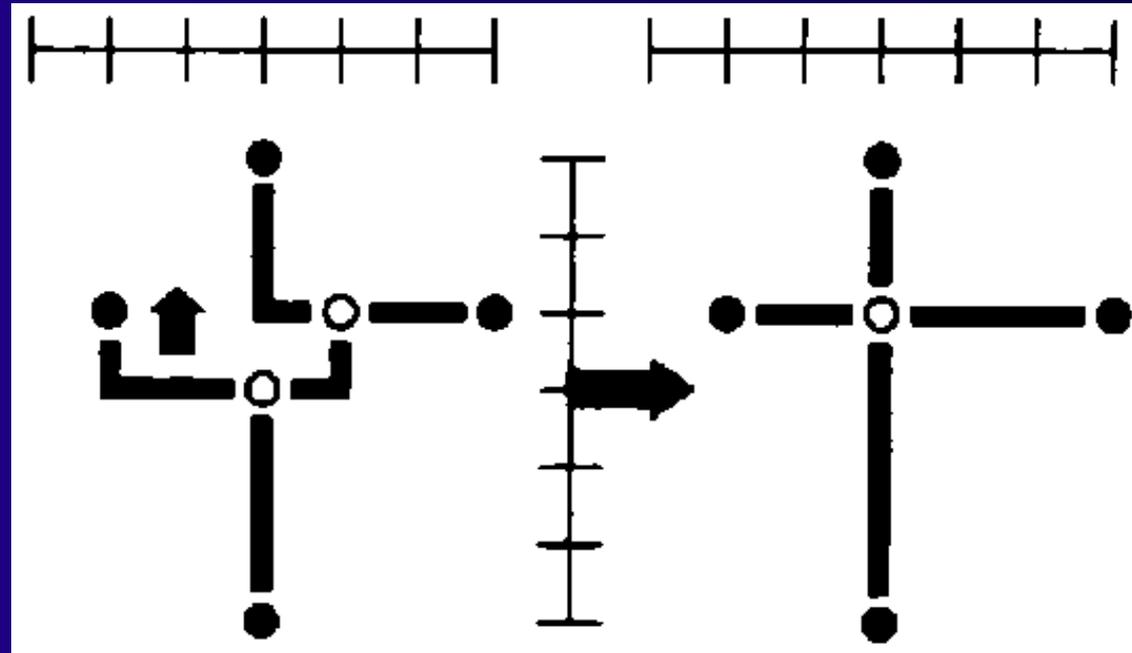
- Variiere konkrete Führung einer Kante
- Länge bleibt gleich

Lokale Transformation 2



- Länge erhöht sich
 - Kann aber Gesamtkosten senken

Lokale Transformation 3



■ Kompliziertere Verschiebung

- Vollständiges Entfernen von Steiner-Punkten

■ Im Notfall: Maze-Routing

- Nun bessere Umgebung

Zusammenfassung

■ Yoeli's Robuster Router

- Beispiel für komplexere Heuristik
 - ◆ Regeln
 - ◆ Ausführliches Beispiel

■ Globalverdrahtung

- Abhängig von Zieltechnologien

■ Steiner-Bäume

- ◆ Optimierungsziele

■ Routing in Slicing-Floorplans

- ◆ CDP, COP

■ Globale Verdrahtung für Standardzellen

- Konstruktion von Steiner-Bäumen
- Lokale Optimierung