

Algorithmen im Chip-Entwurf 5

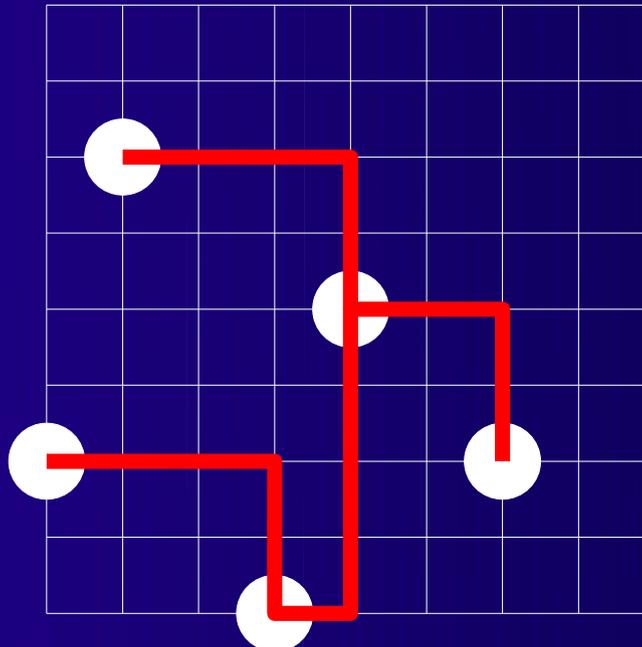
Allgemeine Platzierungsverfahren, Partitionierung und Pfad-basierte Timing-Analyse

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

- **Andere Längenmetriken**
 - Half-Perimeter schon kennengelernt
 - Nun Überblick über Alternativen
- **Andere Platzierungsprobleme**
 - FPGA/MPGA schon kennengelernt, nun auch andere
- **Allgemeine Platzierungsverfahren**
 - Ein konkretes Verfahren schon kennengelernt: VPR
 - Nun Überblick über Alternativen
- **Kernighan-Lin**
 - Partitionierung via MinCut
- **Timing-Analyse**
 - Mehrere kritische Pfade
- **Zusammenfassung**

Längenmetriken 2

- Minimaler Rechtwinkliger Überspannender Baum (MRST)

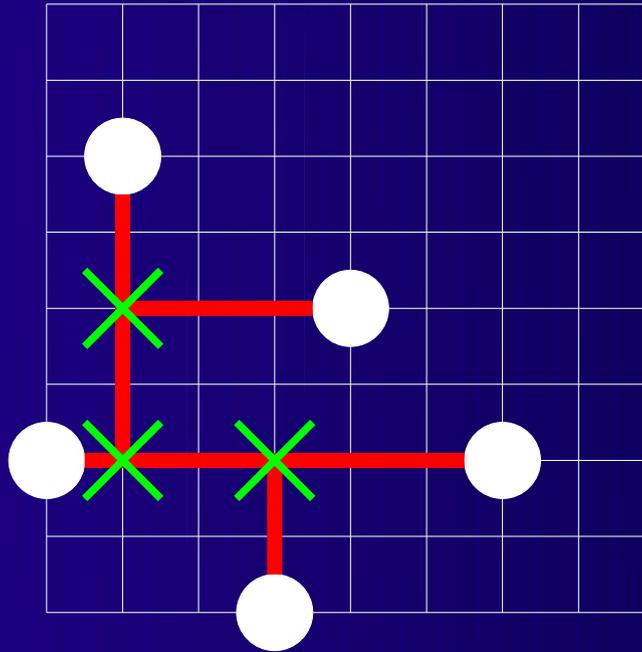


$$L_R = 19$$

- Sonderfall von MRST im Raster
 - In P via Prim's Algorithmus (im Buch 3.4.4)
 - ◆ Vollständiger planarer Graph

Längenmetriken 3

■ Rechtw. Steiner-minimaler Baum (RSMT)



$$L_S = 15$$

$$L_R / L_S = 1,26$$

■ RSMT-Berechnung ist NP-vollständig

- Annäherung durch MRST: max. 1,5x so lang
- Bessere Näherungen existieren

Längenmetriken 4

■ Quadratischer Euklidischer Abstand

- Arbeitet auf Zellen, nicht auf Netzen
 - ◆ Für Clique-Modell geeignet

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]$$

■ γ_{ij}

- =0 wenn $(v_i, v_j) \notin E$
- = $| (v_i, v_j) |$: Gewichtet nach Anzahl Kanten
- $< | (v_i, v_j) |$: nicht nur Einzelleitungen

Platzierungsprobleme

■ Standardzellen

- Konstantes Layout auf Zell-Ebene
 - ◆ Kaum Variationen bei Abmessungen
- Semi-Custom
 - ◆ Anordnen von Zellen fester Funktionalität
 - ◆ Bibliothek: NAND4, DFF, ...

■ Building Block

- Anordnen von flexiblen Zellen
- Teilweise Full-Custom möglich
 - ◆ Beliebiges Layout auf Zell-Ebene

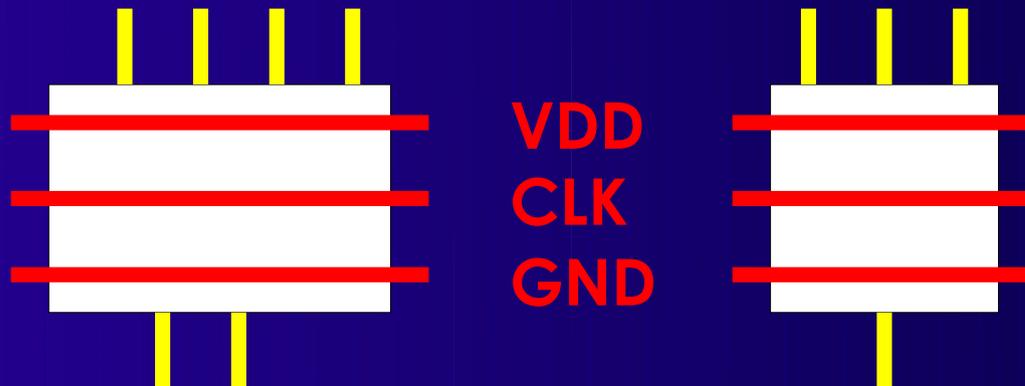
■ MPGA/FPGA

- Auf vorgegebene Strukturen

Standardzellen 1

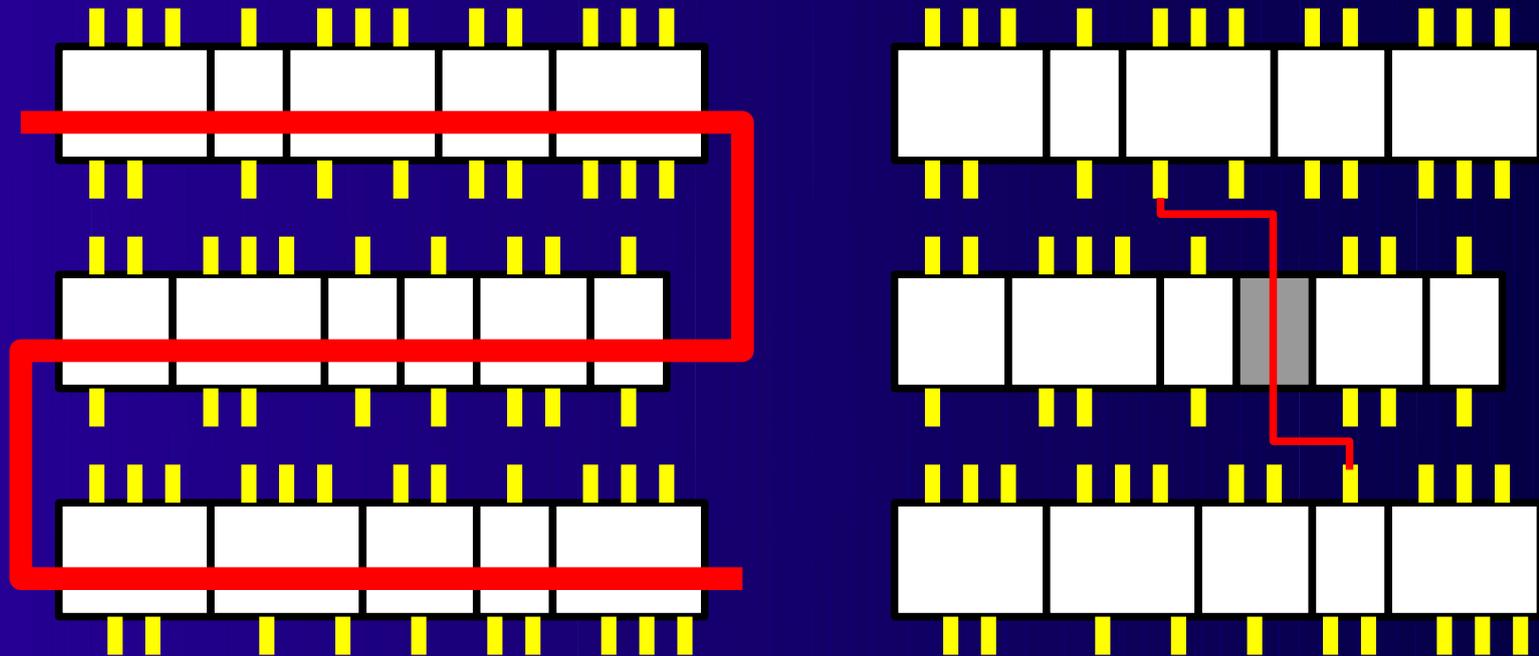
■ Standardzellen (Semi-Custom)

- Kleinere Schaltungen (Gatter) aus Bibliothek
- Festes Layout
 - ◆ Grösse
 - ◆ Terminal-Anordnung
- Anreihbar in Zeilen
 - ◆ Logistische Signale



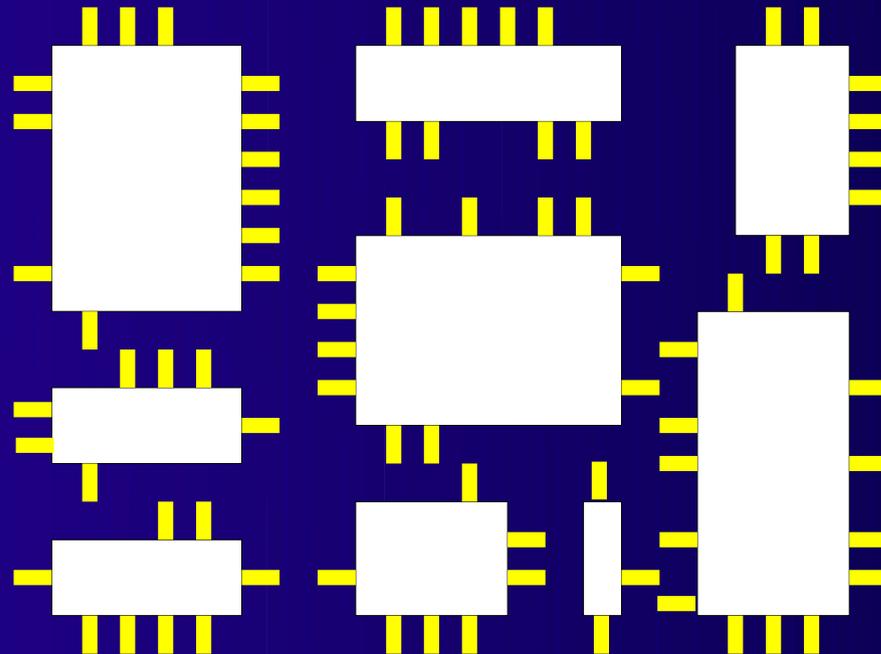
Standardzellen 2

- Zeilenweise Anordnung
- Verdrahtung zwischen Zeilen
- Ausnahmen
 - Angrenzende Verbindungen (abutment)
 - Durchleitungen (feedthroughs)



Building Blocks 1

- Mehr Flexibilität
 - Kann auch Full-Custom Teile enthalten
 - Automatisch generierte Blöcke (z.B. RAM)
- Verdrahtungskanäle an allen Seiten



Platzierungsverfahren 1

■ Konstruktiv

- Zellkoordinaten sind nach einmaligem Platzierungsschritt fest

■ Iterativ

- Zellkoordinaten können beliebig oft geändert werden

■ Kombination

- Konstruktive Startlösung
- Dann iterative Verbesserung

Mögliche Optimierungsziele 1

- Minimale Verdrahtungsfläche
- Minimale Verdrahtungslänge
- Schnellste Schaltung
 - Timing-driven
- Anzahl von Leitungen durch Schnittlinie
- Verdrahtbare Schaltung
- Geringes Übersprechen
 - Zwischen Leitungen

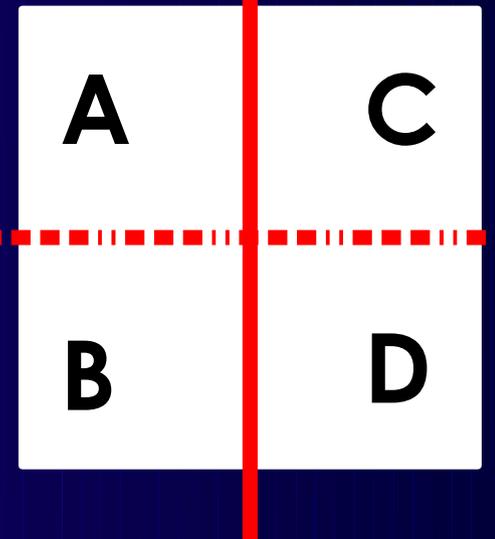
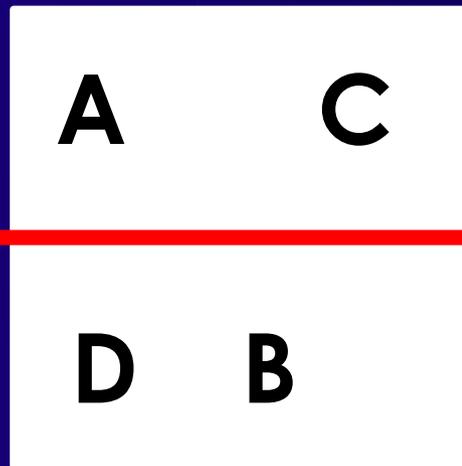
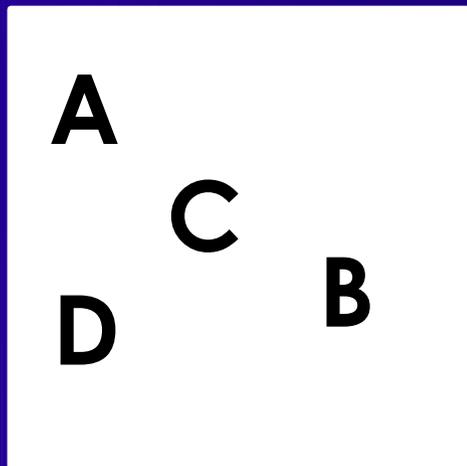
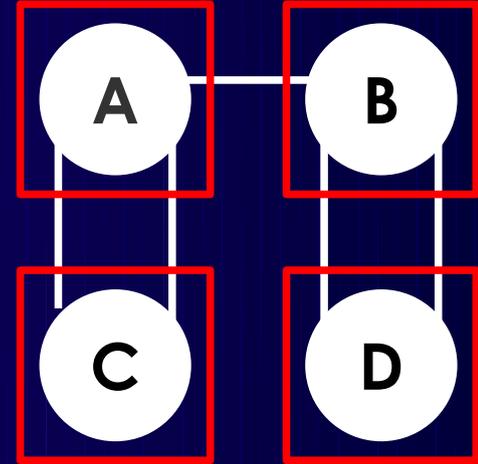
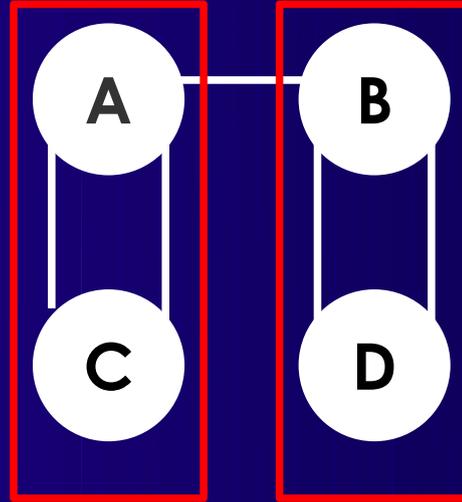
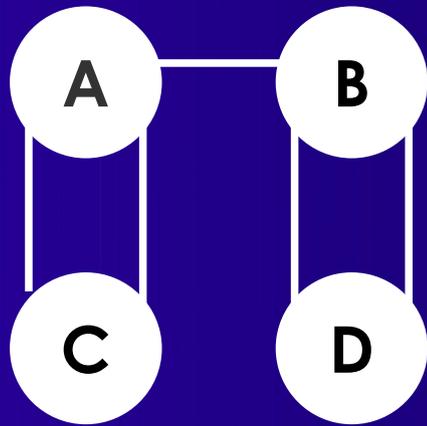
Konstruktive Platzierung 1

- Viele Methoden
- Top-Down Verfahren
 - Starten mit kompletter Schaltung
 - Aufteilen in immer kleinere Probleme
 - Beispiel: Min-Cut
- Bottom-Up Verfahren
 - Beginnen mit einzelnen Zellen
 - Zusammenfügen von Teillösungen
 - Beispiel: Clustering

Min-Cut Platzierung 1

- Idee
 - Teile Schaltung in zwei Hälften auf
- Minimiere die Anzahl der Netze dazwischen
 - MinCut: Minimiere Gewicht *durchschnittlicher* Netze
- Teile auch Layoutfläche nach jedem Schnitt
- Ordne Schaltungshälften Layouthälften zu
 - Horizontal und Vertikal, i.d.R. abwechselnd
- Wiederhole bis Abbruch
 - z.B. Nur noch eine Zelle in Partition

Min-Cut Platzierung 2



Min-Cut Platzierung 3

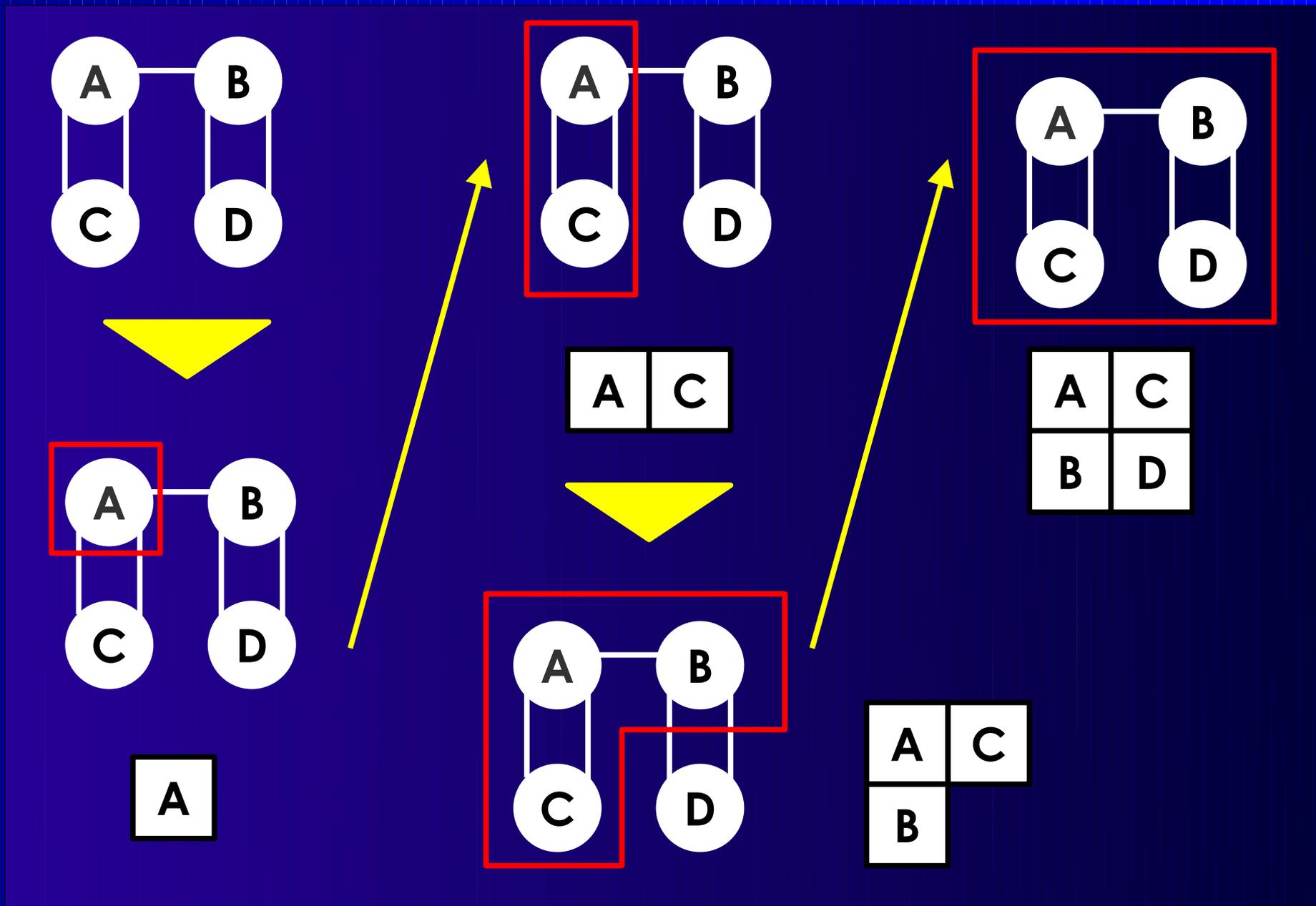
- Aufteilen des Graphen
 - Standardalgorithmen
- Zuweisung der Partitionen an Layout
 - Einschließlich Richtung der Aufteilung
 - Verschiedene Heuristiken
 - Beispiele:
 - ◆ Berücksichtige bereits zugewiesene Partitionen
 - ◆ Berücksichtige Chip-I/O-Pads

Platzierung mit Clustering 1

- Beginne mit einer Startzelle als Cluster
- Finde angeschlossene Zelle(n)
- Ordne Zelle(n) „nahe“ um Cluster an
- Füge neue Zellen dem Cluster hinzu

- Entscheidungen:
 - Welche Zellen(n) hinzufügen?
 - Auf welche Art nahegelegen anordnen?

Platzierung mit Clustering 2



Iterative Verbesserung 1

- „Kleine“ Veränderung bestehender Lösung
 - Ändere die Position von Zelle(n)
 - Falls besseres Ergebnis: Immer übernehmen
 - Schlechter: Unter Umständen übernehmen
- Abhängig von Optimierungsverfahren!

Iterative Verbesserung 2

```
iterative_improvement () {  
  s := initial_configuration();  
  c := s.cost();  
  while (!stop()) {  
    s' := s.perturb();  
    c' := s'.cost();  
    if ( c.accept( c' ) )  
      s := s';  
  }  
}
```

- **initial_configuration**
- **cost**
- **stop**
 - z.B. #Iterationen
 - komplexer möglich
- **accept**
 - Nachbarsuche
 - Simulated Annealing
 - Tabu-Suche

Iterative Verbesserung 3

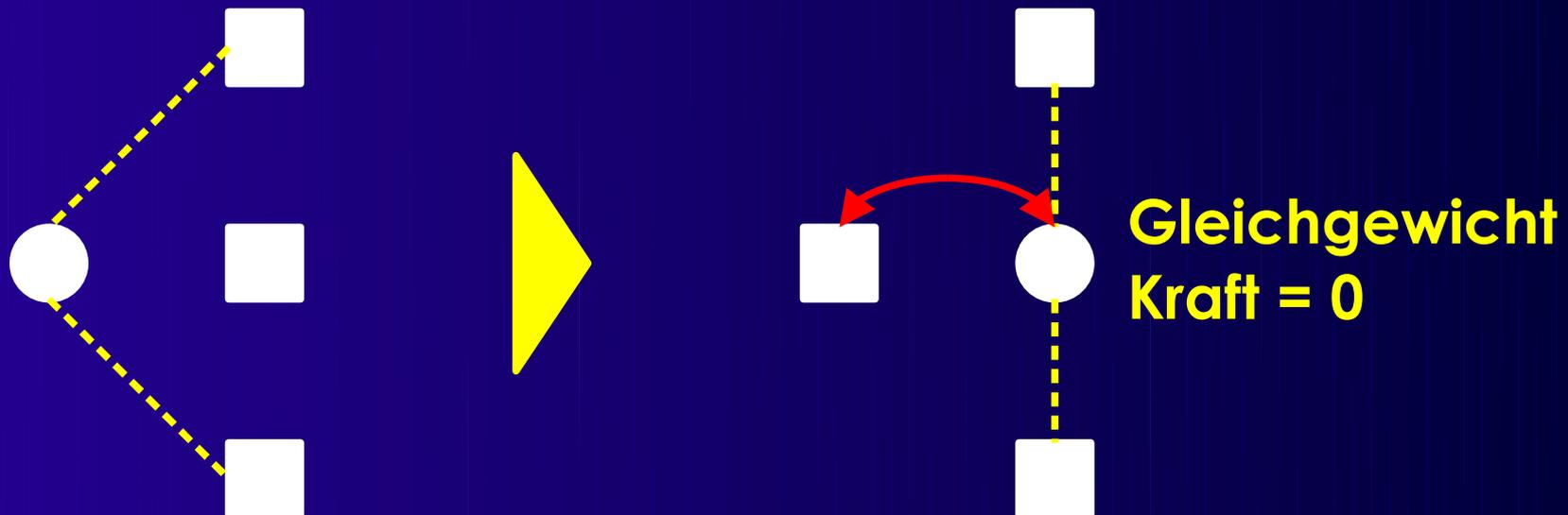
- perturb
- Bei UPP: einfach, z.B. Positionstausch
- Bei Standardzellen oder Building Block:
 - Unterschiedliche Zellgrößen, Überlappung möglich

Iterative Verbesserung 4

- Vorgehensweisen
- Überlappung erlaubt, aber höhere Kosten
 - Bereinige beste gefundene Lösung am Ende
 - ◆ Möglicherweise drastische Verschlechterung
 - Beseitige Überlappung direkt nach jedem Zug
 - ◆ Bei BB sehr aufwendig, bei SC machbar
 - ◆ Aber so genauere Kostenberechnung möglich
- Erzeuge nur überlappungsfreie Lösungen
 - Züge unter Umständen sehr viel aufwendiger

Iterative Verbesserung 5

- Alternativen zu zufälligem Zellaustausch
 - Kräfte-gesteuerte Auswahl des Partners
 - Bestimme Idealposition der Zelle
 - ◆ Reduziere durch Netze ausgeübte Anziehungskraft
 - Tausche dann mit Zelle auf Idealposition



Iterative Verbesserung 6

■ Berechnung des Schwerpunktes

- Verwendet Cliquen-Modell $G(V, E)$
- γ_{ij} : Gewicht von $(i, j) \in E$, $\gamma_{ij} = 0$ falls $(i, j) \notin E$
- Bestimme Schwerpunkt (x_i^g, y_i^g) der Zelle i

$$x_i^g = \frac{\sum_j \gamma_{ij} x_j}{\sum_j \gamma_{ij}} \quad \text{Gewichteter Durchschnitt} \quad y_i^g = \frac{\sum_j \gamma_{ij} y_j}{\sum_j \gamma_{ij}}$$

- Bewege Zelle i dorthin
- Was tun, wenn dort schon andere Zelle liegt?
 - ◆ Bewege andere Zelle auf ihren Schwerpunkt
 - ◆ Erzeugt Folge von Zügen, ggf. Tabu-Mechanismus

- Aufteilen eines Graphen
- Hier motiviert durch Platzierung
 - Min-Cut
- Andere Anwendungen
 - Aufteilen einer Schaltung auf mehrere Chips
 - Verkleinern der Problemgröße
 - ◆ Vorbereitung vor anderem Algorithmus
- Viele Verfahren
 - Beispiel: Kernighan-Lin

Kernighan-Lin Partitionierung 1

■ Problem

- Gewichteter, ungerichteter Graph $G(V,E)$
- $|V| = 2n$
- γ_{ab} : Gewicht von $(a,b) \in E$, $\gamma_{ab}=0$ bei $(a,b) \notin E$
- Finde Mengen A und B mit
 - ◆ $A \cup B = V, A \cap B = \emptyset, |A| = |B| = n$
- Minimiere

$$\sum_{(a,b) \in A \times B} \gamma_{ab}$$

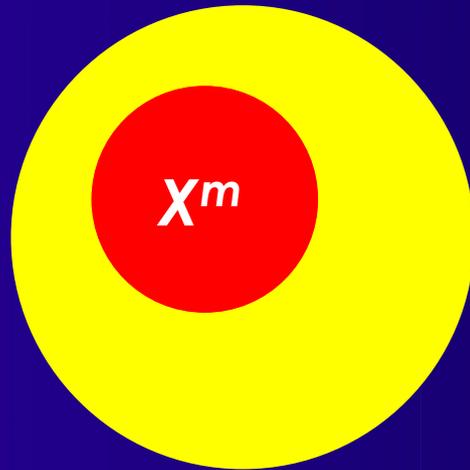
■ Arbeitet auf Cliques-Modell

Kernighan-Lin Partitionierung 2

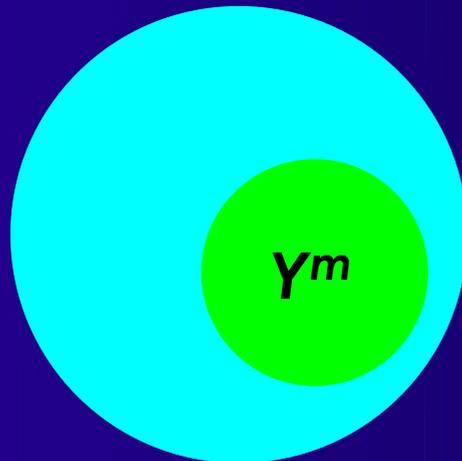
- Partitionierungsproblem ist NP-vollständig
- KL ist eine Heuristik
 - Im praktischen Einsatz bewährt
- Vorgehensweise
 - Anfangslösung bestehend aus A^0 und B^0
 - ◆ I.d.R. nicht optimal
 - Isoliere Untermengen von A^{m-1} und B^{m-1}
 - Tausche diese aus um A^m und B^m zu bestimmen
 - Wiederhole, solange Verbesserung erreichbar

Kernighan-Lin Partitionierung 3

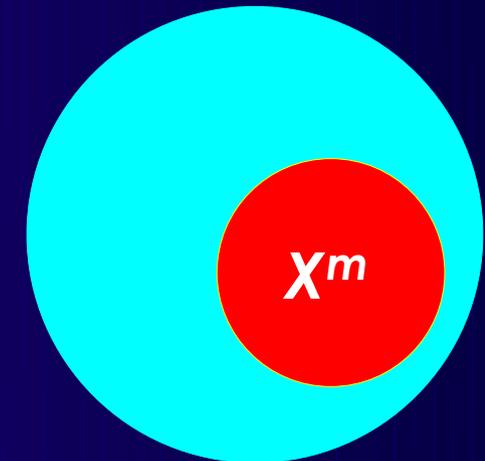
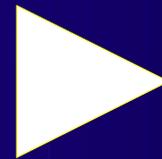
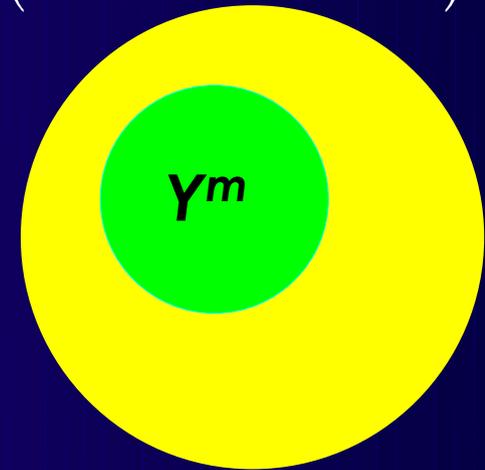
A^{m-1}



B^{m-1}



$$A^m = (A^{m-1} \setminus X^m) \cup Y^m$$



$$B^m = (B^{m-1} \setminus Y^m) \cup X^m$$

Kernighan-Lin Partitionierung 4

- Optimum immer in einem Schritt erzielbar
 - Bei geeignetem X^m und Y^m
- Problem: Wie X^m und Y^m bestimmen?
 - Schwer zu finden
- Suche Lösung in mehreren Schritten
 - Wiederhole, bis keine Verbesserung mehr
- Anzahl Schritte unabhängig von n
 - In der Praxis ≤ 4 .

Kernighan-Lin Partitionierung 5

- Konstruktion von X^m und Y^m
- Externe Kosten

$$E_a = \sum_{y \in B^{m-1}} \gamma_{ay} \quad , a \in A^{m-1}$$

- Interne Kosten

$$I_a = \sum_{x \in A^{m-1}} \gamma_{ax} \quad , a \in A^{m-1}$$

- Analog für B

Kernighan-Lin Partitionierung 6

- $D_a = E_a - I_a$ für $a \in A^{m-1}$ (desirability)
 - >0 : Knoten sollte nach B getauscht werden
 - <0 : Knoten sollte in A bleiben
- Verbesserung Δ der Schnittkosten
 - Bei Austausch von $a \in A^{m-1}$ und $b \in B^{m-1}$

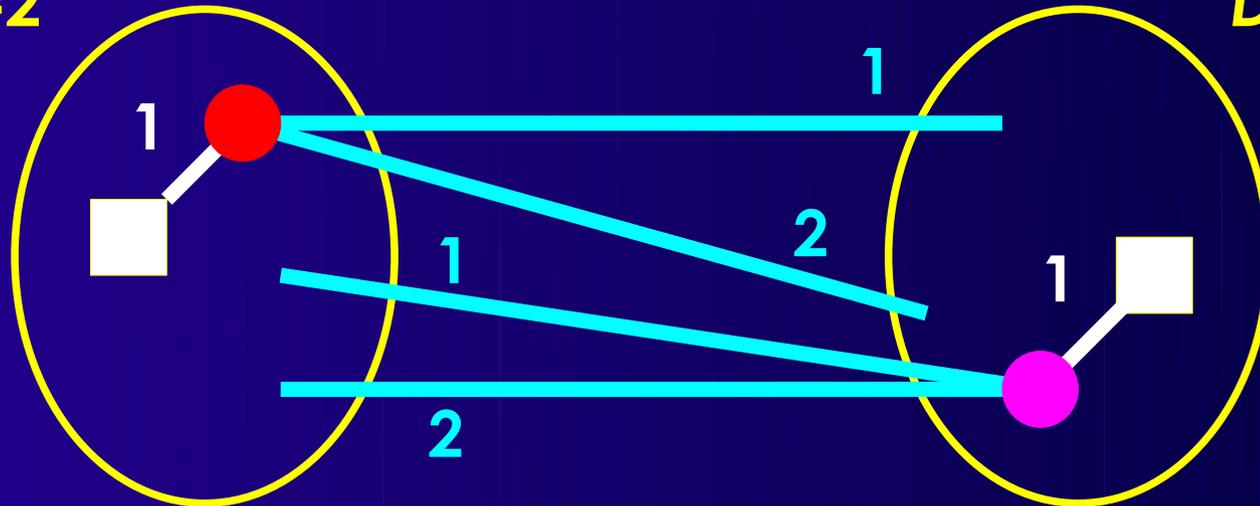
$$\Delta = D_a + D_b - 2\gamma_{ab}$$

- Δ kann negativ sein!

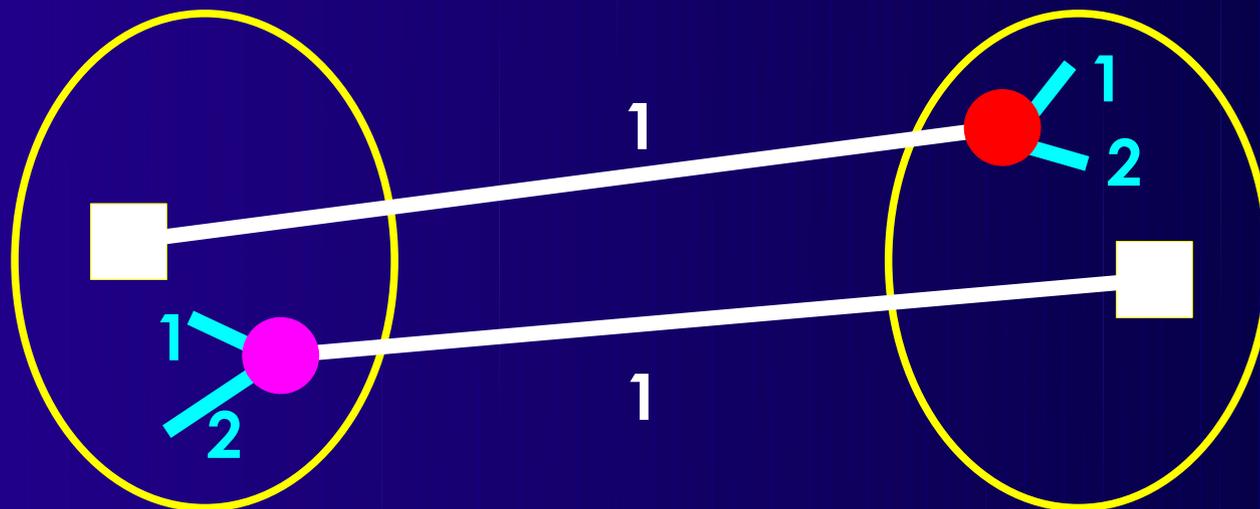
Kernighan-Lin Partitionierung 7

$$D_a = 3 - 1 = 2$$

$$D_b = 3 - 1 = 2$$



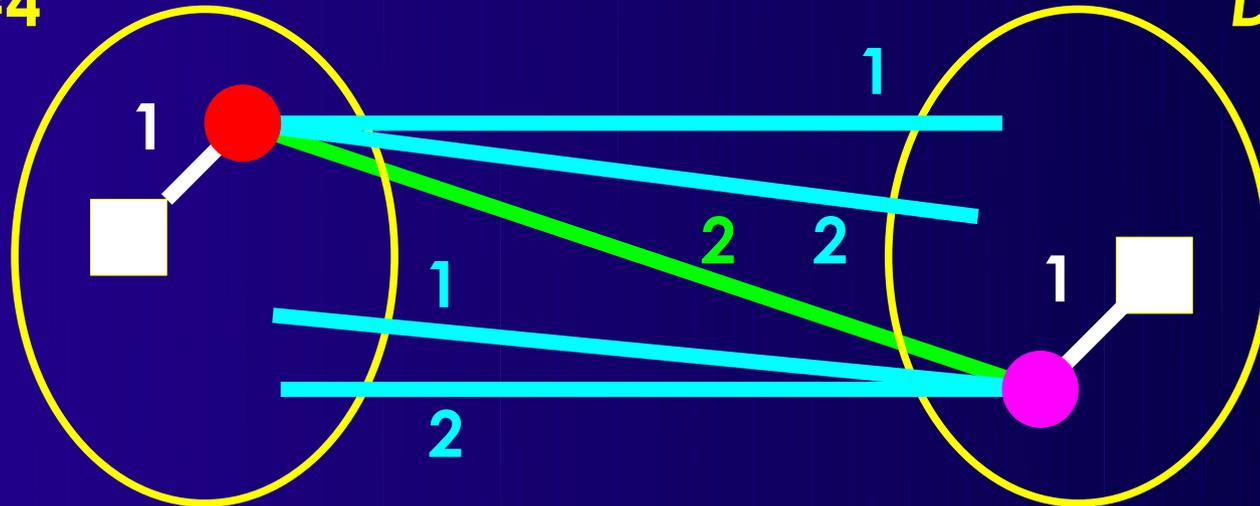
$$\Delta = D_a + D_b - 2 \gamma_{ab} = 2 + 2 - 0 = 4$$



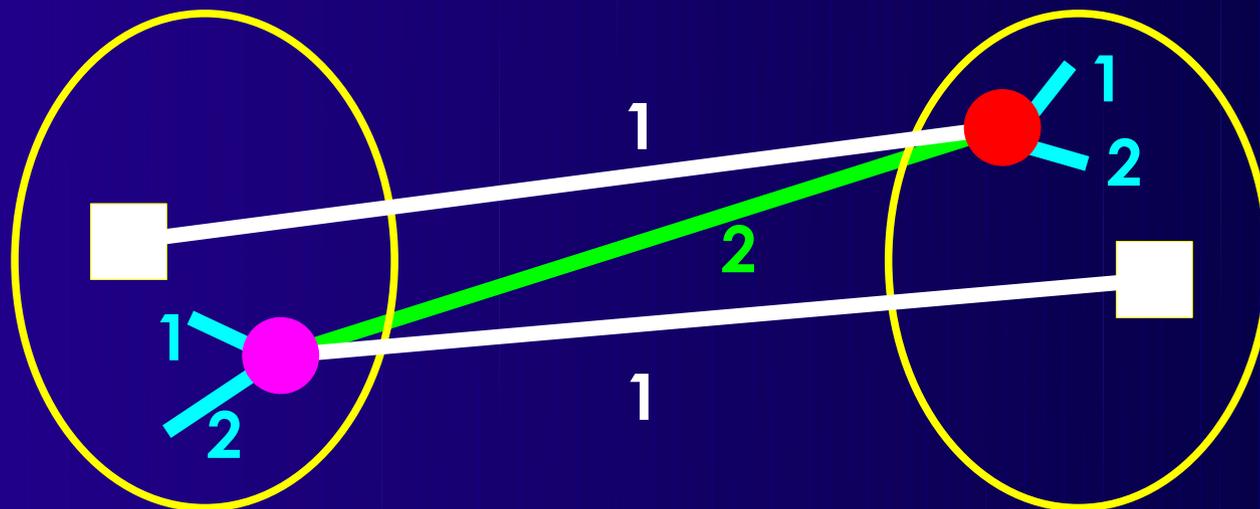
Kernighan-Lin Partitionierung 8

$$D_a = 5 - 1 = 4$$

$$D_b = 5 - 1 = 4$$



$$\Delta = D_a + D_b - 2 \gamma_{ab} = 4 + 4 - 2 \cdot 2 = 4$$



Kernighan-Lin Partitionierung 9

```
initialize(A0, B0);
```

```
m := 1;
```

```
do {
```

```
  foreach a ∈ Am-1
```

```
    "berechne Da";
```

```
  foreach b ∈ Bm-1
```

```
    "berechne Db"
```

```
  for (i:=1; i ≤ n; ++i) {
```

```
    "finde freie ai ∈ Am-1, bi ∈ Bm-1 mit
```

```
    Δi := Dai + Dbi - 2 γaibi maximal"
```

```
    "sperre ai und bi"
```

```
  foreach "freies" x ∈ Am-1
```

```
    Dx := Dx + 2 γx ai - 2 γx bi;
```

```
  foreach "freies" y ∈ Bm-1
```

```
    Dy := Dy - 2 γy ai + 2 γy bi;
```

```
}
```

```
"finde ein k mit  $\sum_{i=1}^k \Delta_i$  ist max."
```

```
G :=  $\sum_{i=1}^k \Delta_i$ 
```

$$D_x = E_x - I_x$$

$$= E_x^{old} + \gamma_{ax} - \gamma_{bx} - (I_x^{old} - \gamma_{ax} + \gamma_{bx})$$

$$= D_x^{old} + 2\gamma_{ax} - 2\gamma_{bx}$$

```
if (G > 0) {
```

```
  Xm := {a1, ..., ak};
```

```
  Ym := {b1, ..., bk};
```

```
  Am := (Am-1 \ Xm) ∪ Ym;
```

```
  Bm := (Bm-1 \ Ym) ∪ Xm;
```

```
  "entsperre alle Knoten in Am and Bm"
```

```
  m := m + 1;
```

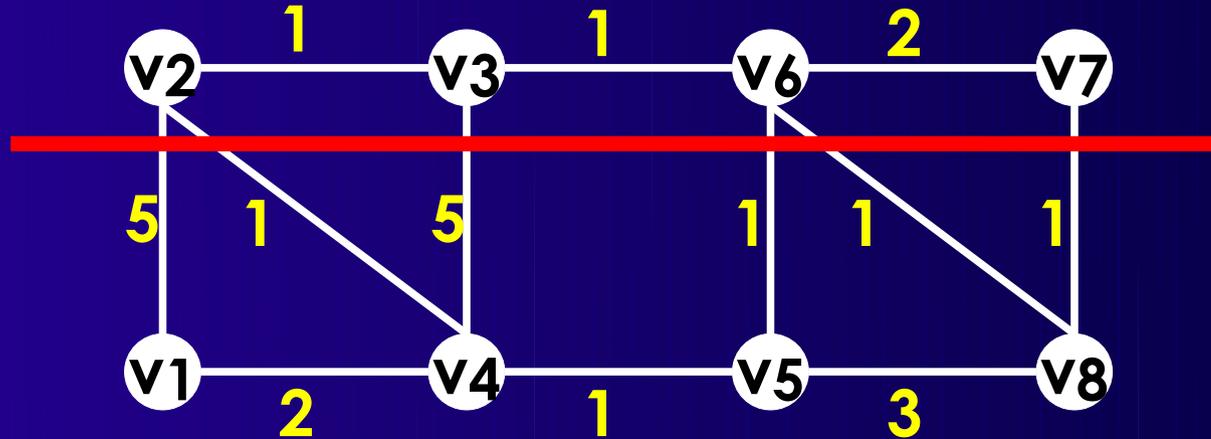
```
}
```

```
} while (G > 0);
```

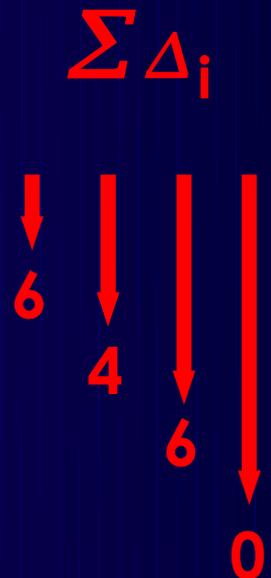
Kernighan-Lin Partitionierung 10

- Δ_j kann negativ werden
- $\sum \Delta_j$ kann zeitweise auch negativ sein
 - Bei dicht verbundenen Teilmengen
 - Keine Verbesserung bei Austausch von Einzelknoten
 - Erst bei Austausch der gesamten Teilmenge

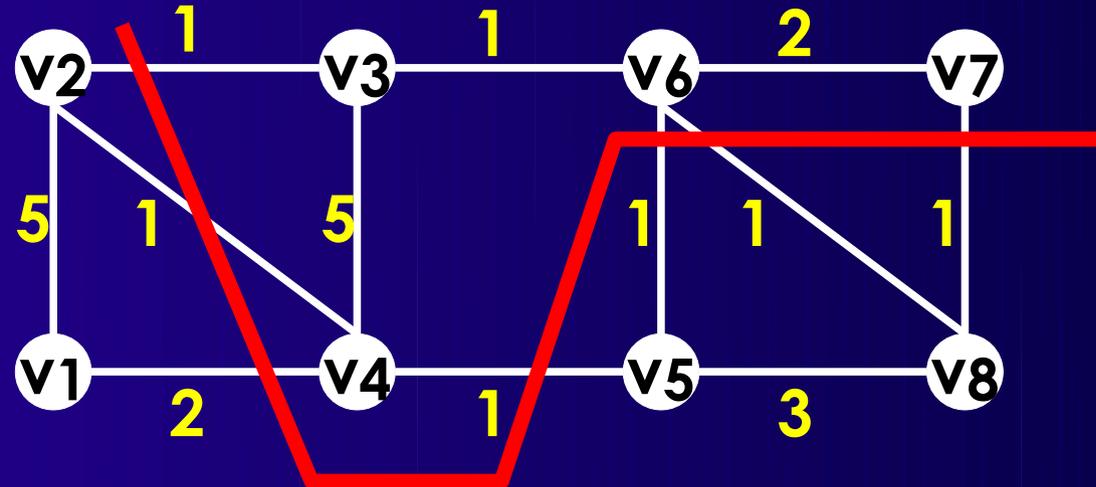
Kernighan-Lin Partitionierung 11



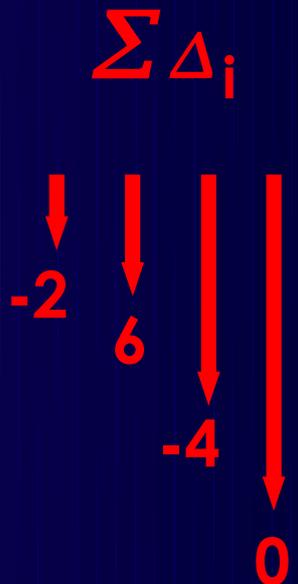
i	A^0				B^0				Δ_i
	v2	v3	v6	v7	v1	v4	v5	v8	
1	5	3	-1	-1	3	3	-3	-1	6
2		-5	-1	-1	-3		-1	-1	-2
3		-5	1		-3			3	2
4		-3			-3				-6



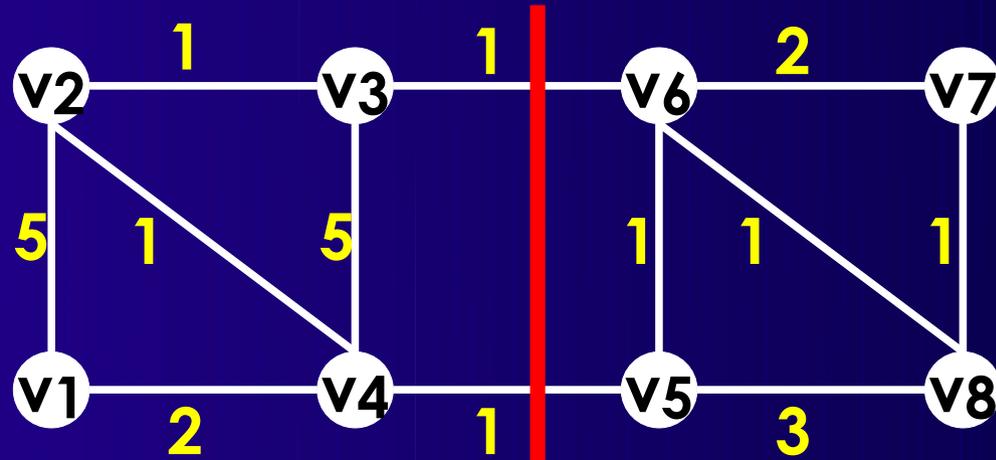
Kernighan-Lin Partitionierung 12



i	A^1				B^1				Δ_i
	v3	v4	v6	v7	v1	v2	v5	v8	
1	-5	-1	-1	-1	-3	-3	-1	-1	-2
2	5		-3	-3	-7	-5	3		8
3			-3	-3	-7	-7			-10
4				1		3			4



Kernighan-Lin Partitionierung 13



- Danach keine Verbesserung mehr in G
 - Innere Schleife: n Iterationen
 - Finden des Paares mit bestem Δ : $O(n^2)$
 - Nach Δ sortiert: $O(n \log n)$
- $O(n^3)$ oder $O(n^2 \log n)$

Kernighan-Lin Partitionierung 14

- KL: Lokale Suche mit variabler Nachbarschaft
- Schnellere Verfahren
 - Fiduccia-Mattheyses (FM)
 - ◆ Wesentlich schneller: $O(n)$
 - ◆ Aber schlechtere Qualität der Lösungen
 - QuickCut (QC): avg. $O(|E| \log n)$
 - ◆ Gleiche Qualität wie KL
- Diverse Alternativen
 - Spectral Partitioning, Multi-Level-FM, ...

■ Kritischer Pfad

- Einfach (slack=0)
- Nächstkritischerer Pfad?

■ Vorgehensweisen

- Alle Pfade berechnen
 - ◆ Rechenzeit- und Speicherbedarf
- k längste Pfade „en bloque“ berechnen
 - ◆ Wenig flexibel: k bei Start der Berechnung fest
- Pfade inkrementell berechnen
 - ◆ Flexibel: Rechen- und Speicheraufwand reduziert

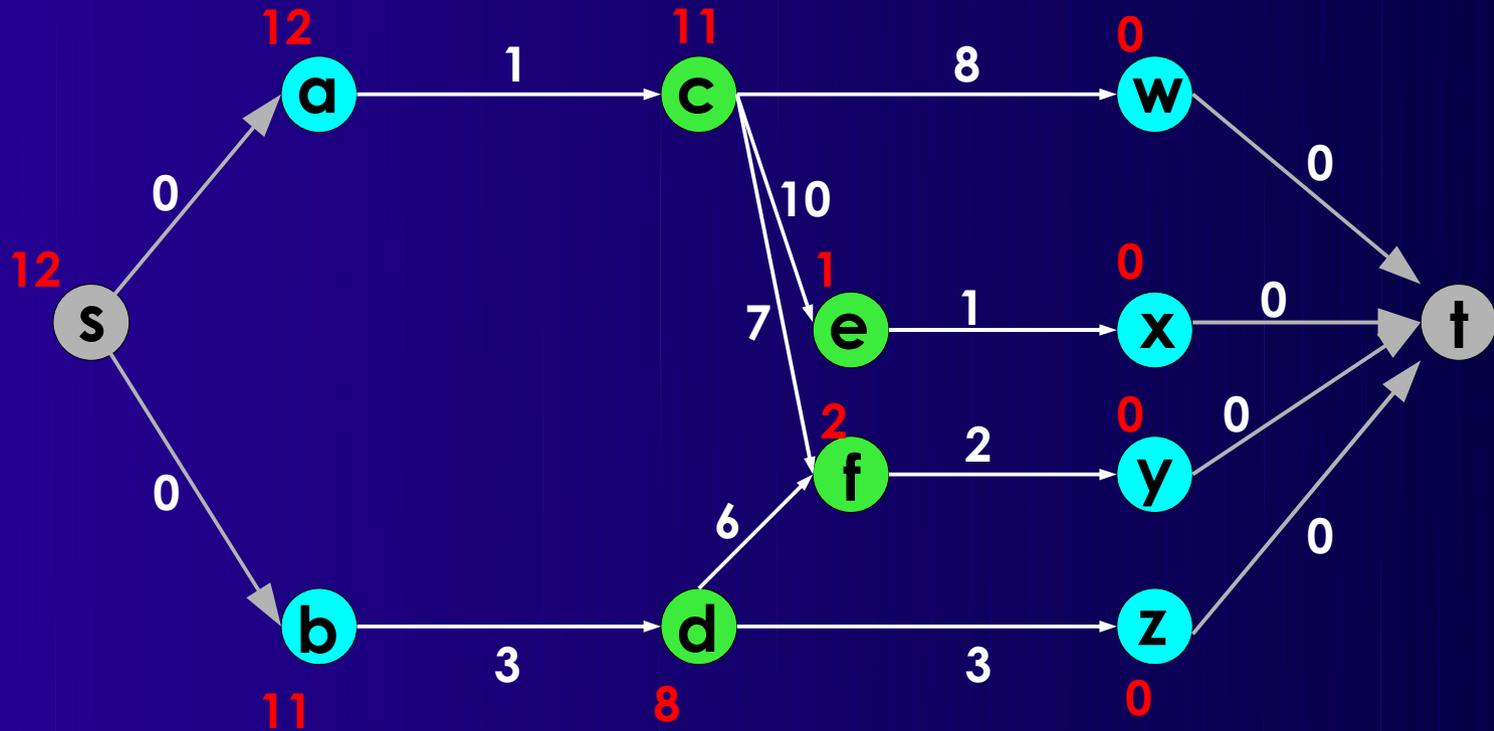
■ Idee

- Timing-Graph annotieren
- Pfade aufzählen (enumerate)

Verfahren nach Ju und Saleh

- Design Automation Conference 1991
 - Paper auf Web-Seite
 - Details in Abschnitt 3
- Graphannotation
 - Längste Verzögerung zur Senke bestimmen
 - Aber auch an jeder Abzweigung merken
 - ◆ Wieviel schneller würde die Alternative sein?
- Pfadaufzählung
 - Beginne mit längstem Pfad
 - Wähle minimal schnellere Abzweigung
 - Erzeuge von dort ausgehend längsten Pfad
- Vorteil
 - Erzeugung beliebig vieler/weniger Pfade
 - ◆ Exakt an Anforderungen anpassbar

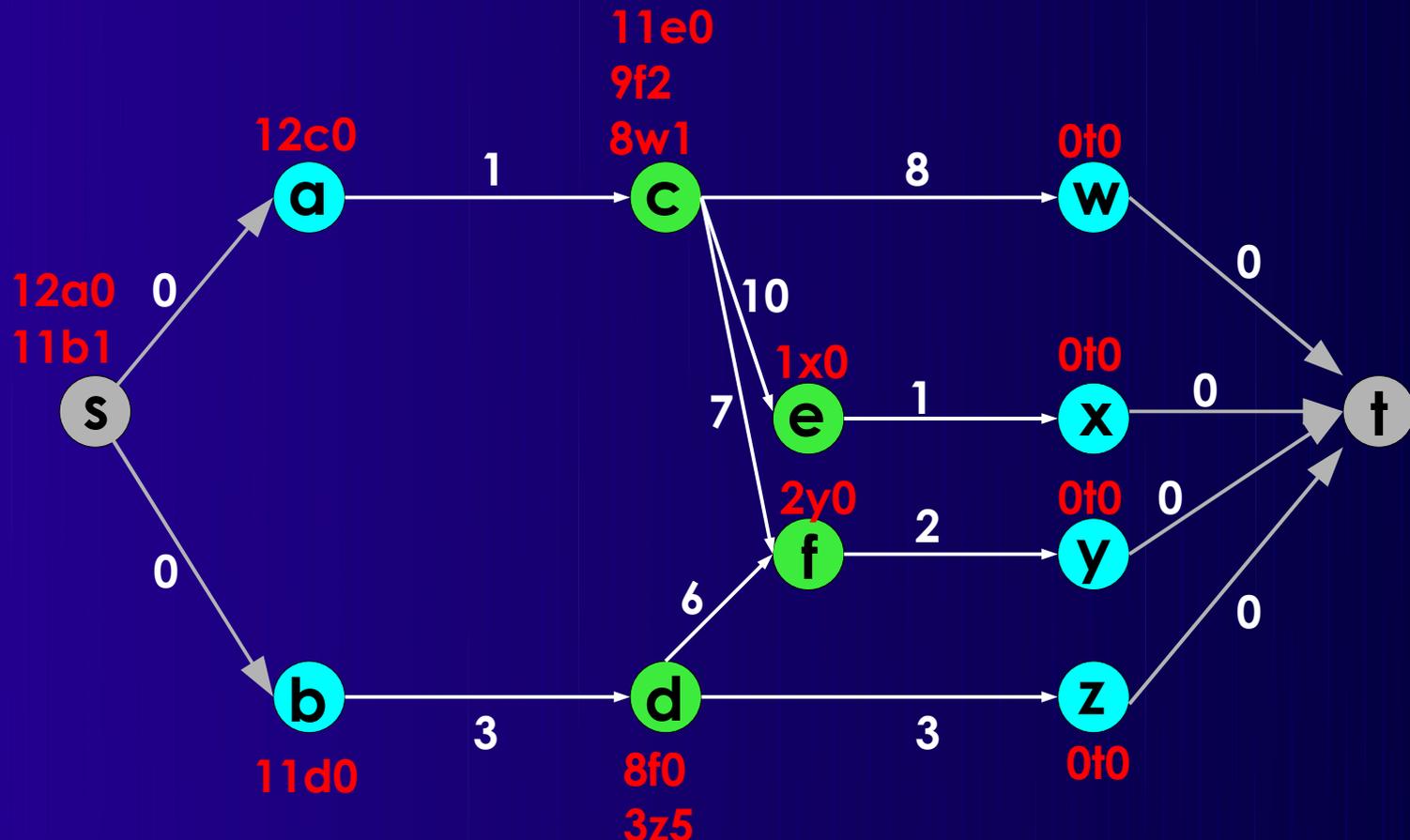
Annotation des Timing-Graphen



$$T_{sink}(u) = \text{Max}_{(u,v) \in E} (T_{sink}(v) + w(u,v))$$

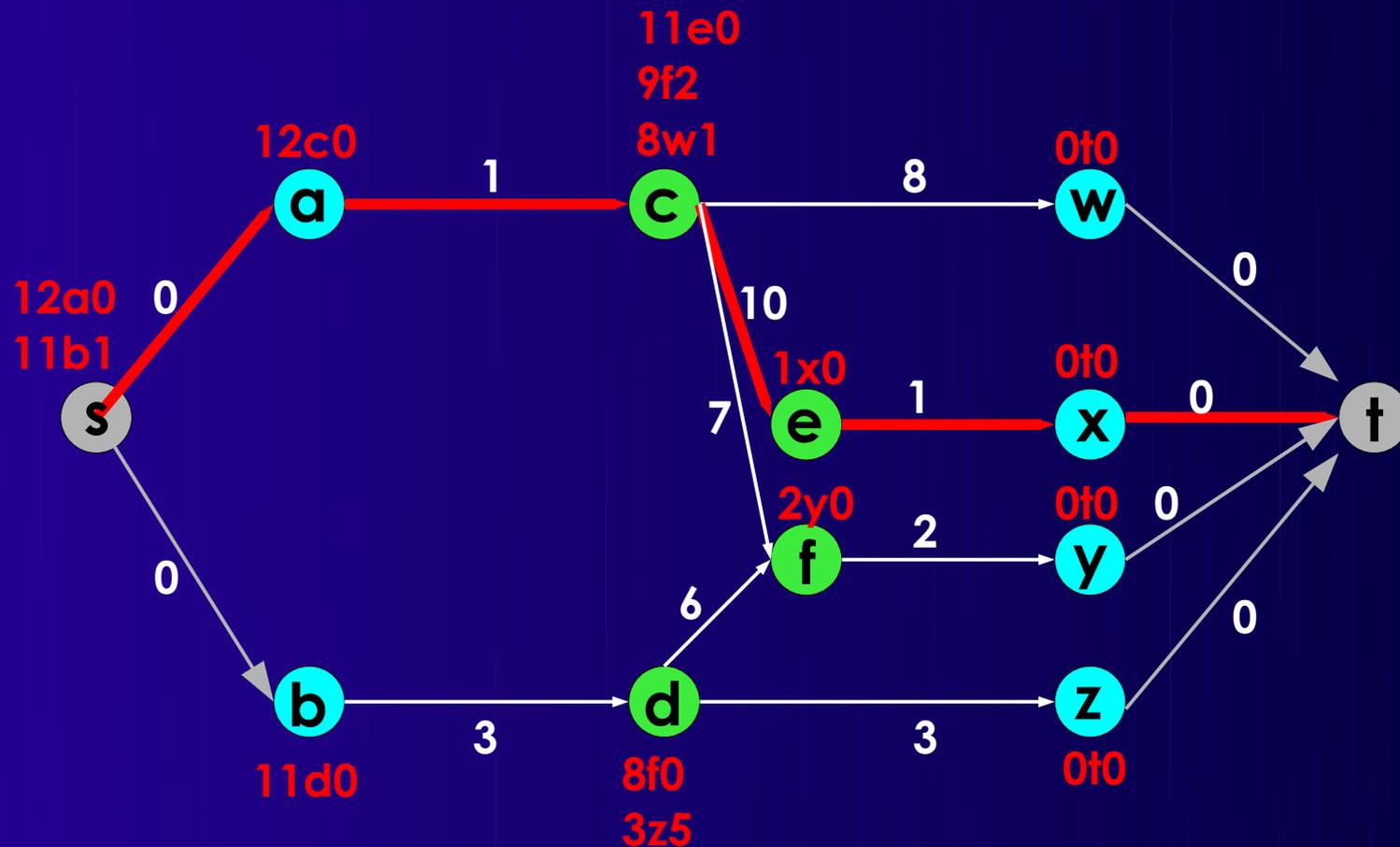
Erweiterung

- Aber zusätzlich je u
 - $T_{\text{sink}}(v) + w((u,v))$ von allen direkten Nachbarn v absteigend sortiert merken
 - benachbarte Differenzen berechnen: *branch slacks*



Längster Pfad

- Beginn bei s
- Dann jeweils Kante mit maximaler T_{sink}
 - Bis t erreicht



Datenstruktur

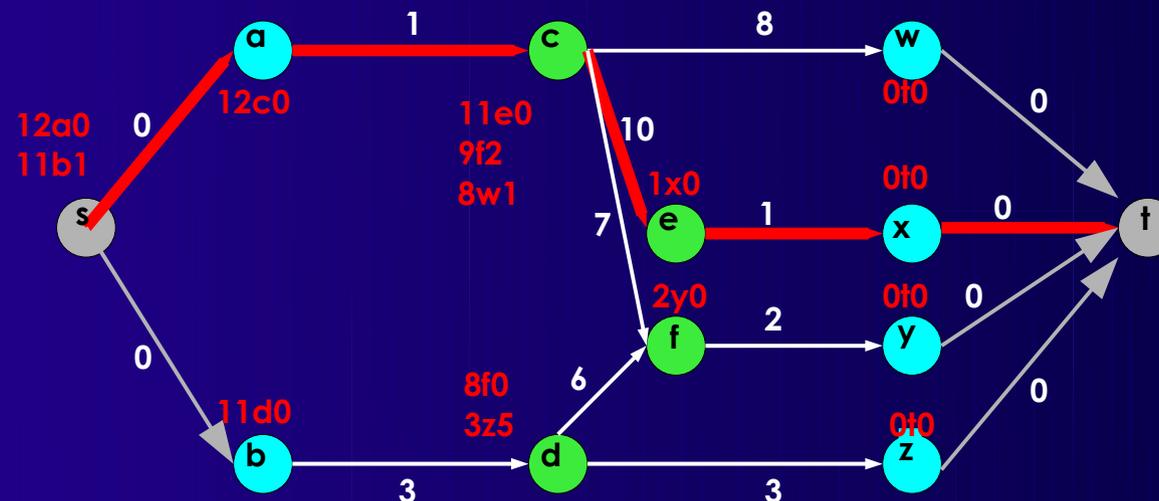
```
struct branch {  
    edge      e;  
    unsigned int slack;  
}
```

ordered<branch, decreasing Tsink> succ(v)

```
struct path {  
    list<vertex>  
    unsigned int  
    ordered<branch, increasing branch.slack>  
    unsigned int  
}
```

vertices;
totaldelay;
branches;
nextdelay;

$p_0 = (\langle \text{sacext} \rangle, 12, \langle (\text{sb}, 1), (\text{cf}, 2), (\text{cw}, 1) \rangle, 11)$



- **longest_path(list<vertex> head)**
 - Verlängert *head* zu längstmöglichem Pfad
 - ◆ Wählt dazu jeweils Nachbar mit max. *Tsink*
 - Merkt sich Nachbarn mit nächstkleinerer *Tsink*
 - ◆ Also: Den mit kleinstem branch slack
 - Berechnet aktuelles und nächstkleineres Delay
- **branch_path(path p)**
 - Zweigt an Stelle *v* mit min. branch slack von *p* ab
 - Markiert Abzweigung in *p* als „genommen“
 - ◆ Berechne nächstkleineres Delay von *p* neu
 - Berechnet nun `longest_path(p.vertices+<v>)`

■ Kernalgorithmus

- Annotiere Graph mit T_{sink} und branch slacks
- Berechne längsten Pfad $p_0 = \text{longest_path}(\langle s \rangle)$
- Merkt sich p_0 in P
- Wiederholt, bis genug Pfade oder Delay=0:
 - ◆ Finde p aus P mit nächstkleinerem Delay = Max > 0
 - ◆ Generiere neuen Pfad $p' = \text{branch_path}(p)$
 - ❖ Verwende langsamste Abzweigung (min. branch slack)
 - ◆ Nimm p' in P auf

■ P enthält danach die gesuchten Pfade

Beispiel

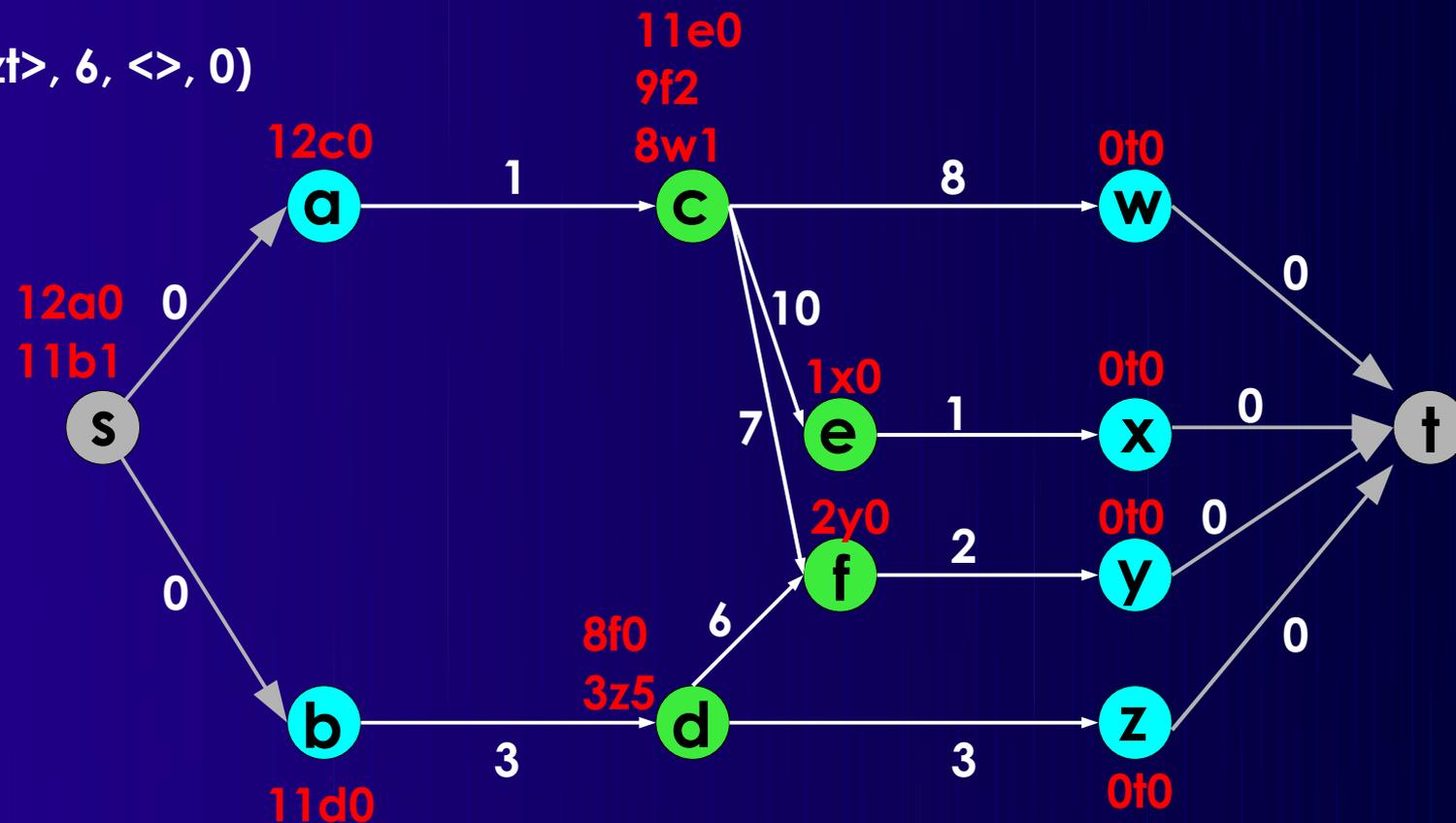
$p_0 = (\langle \text{sacext} \rangle, 12, \langle \text{sb}, 1 \rangle, \langle \text{cf}, 2 \rangle, \langle \text{cw}, 1 \rangle, 11) 10 \text{ } 0$

$p_1 = (\langle \text{s} | \text{bdfyt} \rangle, 11, \langle \text{dz}, 5 \rangle, 4) 0$

$p_2 = (\langle \text{sac} | \text{fyt} \rangle, 10, \langle \rangle, 0)$

$p_3 = (\langle \text{sac} | \text{wt} \rangle, 9, \langle \rangle, 0)$

$p_4 = (\langle \text{sbd} | \text{zt} \rangle, 6, \langle \rangle, 0)$



Zusammenfassung

- Neue Längenmetriken
- Platzierungsprobleme
- Kernighan-Lin MinCut-Partitionierung
- Schnelle pfadorientierte Timing-Analyse

- Papers auf Web-Seite
 - Ju & Saleh 1991: Kritische Pfadaufzählung
 - ◆ Nur Abschnitt 3 relevant