Probleme, Werkzeuge und Graphen

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

Orga 1 - Material

- Grundlage der Vorlesung
  - *Algorithms for VLSI Design Automation*
    Sabih H. Gerez
  - In Informatikbibliothek vorhanden
- Wissenschaftliche Arbeiten („Papers“)
- Wissenstiefe
  - Kein perfektes Verständnis ...
  - ... aber Überblick über das Material
    - Fragen stellen!

Orga 2 - Prüfungsmodus

- Idealerweise in Projektarbeit: 5 SWS
  - Programmierung, Kolloquien, Vorträge
  - Viel Arbeit: 15K-20K LoC in Java
  - Hierfür aber max. 18 Plätze (betreuungsintensiv!)
- Für alle anderen: 2 SWS
  - Normale Prüfung zum Ende der Vorlesung
  - Je nach Andrang mündlich oder schriftlich
  - Optional: Teillösung der ersten Aufgabe zur Anrechnung auf Prüfungsnote

Orga 3 – Mündliche Prüfung

- Nur im Prüfungsmodus 2 SWS relevant
  - Länge ca. 30 Minuten

- Einbringen der ersten Programmieraufgabe
  - Nur Untermenge erforderlich
  - Mündliche Prüfung muß <u>bestanden</u> sein
  - Aufgabe bringt maximal 25 Punkte
    - 15 P Funktion, 5 P Effizienz, 5 P Code-Qualität
  - Notenverbesserung nach folgendem Schlüssel
    - Ab 21 Punkte: +1,0
    - Ab 17 Punkte: +0,7
    - Ab 13 Punkte: +0,3

Orga 4 – Benotung 5 SWS

- Viel Freiheit bei der Realisierung
- Keine starren Bewertungsrichtlinien
  - Analog zu Diplom-Arbeit etc.
- Grundideen
  - Brauchbar kommentierte, brauchbar dokumentierte und funktionierende Lösung der Aufgabenstellung: 2,0
    - Kleinere Schwächen: OK
      - Einbußen in Lösungsqualität, Rechenzeit, Speicher, ...
  - Aber Luft nach oben (Richtung 1,0), z.B. für
      - Sehr gute eigene Algorithmen und Datenstrukturen
      - Umfassende Kommentierung und Dokumentation
      - Sehr gute Lösungsqualität
      - Kurze Rechenzeiten
      - Niedriger Speicherverbrauch

Orga 5 - Prüfungsleistung

- Benotete Prüfungsleistung
  - Beginnend <u>*in*</u> 5. Semesterwoche (1. Abgabe)
  - Gewertet
    - Programme
      - Funktion, Code-Qualität, (Dokumentation)
    - Kolloquien
    - Vorträge

- Individuelle Prüfung
  - Nur in Zweifelsfällen
  - Bei nicht nachvollziehbarer Mitarbeit

Orga 6 - Aufbau

- Integrierte Veranstaltung
  - Zu Beginn: Nur Vorlesung (2x pro Woche)
  - Dann: praktische Programmierarbeit
    - In Gruppen
    - Kolloquien
    - Vorträge
  - Vorlesung nun 1/Woche, am Ende keine mehr
- Kick-Off zu den praktischen Arbeiten
  - Anfang 2. Semesterwoche
  - Vorher Leitfaden lesen!

Orga 6 – Zeitplan und WWW

- Geplanter Zeitplan
  - Vorlesung
    - KW 42-44: Di+Fr, KW 45...4: Nur Di 11:40-13:20
    - Keine mehr in KW 5-7
  - Projektarbeit
    - Abgaben KW 46, 50, 3, 6: Mo 23:59
    - Vorträge KW 46, 50, 3, 6: Fr 9:50-11:30
    - Kolloquien KW 45, 50, 3, 6: Do nachmittags

- Web-Seite
  - http://www.esa.informatik.tu-darmstadt.de Unterpunkt „Lehre“
  - Material und Ankündigungen

Fragen?

Überblick

- VLSI Entwurf
  - Probleme
  - Bereiche
  - Tätigkeiten
  - ➔ Werkzeuge
- Hierarchie und Abstraktion
- Algorithmische Graphentheorie
  - Strukturen
  - Verfahren

VLSI Entwurfsproblem

„Implementiere eine Spezifikation in Hardware und optimiere dabei ...“

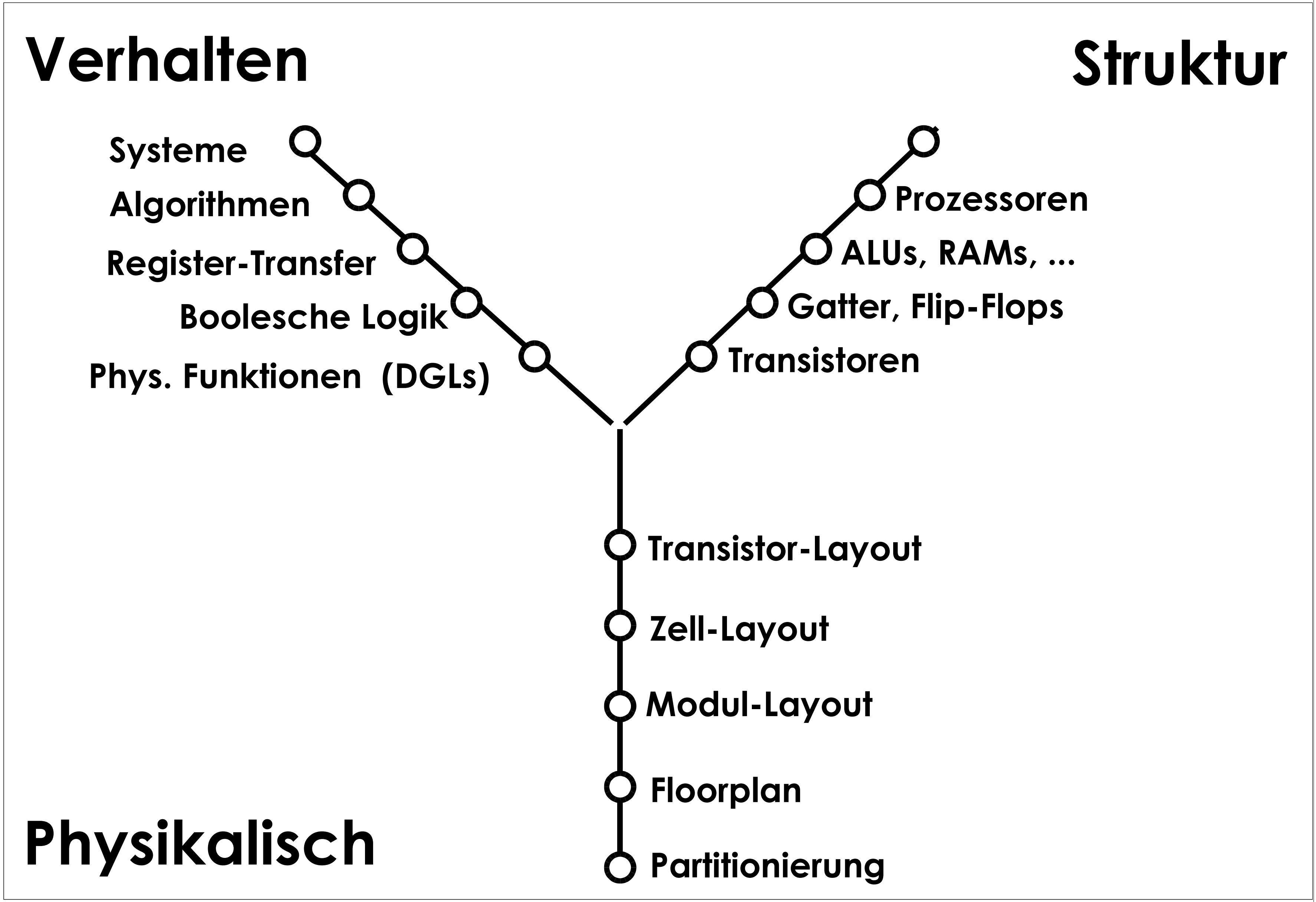
- Fläche (min.)
- Stromverbrauch (min.)
- Geschwindigkeit (max. oder passend)
- Entwurfszeit (min.)
- Testbarkeit (max.)

† „Alles auf einmal“ ist zu komplex

➔ Aufteilen und vereinfachen

- Qualitätseinbußen

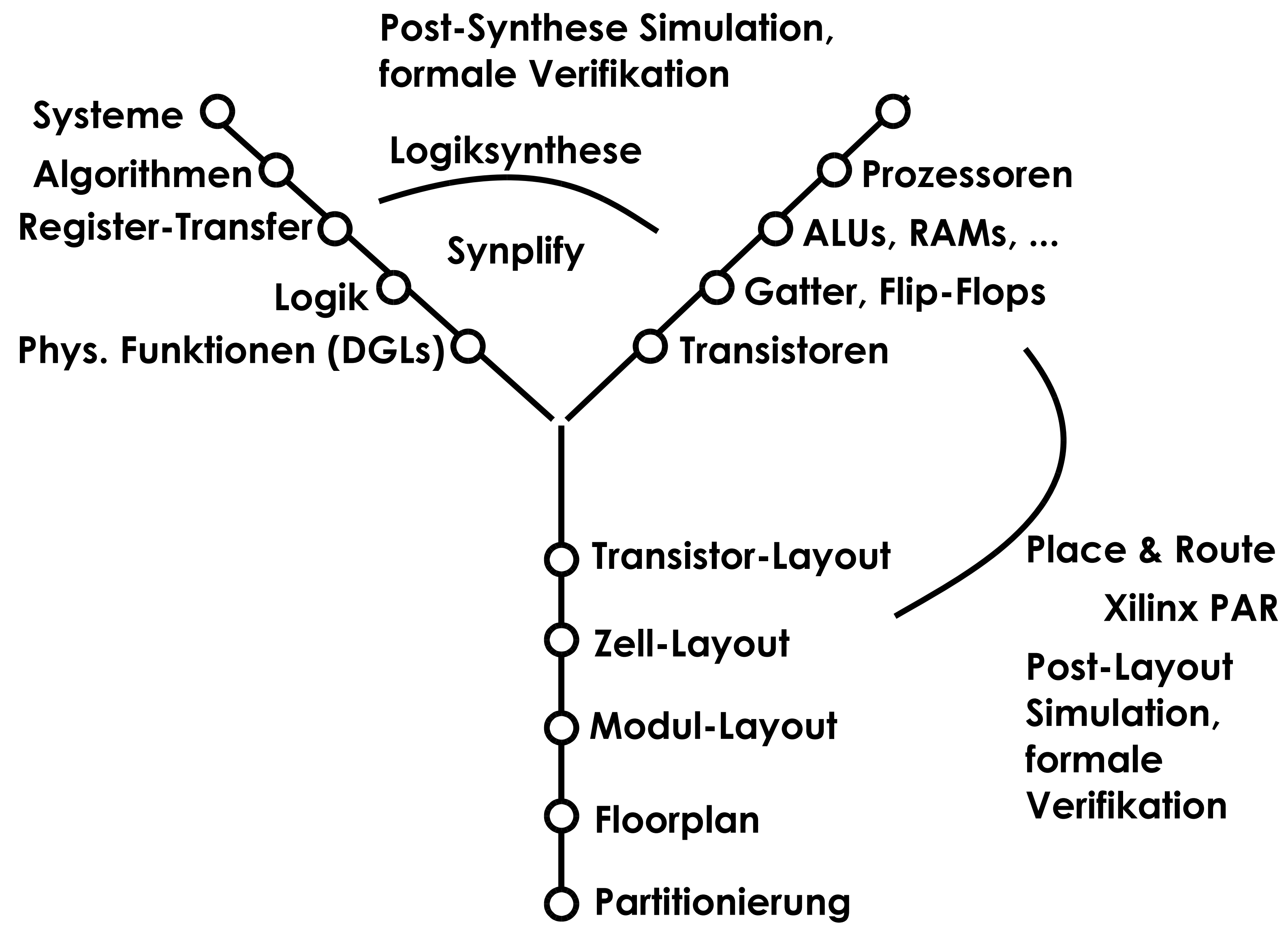
Entwurfsbereiche - Gajskis "Y"



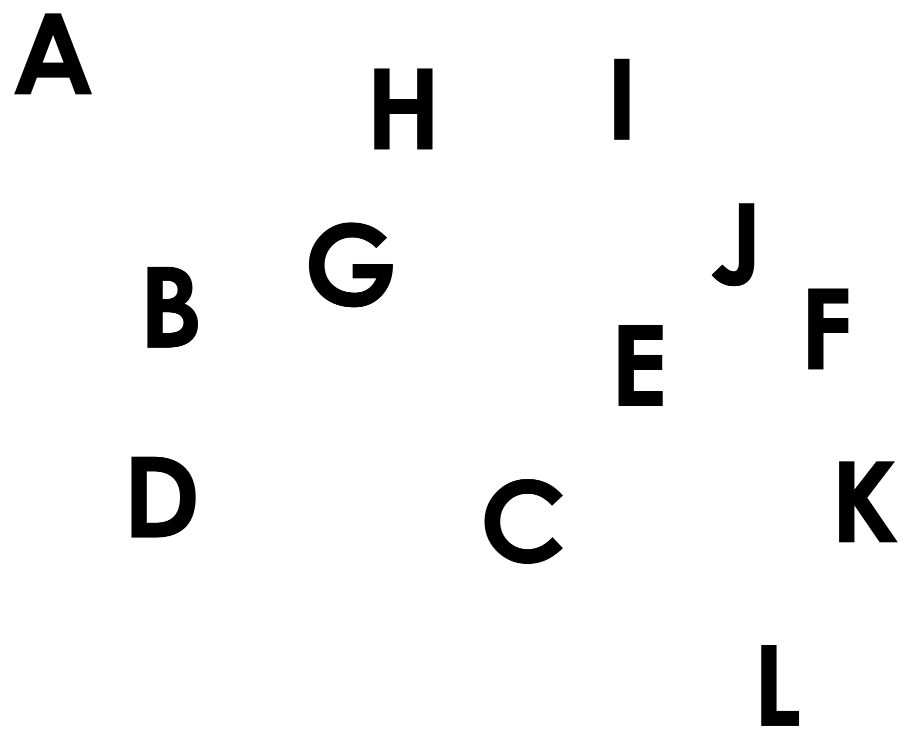
Tätigkeiten

- Synthese
  - Mehr Details durch Anwendung von Regeln
- Verifikation
  - Vergleiche Ergebnis mit Spezifikation
- Analyse
  - Untersuche Eigenschaften eines Ergebnisses
- Optimierung
  - Verbessere ein Ergebnis
- Datenverwaltung

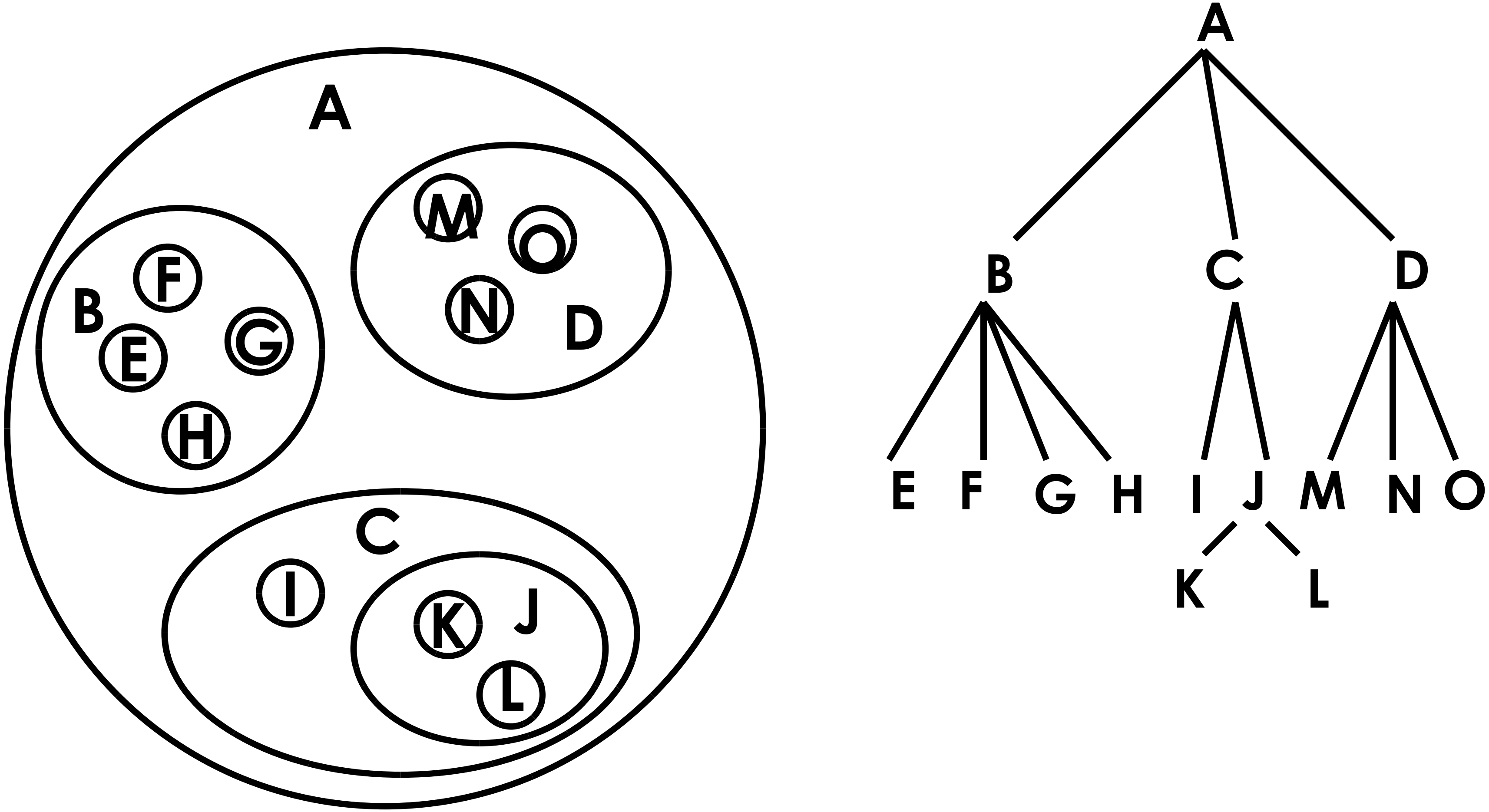
Werkzeuge


Post-Synthese Simulation, formale Verifikation
Systeme
Algorithmen
Register-Transfer
Logik
Phys. Funktionen (DGLs)
Logiksynthese
Synplify
Prozessoren
ALUs, RAMs, ...
Gatter, Flip-Flops
Transistoren
Transistor-Layout
Zell-Layout
Modul-Layout
Floorplan
Partitionierung
Place & Route
Xilinx PAR
Post-Layout Simulation, formale Verifikation

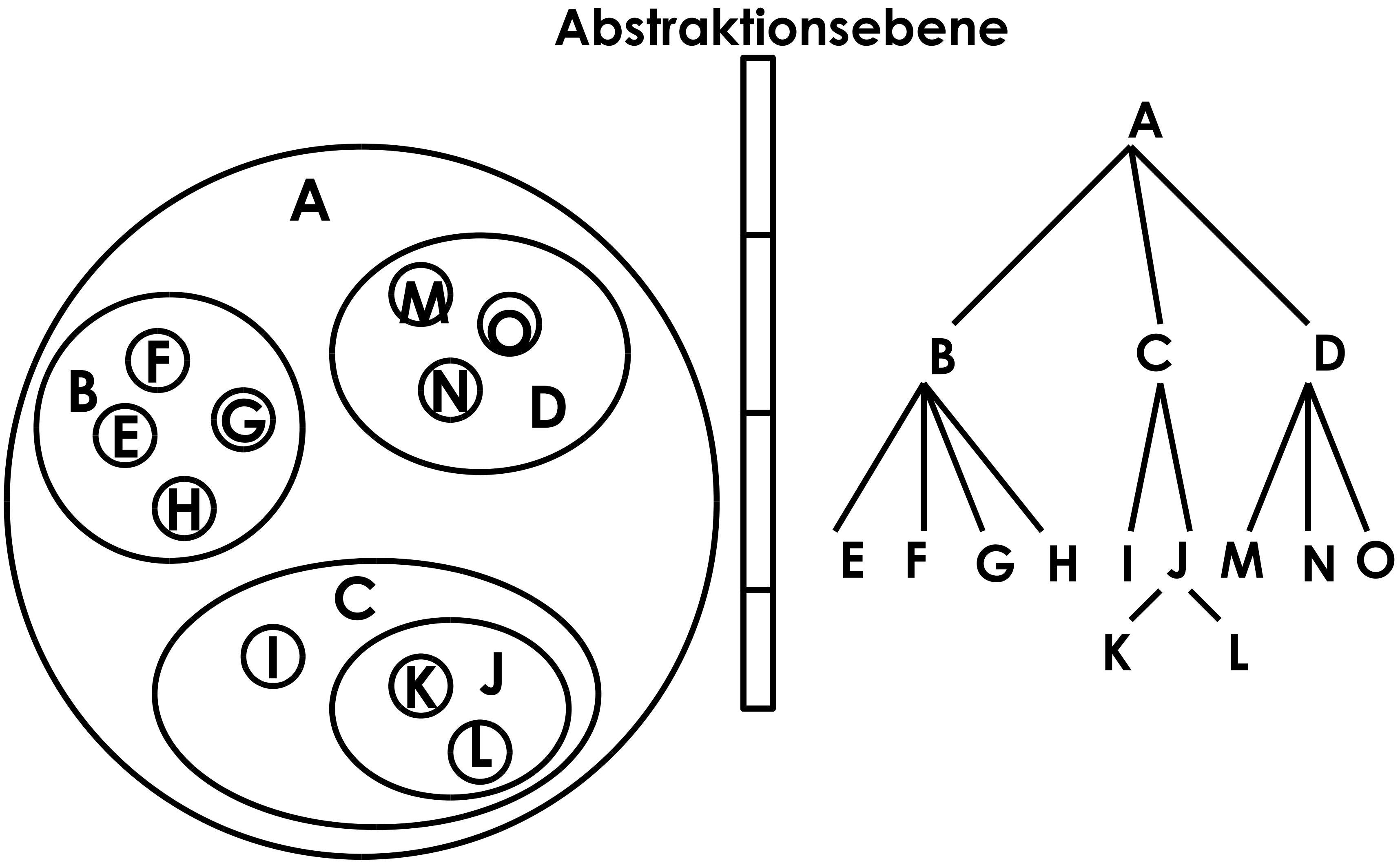
Strukturierung



Hierarchie

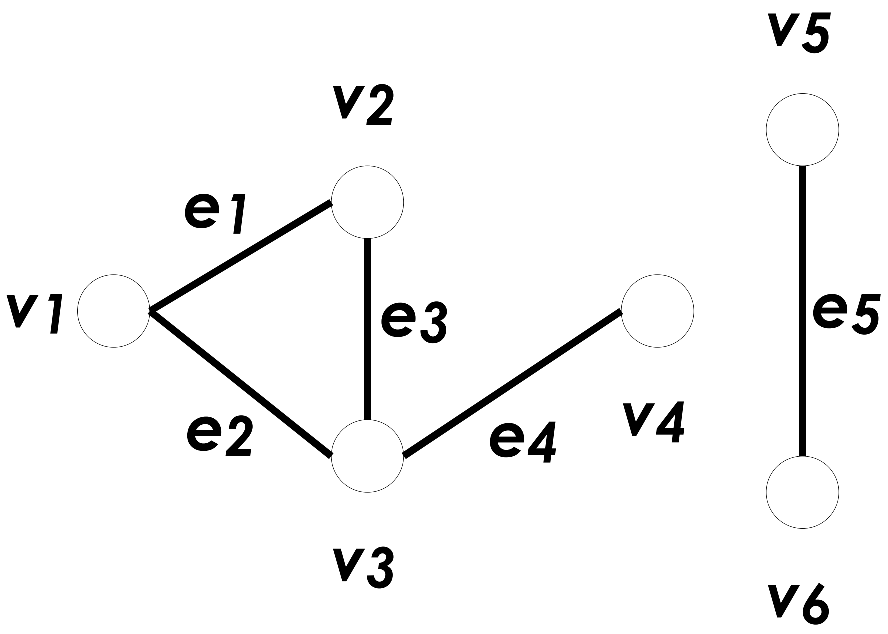


Abstraktion



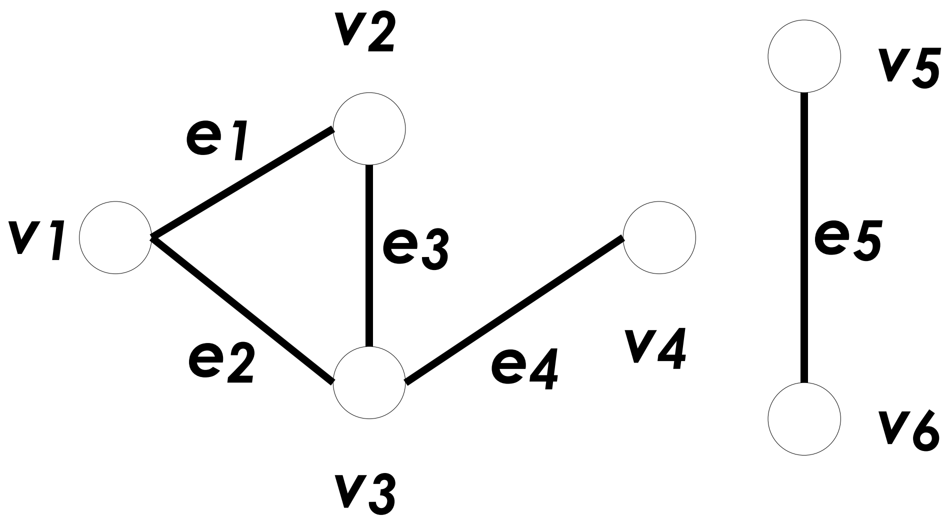
Graphentheorie

- Graph G *(V, E)*
  - Eine Menge *V* von Knoten (vertex)
  - Eine Menge *E* von Kanten (edge)
    - Kante $e = \{v_1, v_2\}$ verbindet Knoten v_1 und v_2



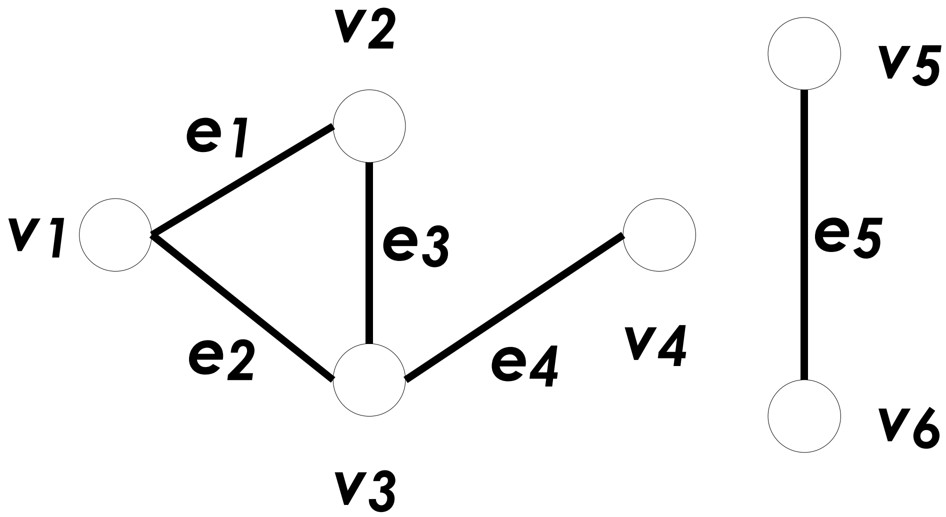
$G = (V, E)$
$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$
$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$
mit
$e_1 = \{v_1, v_2\}$
$e_2 = \{v_1, v_3\}$, ...

Inzidenz, Adjazenz und Grad



- $e = \{u, v\} \in E$
  - e ist inzident u — *incident*
  - e ist inzident v — *incident*
  - u ist adjazent v — *adjacent*
- Grad $g(v) = |\{e \in E \mid v \in e\}|$ — *degree*

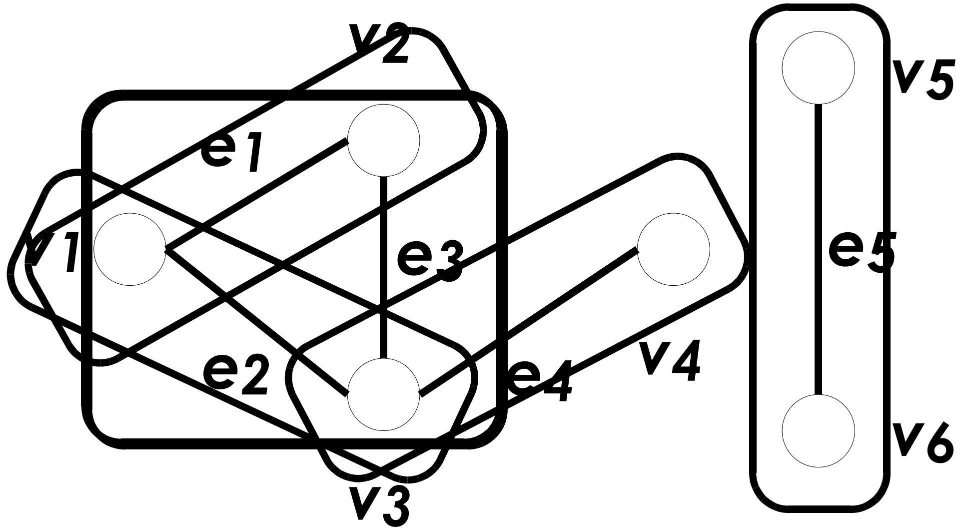
Subgraphen



- Subgraph durch Entfernen von Knoten
- Entferne $v \in V$

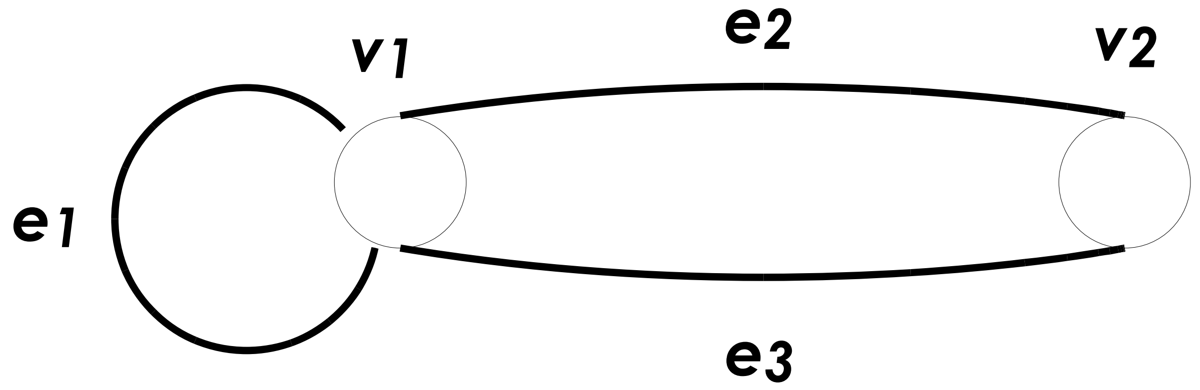
➔Entferne Kanten inzident zu v

Vollständigkeit und Cliquen



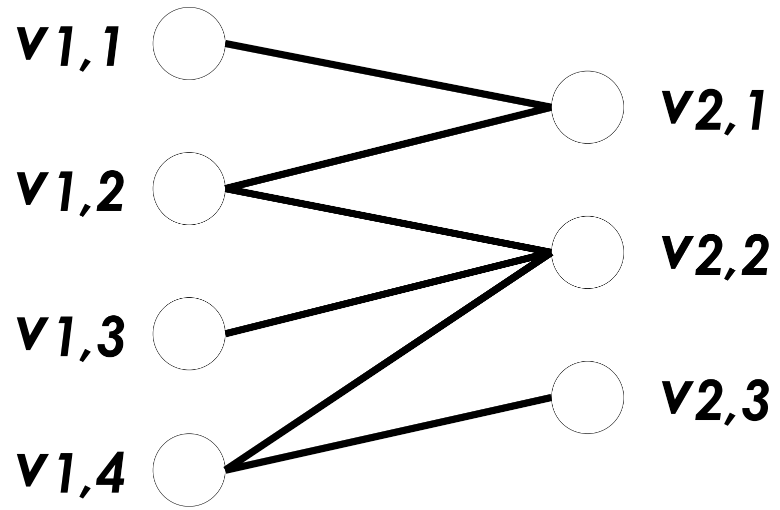
- Komplett untereinander verbundene Knoten bilden vollständigen Graph (complete graph)
- Maximal ausgedehnte vollständige Graphen bilden Cliquen

Schlingen, parallele Kanten



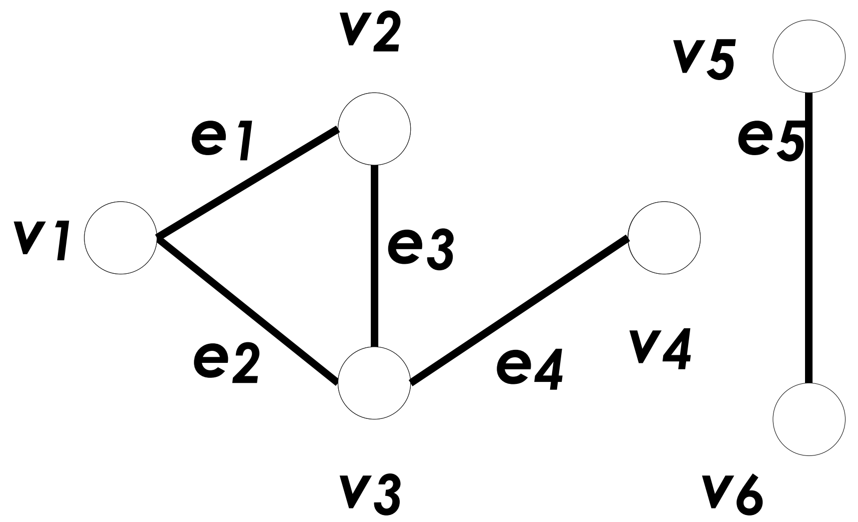
- e_1 Schlinge (selfloop)
- e_2, e_3 parallele Kanten
- einfache Graphen: weder noch (simple)
- Multigraphen: parallele Kanten OK

Bipartite Graphen



- Kanten nur zwischen Knoten aus nichtüberlappenden Mengen
- *$G = (V_1, V_2, E)$ ist bipartiter Graph*
  - $V1 \cap V2 = \emptyset$
  - $E = \{\{u, w\} \mid u \in V_1 \wedge w \in V_2\}$

Wege und Zyklen

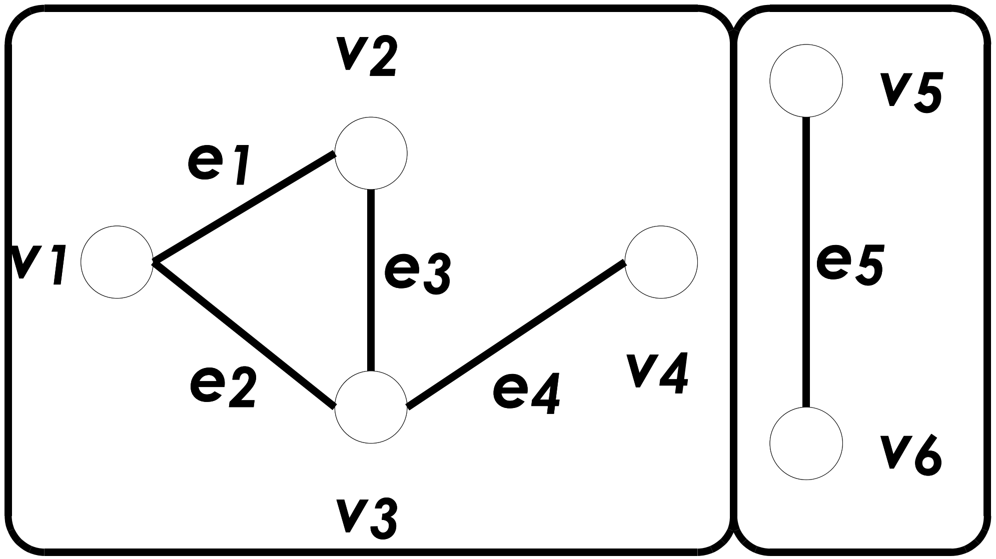


(v_1, e_1, v_2, e_3, v_3, e_4, v_4)

Länge = 3

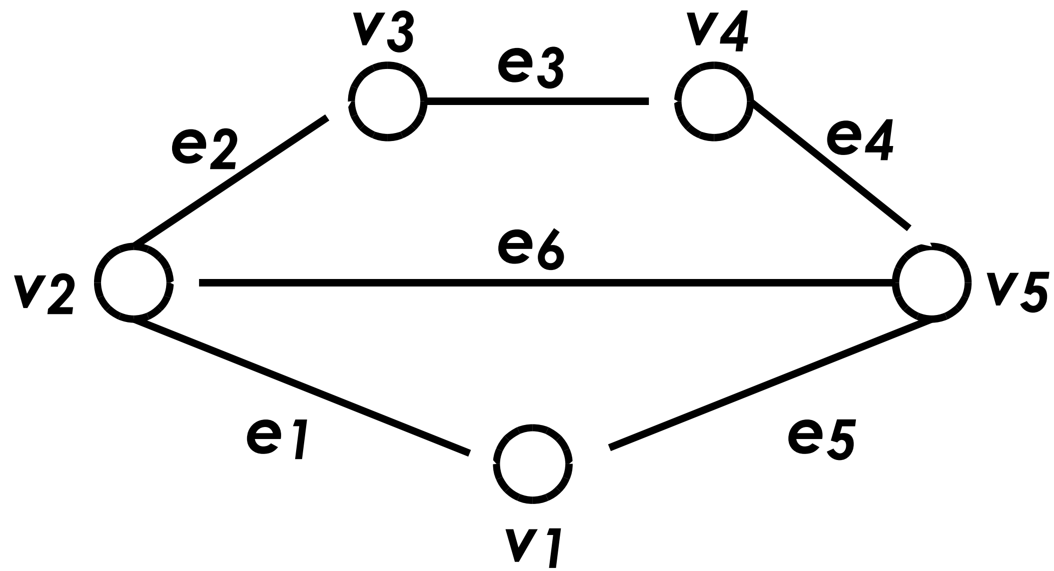
- Weg: Folge von Knoten und Kanten
  - Beginnend und endend mit Knoten
- Länge: Anzahl der Kanten
- Zyklus: Anfang = Ende

Zusammenhang



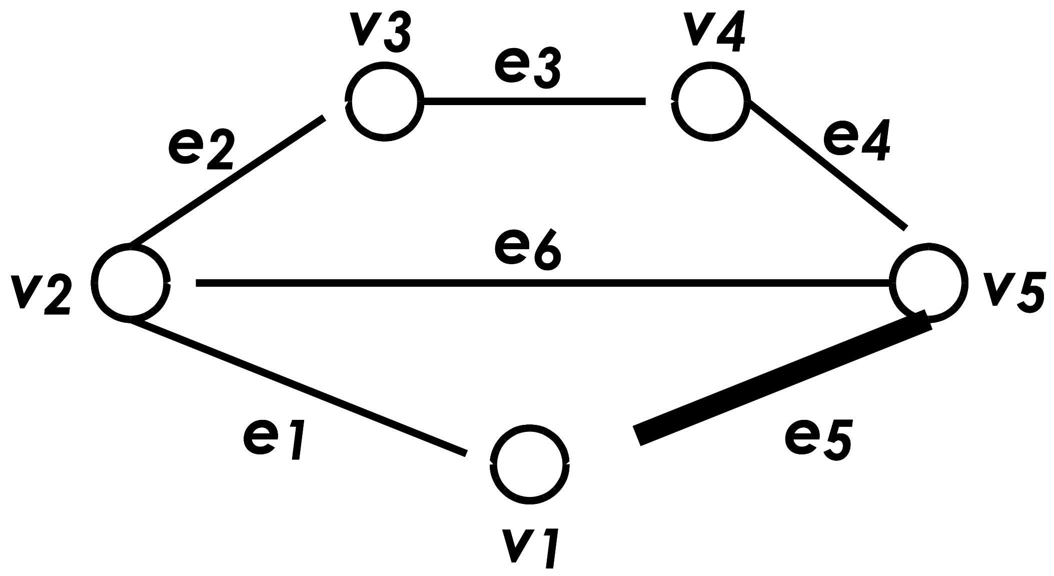
- u hängt mit v zusammen
  - Es gibt einen beide verbindenden Weg
- Zusammenhängender Graph
  - Alle Knoten hängen zusammen.
- Zusammenhängende Komponente
  - Maximale zusammenhängende Subgraphen

Gerichtete Graphen



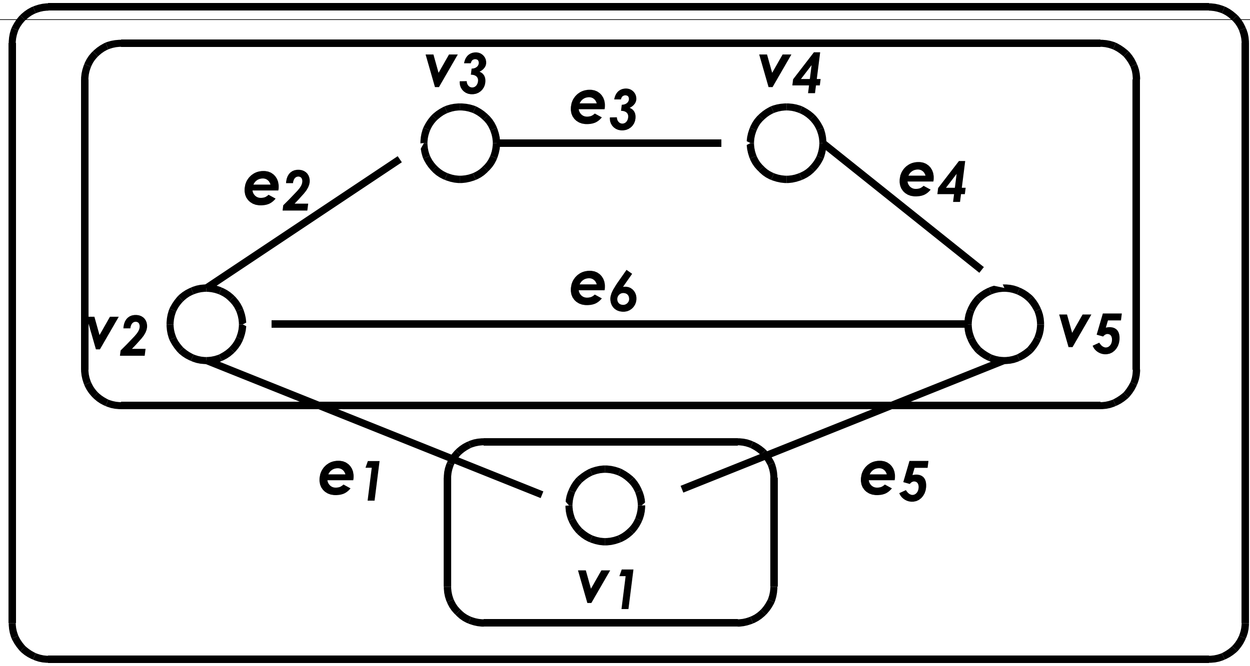
- $G(V, E)$ mit $e = (u, v) \wedge u,v \in E$
  - e inzident von u (ausgehend)
  - e inzident nach v (eingehend)
- Außengrad: Anzahl ausgehender Kanten
- Innengrad: Anzahl eingehender Kanten

Wege und Zyklen



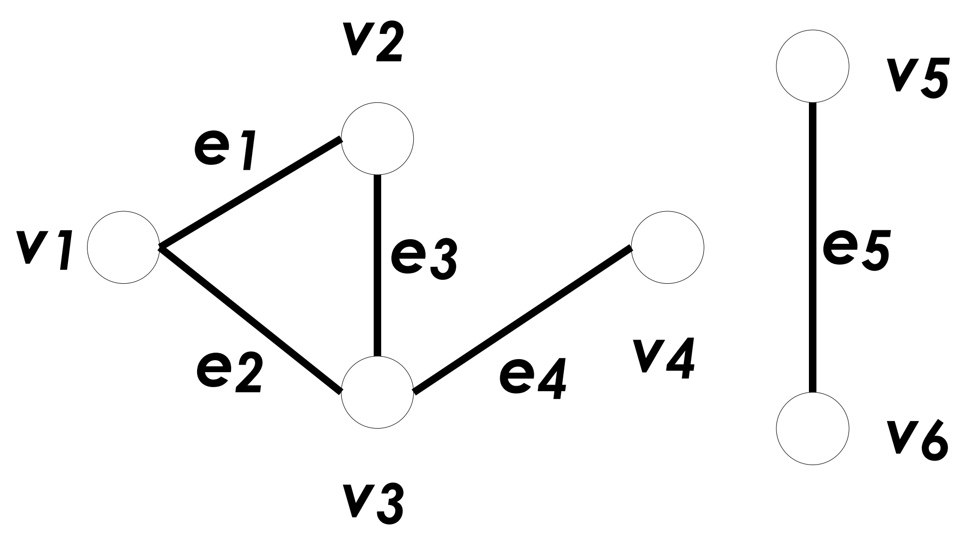
- Gerichteter Weg
- Gerichteter Zyklus
- Weg und Zyklus gelten auch noch!

Zusammenhang



- Starker Zusammenhang
  - <u>Gerichteter</u> Weg von *u* nach *v* & von *v* nach *u*
- Stark zusammenhängende Komponente
  - Alle enthaltenen Knoten hängen stark zusam.
- Schwacher Zusammenhang: Weg

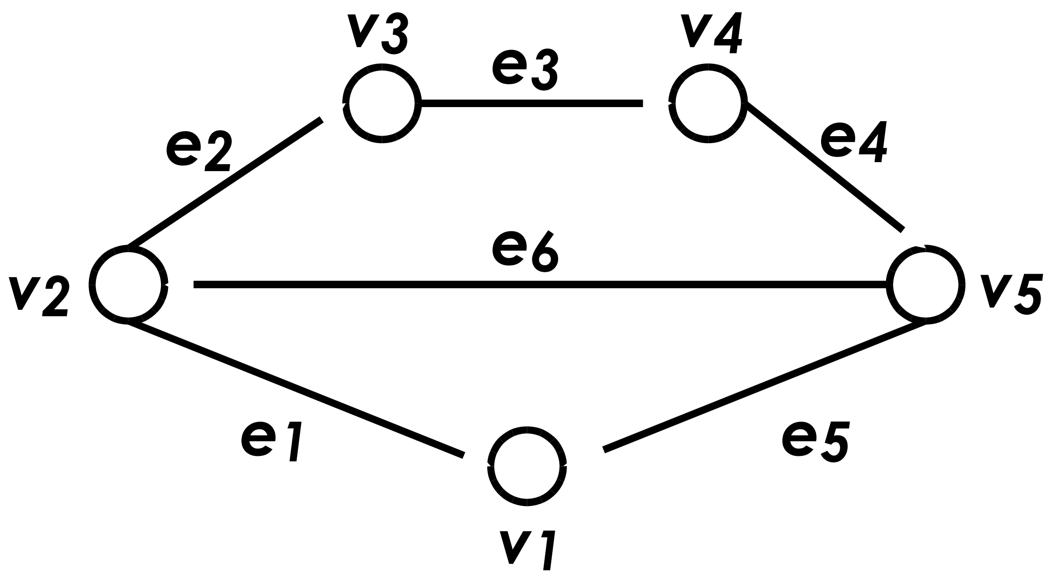
Datenstrukturen für Graphen



$$\begin{matrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

- Adjazenzmatrix A_G von G(V,E)
  - n x n Matrix mit $n = |V|$
  - $A_{ij} = 1$ falls $\{v_i, v_j\} \in E$, sonst $= 0$
  - Symmetrische Matrix

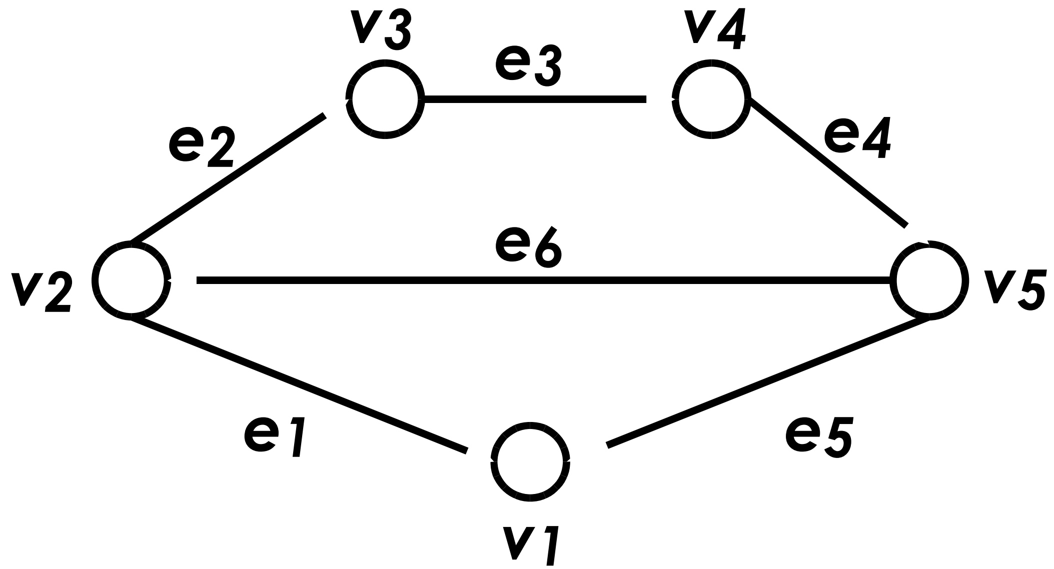
AG für gerichtete Graphen



$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

- Matrix nicht mehr symmetrisch

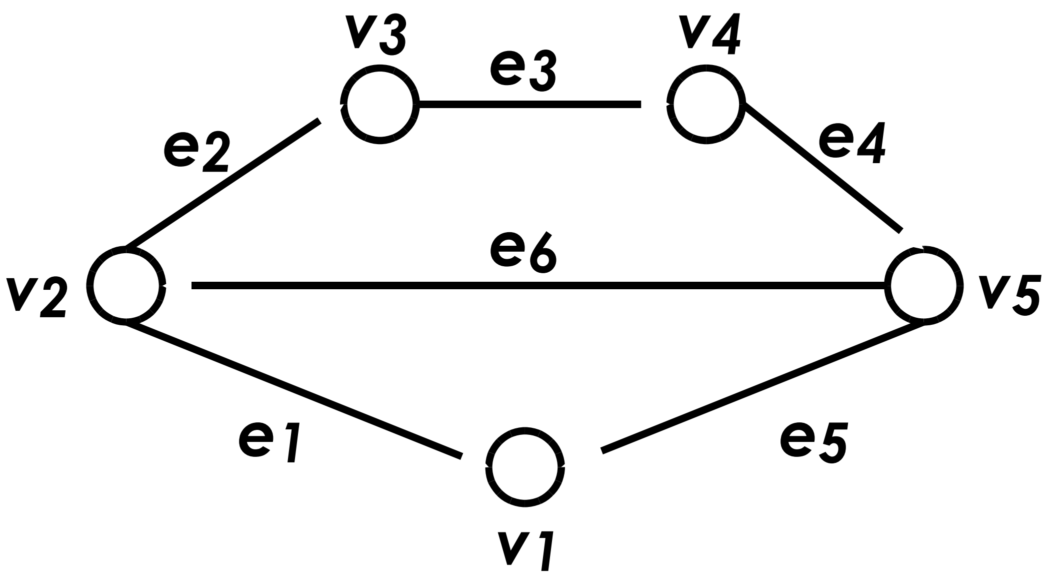
Operationen auf AG-Matrizen



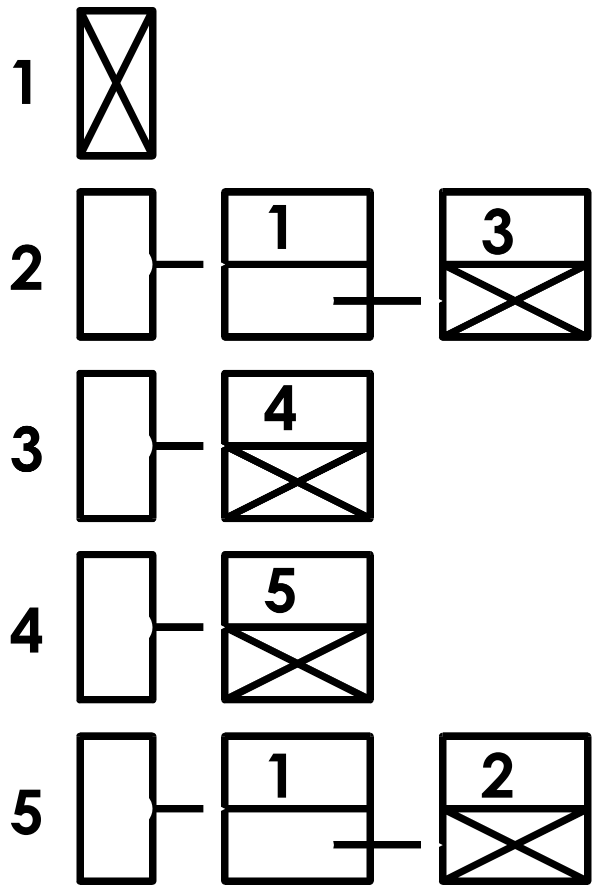
$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

- Test, ob $(v_i, v_j) \in E$
  - Nachsehen in A_{ij}: O(1)
- Welche v sind direkt mit u_i verbunden?
  - Zeile i durchgehen: $O(n)$
  - Ineffizient bei vielen Nullen

Adjazenzlisten

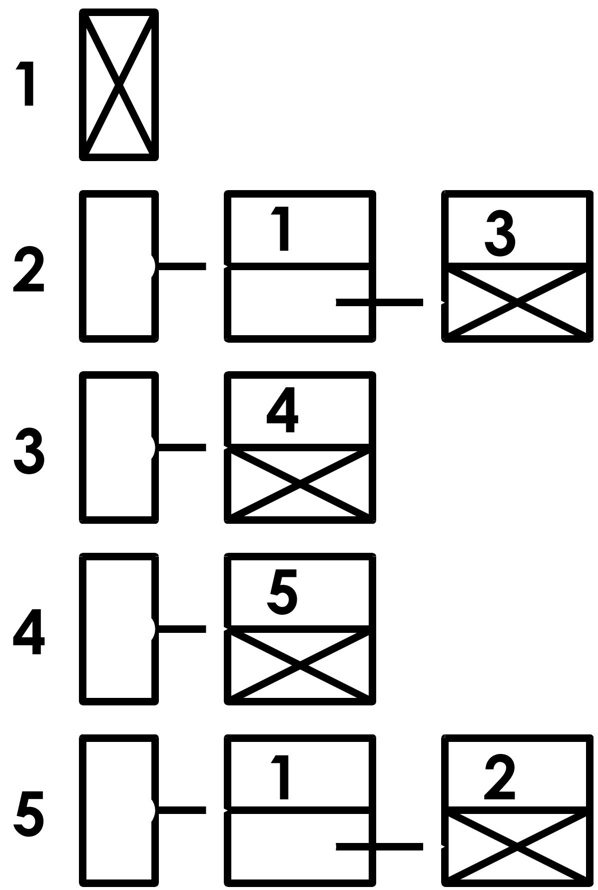


- Array aus Listen
  - Knotennummer ist Index
- Listenelemente
  - Index des Zielknotens
  - Verkettung

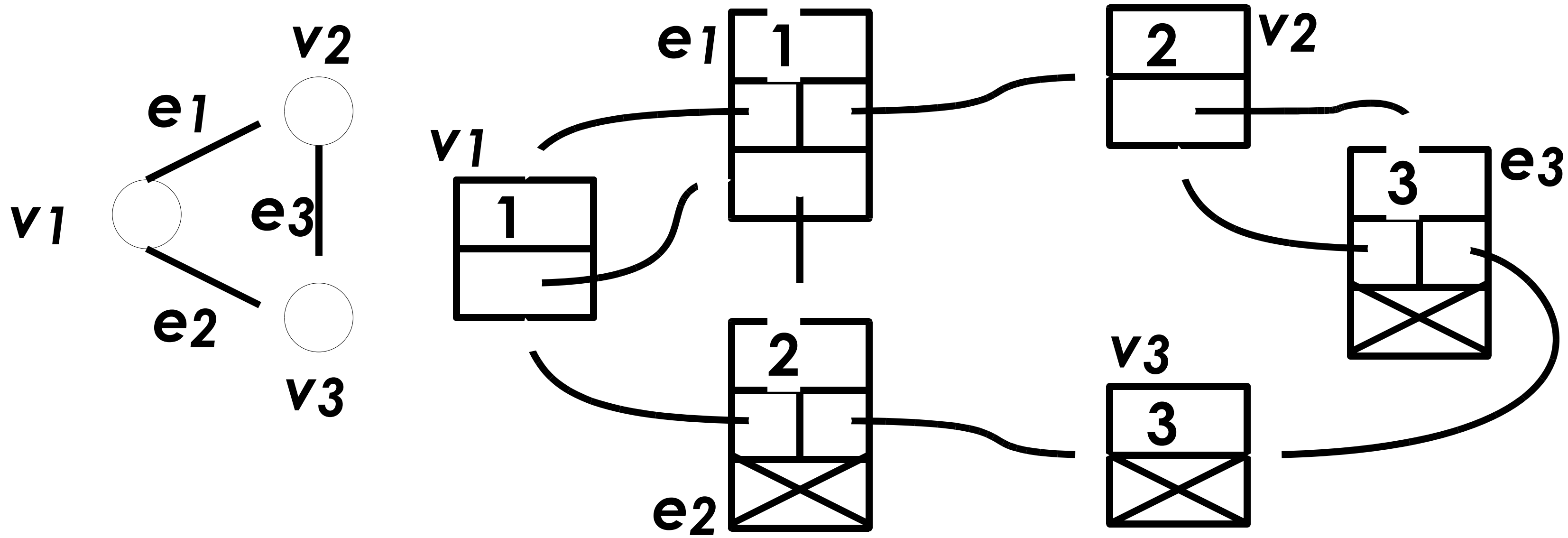


Operationen auf Adjazenzlisten

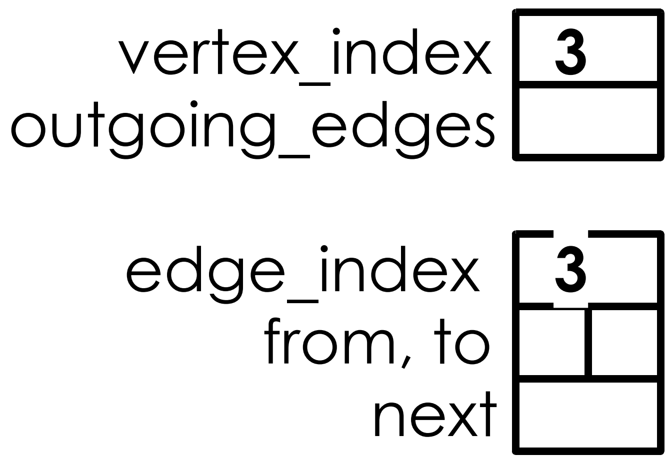
- Test, ob $(u,v) \in E$
  - durchschnittlicher Außengrad: $k(G)$
  - $O(k)$
  - Unabhängig von n
- Welche v sind direkt mit u verbunden?
  - $O(k)$



Explizite Knoten und Kanten



- Zugriff auf Knoten und Kanten
- Z.B. Gewichtung von
  - Knoten
  - Kanten



Komplexitätstheorie

- O und Θ Notation

- Siehe Grundstudium!

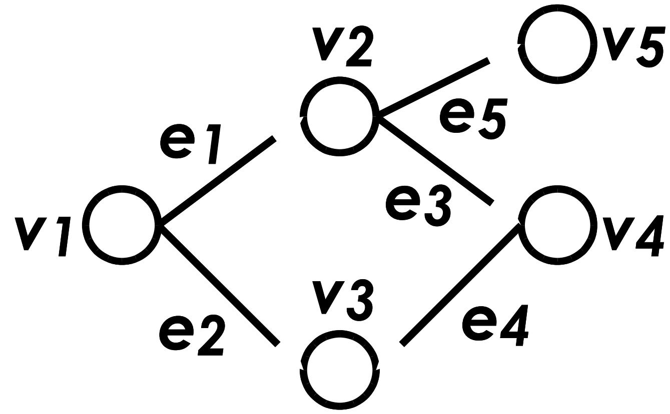
- Wichtige Ordnungen
  - Exponentiell, z.B. 2^n.
  - Polynomial, z.B. n^3.
  - Quadratisch, z.B. n^2.
  - Superlinear, z.B. $n \log n$.
  - Linear, z.B. n.
  - Sublinear, z.B. $\log n$
  - Konstant, z.B. 1.

Graphen durchlaufen

- Aufgabe
  - Besuche alle V und E von G(V,E)
  - Jedes Element genau einmal!
- Unterschiedliche Reihenfolgen möglich
- Weit verbreitet
  - Tiefensuche
    - Suche von Ursprungsknoten entfernen
  - Breitensuche
    - Erstmal angrenzende Knoten bearbeiten

Tiefensuche (DFS) - 1

```
dfs(vertex v) {
  v.mark := 0;
  v.process();
  foreach (v,u) ∈ E {
    (v,u).process();
    if (u.mark) dfs(u);
  }
}
main() {
  foreach v ∈ V
    v.mark := 1;
  foreach v ∈ V
    if (v.mark) dfs(v)
}
```




```
dfs(v1)
  (v1, v2)
    dfs(v2)
      (v2, v4)
        dfs(v4)
          (v4, v3)
            dfs(v3)
      (v2, v5)
        dfs(v5)
  (v1, v3)
```

Tiefensuche (DFS) - 2

- Komplexität für DFS auf $G(V,E)$
  - Jeder Knoten einmal besucht
  - Jede Kante einmal besucht
  - ➔ $O(|V|+|E|)$

- Anwendungsbeispiele
  - Systematischer Graphdurchlauf
  - Finden der von einem Startknoten aus erreichbaren Knoten
    - Ersetze Schleife in main() durch einfachen Aufruf

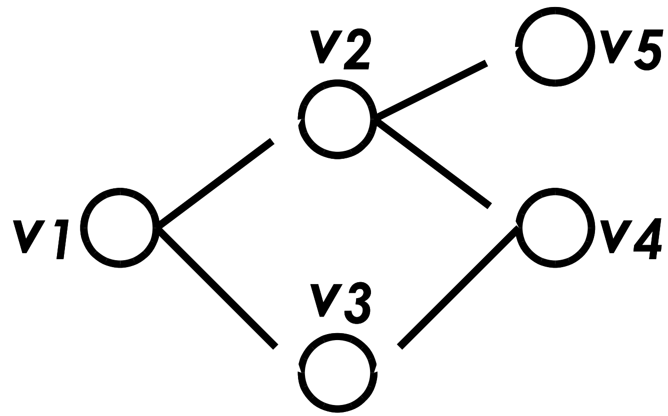
Breitensuche (BFS) - 1

```
bfs(vertex v) {
  FIFO Q = ();
  vertex u, w;

  Q.shift_in(v);
  do {
    w := Q.shift_out();
    w.process();
    foreach (w,u) ∈ E do {
      if (u.mark) {
        u.mark := 0;
        Q.shift_in(u);
      }
    }
  } while (Q ≠ ())
}
```

```
main() {
  foreach v ∈ V do v.mark := 1;
  foreach v ∈ V do
    if (v.mark) {
      v.mark := 0;
      bfs(v);
    }
}
```

Breitensuche (BFS) - 2

```
bfs(vertex v) {
  FIFO Q = ();
  vertex u, w;

  Q.shift_in(v);
  do {
    w := Q.shift_out();
    w.process();
    foreach (w,u) ∈ E do {
      if (u.mark) {
        u.mark := 0;
        Q.shift_in(u);
      }
    }
  } while (Q ≠ ())
}
```



(v1)	v1	(v1,v2)
(v2)		(v1,v3)
(v2,v3)	v2	(v2,v4)
(v3,v4)		(v2,v5)
(v3,v4,v5)	v3	
(v4,v5)	v4	(v4,v3)
(v5)	v5	

Breitensuche (BFS) - 3

- Komplexität für BFS auf $G(V,E)$
  - Jeder Knoten einmal besucht
  - Jede Kante einmal besucht

  ➔ $O(|V|+|E|)$

- Anwendungsbeispiele
  - Systematischer Graphdurchlauf
  - Finden der von einem Startknoten aus erreichbaren Knoten
  - Besuche Knoten in Reihenfolge der Entfernung (Pfadlänge) vom Startknoten

DFS und BFS

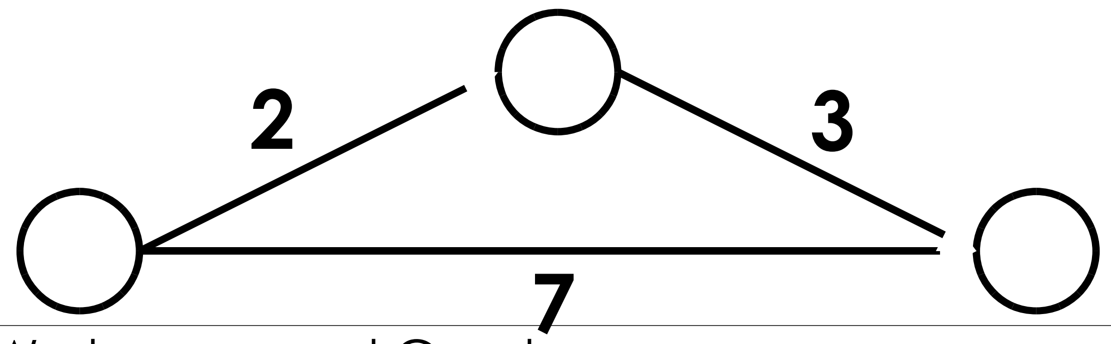
- Weshalb die äußeren Schleifen?
  - Jeweils in main()
  - Um dfs(v) bzw. bfs(v)

```
main() {
  foreach v ∈ V
    v.mark := 1;
  foreach v ∈ V
    if (v.mark)
      dfs(v)
}
```

```
main() {
  foreach v ∈ V do v.mark := 1;
  foreach v ∈ V do
    if (v.mark) {
      v.mark := 0;
      bfs(v);
    }
}
```

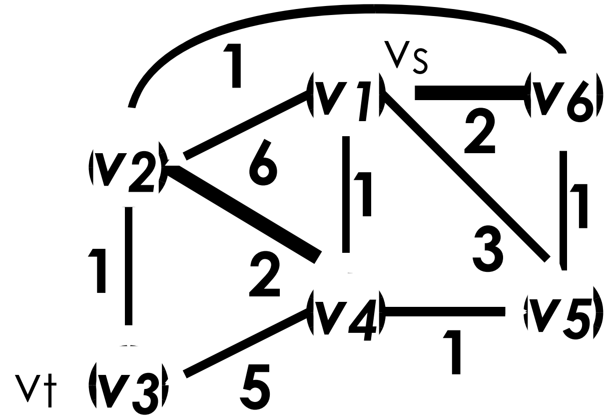
Kürzester Pfad

- Bestimme den kürzesten Pfad vom Startknoten zu Zielknoten
  - Manchmal auch: zu allen anderen Knoten
- Bei ungewichteten Graphen z.B. mit BFS
  - Erweitert um Verwaltung der Pfade
- ✖ Nicht bei gewichteten Graphen!
  - Niedrige Anzahl von Kanten nicht immer kürzester (leichtester) Weg



Kürzester Pfad nach Dijkstra -1

```
dijkstra(set<vertex> V, vertex vs, vertex vt)
{
  set<vertex> T; vertex u, v;
  V     := V \ {vs}; T := {vs};
  vs.dist := 0;
  foreach u ∈ V do
    if ((vs, u) ∈ E)
      then u.dist := (vs, u).weight;
      else u.dist := +∞;
  while (vt ∉ T) do {
    u   := V.findmin(dist);
    T   := T ∪ {u};
    V   := V \ {u};
    foreach (u, v) ∈ E do
      if (v.dist > u.dist + (u,v).weight)
        v.dist := u.dist + (u,v).weight;
  }
}
```



T=	***vi*.dist, i=1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
{v1}	**0**	**6**	∞	$\boxed{\mathbf{1}}$	**3**	∞
{v1,v4}		**6**	**6**		$\boxed{\mathbf{2}}$	∞
{v1,v4,v5}		**6**	**6**			$\boxed{\mathbf{3}}$
{v1,v4,v5,v6}		$\boxed{\mathbf{4}}$	**6**			
{v1,v4,v5,v6,v2}			$\boxed{\mathbf{5}}$			
{v1,v4,v5,v6,v2,v3}						

Kürzester Pfad nach Dijkstra -2

- Komplexität
  - while ($v \notin T$): $|V|$-mal durchlaufen
    - V.findmin(dist): $O(|V|)$ je Suche

    $\hookrightarrow O(|V|^2)$
  - foreach $(u,v) \in E$: $|E|$-mal *insgesamt*
    - Einfacher Graph hat max. $|V|^2$ Kanten

    $\hookrightarrow O(|V|^2)$
  - Gesamtaufwand $O(|V|^2+|V|^2) = O(|V|^2)$

Nächste Veranstaltung

- Vorlesung am Freitag
- Vorbereitungstipps
  - Kapitel 6 und 7.1 lesen
  - Ggf. Kapitel 4 (Komplexität) wiederholen

Zusammenfassung

- VLSI
  - Entwurfsbereiche
  - Tätigkeiten
  - Werkzeuge
- Hierarchie und Abstraktion
- Graphentheorie
  - Konzepte und Begriffe
  - Datenstrukturen
  - Algorithmen: DFS, BFS, SP