Algorithmen im Chip-Entwurf 7

Verdrahtung 1

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

Überblick

- Verdrahtungsproblem
- Flächenverdrahtung
  - Lee's Algorithmus
- Kanalverdrahtung
  - Klassisches Modell
  - Einschränkungen
  - Modellierung
  - Left-Edge Algorithmus
- Zusammenfassung

Problem

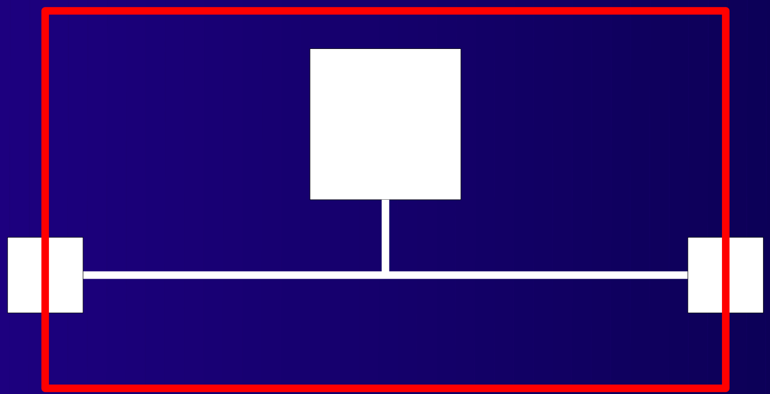
- Eingaben
  - Lage der Terminals (aus Platzierung)
  - Zu verbindende Terminals als Netzliste
  - Verdrahtungsfläche pro Layer
- In der Regel: Zwei Phasen
  - Globale Verdrahtung
    - Bestimmt die Lage ganzer Verdrahtungskanäle
      - Auf dem ganzen Chip
  - Lokale Verdrahtung
    - Bestimmt den Verlauf einzelner Leitungen
      - Innerhalb eines Verdrahtungskanales

Umfeld

- Anzahl der Verdrahtungslagen
  - Abhängig von Technologie
  - Derzeit bis zu 10 im kommerziellen Einsatz (28nm)
- Erlaubte Ausrichtung in einem Layer
  - Nur horizontal oder vertikal, beides, 45°
- Verdrahtung frei oder auf Raster
- Behandlung von Hindernissen
- Lage der Terminals
  - Nur an den Grenzen der Verdrahtungsfläche?
  - Mittendrin?

Details

- Feste oder bewegliche Terminals
- Veränderliche Verdrahtungsfläche
- Vertauschbare Terminals
  - z.B. NAND-Eingänge, LUT-Eingänge
- Elektrisch äquivalente Terminals
  - z.B. Duplizierte LUT-Ausgänge

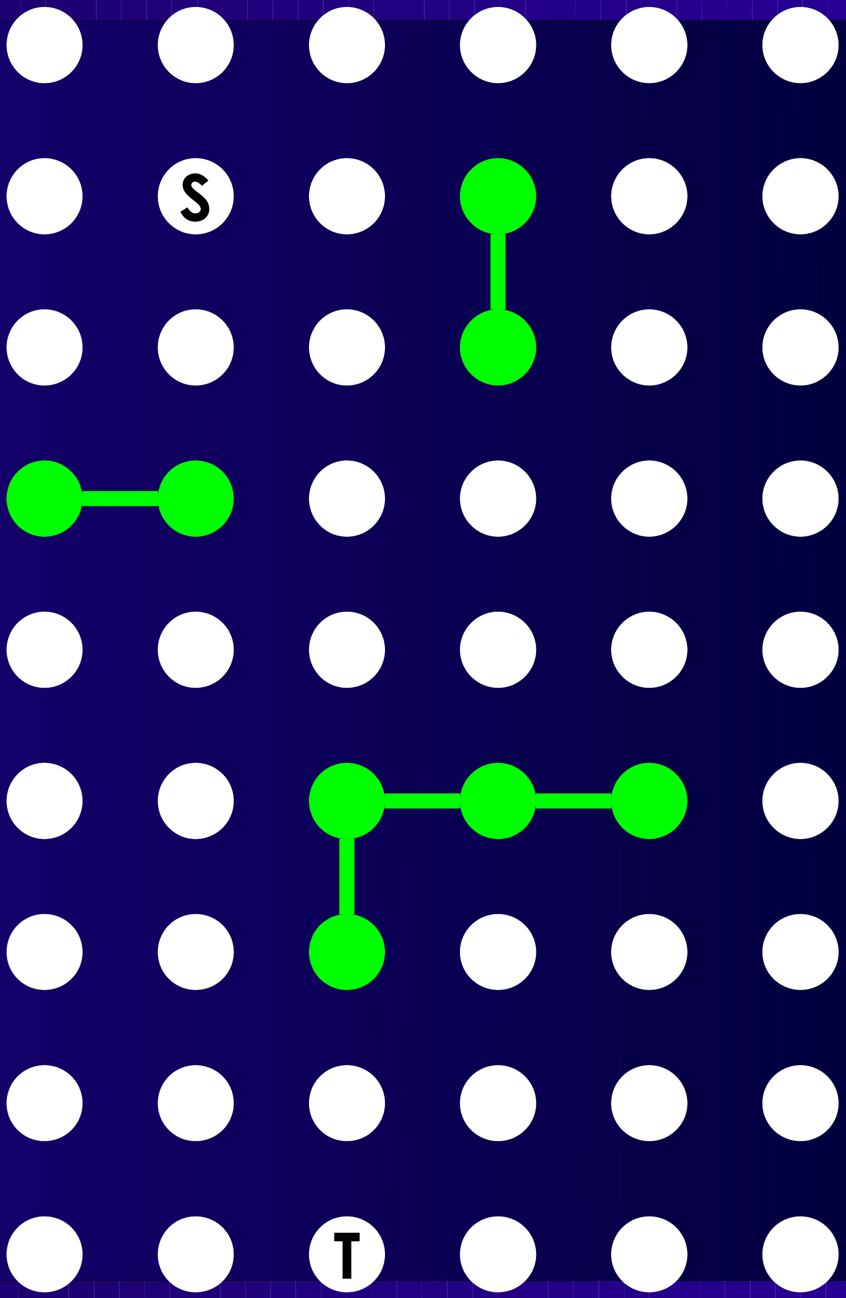


Flächenverdrahtung 1

- Terminals überall in Fläche erlaubt
- Algorithmus nach Lee (1961)
  - Labyrinth-Verdrahtung (Maze Routing)
- Berechnet
  - Verbindung zweier Punkte auf Ebene
    - Quell-Terminal
    - Senke-Terminal
  - Findet kürzesten Pfad um Hindernisse herum
- Arbeitet auf Raster
  - Maß: Kürzester Abstand benachbarter Punkte
  - Manhattan-Distanz

Flächenverdrahtung 2

- Hindernisse
  - Rasterpunkte
  - Versperren Weg
- Beispiel



Lees Algorithmus 1

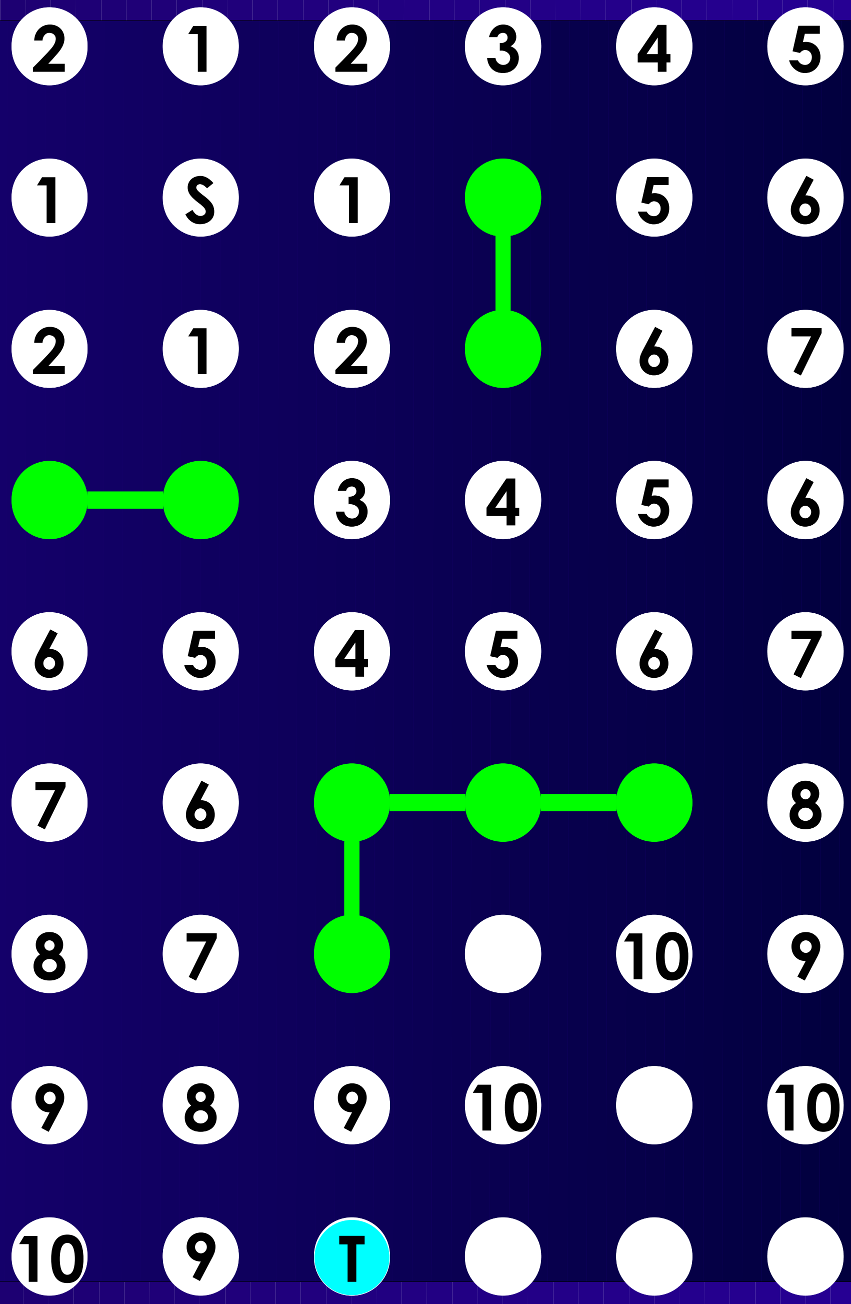
```
class grid_point : point {
  int value;
};
lee(grid_point S, grid_point T) {
  set<grid_point> wave, new_wave;
  grid_point neighbor, elem, path_elem;
  int label;
  /* 1. Schritt: Wellenausbreitung */
  new_wave := {S};
  label := 0;
  while (T ∉ new_wave) {
    ++label;
    wave := new_wave;
    new_wave := Ø;
    foreach element ∈ wave
      foreach neighbor ∈ N(element)
        if (neighbor.value == 0) {
          neighbor.value := label;
          new_wave := new_wave ∪ {neighbor};
        }
  }
  /* 2. Schritt: Rückverfolgung */
  path_elem := T;
  for (i:=label-1; i ≥ 1; --i) {
    path_elem := "Nachbar mit value=i";
    /* ggf. Auswahlheuristik */

    /* Aktuelle Leitung nun Hindernis */
    path_elem.value := -1;
  }

  /* 3. Schritt: Aufräumen */
  foreach "point on grid"
    if (point.value > 0)
      point.value := 0;
}
```

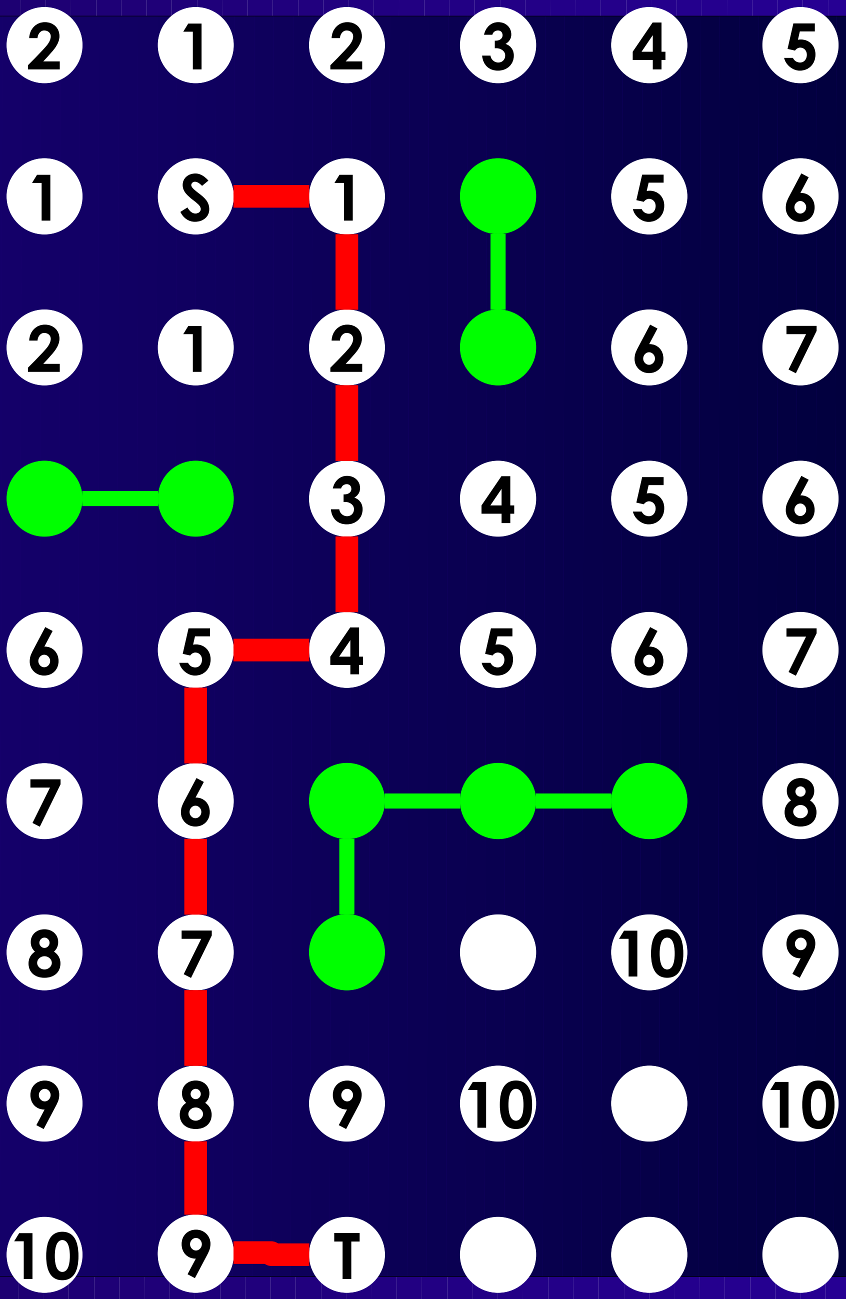
Lees Algorithmus 2

- Wellenausbreitung



Lees Algorithmus 3

- Rückverfolgung



Lees Algorithmus 4

- Auf n x n Raster: $O(n^2)$, auch für Speicher
- Erweiterungen möglich:
- Mehrere Ebenen
  - Dreidimensionaler Ansatz
    - Höhere Kosten für Vias (Übergänge zwischen Ebenen)
- Multi-Terminal Netze
  - Verdrahte zunächst zwei Terminals
  - Benutze dann gesamten Pfad als Quelle/Senke
    - Weitere Terminals werden an bestehende angeschlossen
  - Kürzester Pfad *nicht* mehr garantiert!
    - Wäre Minimaler Rechtwinkliger Steiner-Baum: NP-vollst.

Lees Algorithmus 5

- Hauptproblem: Sequentielles Vorgehen
- Heuristiken
  - Priorisierung von Netzen
    - Zeitkritische
    - Lange
    - mit hohem Fanout
    - ...
- Aber es existieren unlösbare Probleme
  - Unabhängig von Ordnung
- Ungeeignet als alleiniges Verfahren

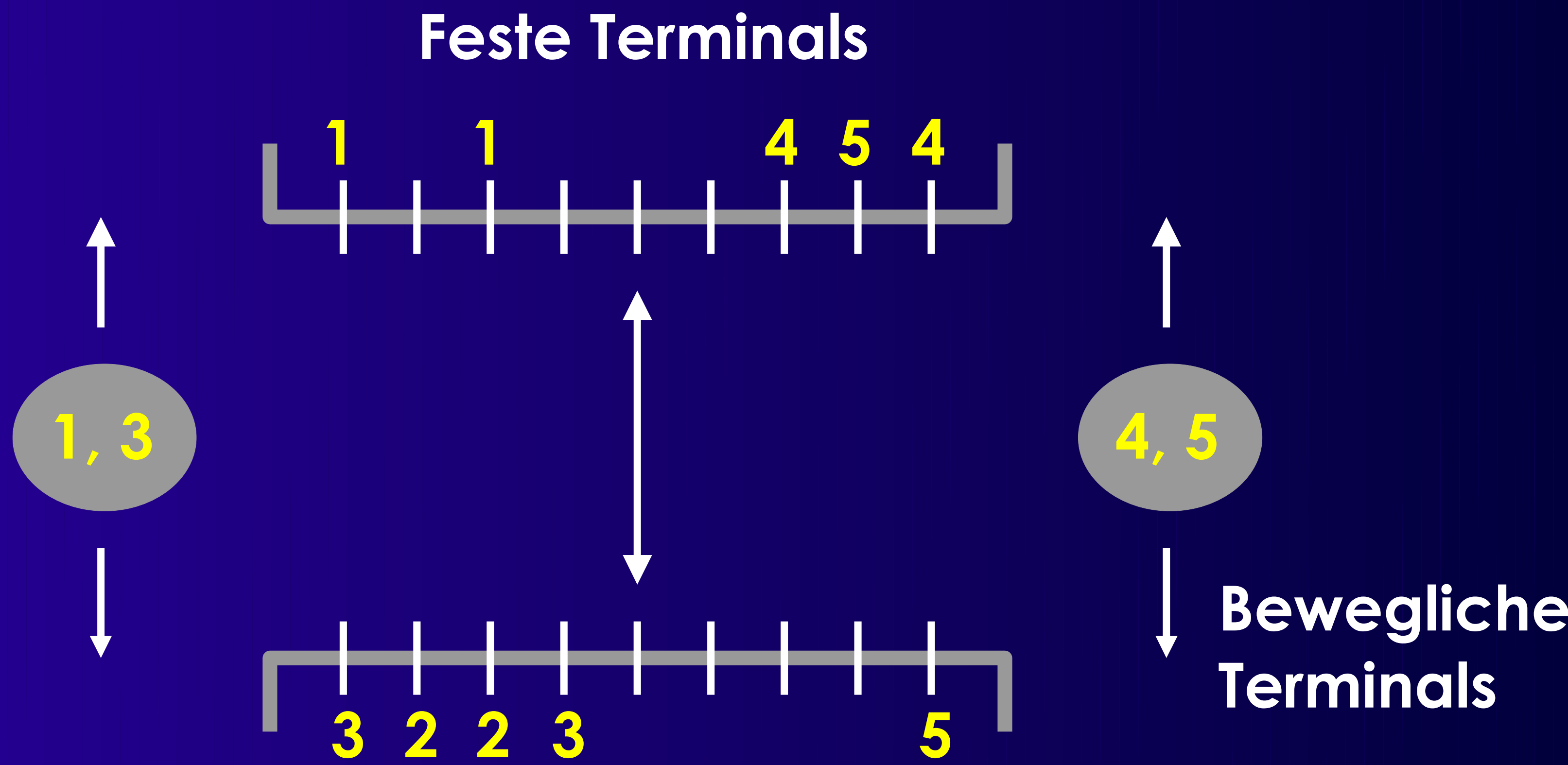
→ Aber Verwendung bei iterativer Verbesserung

Kanalverdrahtung 1

- Lees Algorithmus geeignet für
  - Umgebung mit vielen Hindernissen
    - Wenige Pfade mit minimaler Länge
- Schlecht geeignet
  - Umgebung mit wenigen Hindernissen
  - Keine Auswahlmechanismen
    - Bestimmung des "besten" Pfades
- Szenario bei Kanalverdrahtung
  - Anfangs keine Hindernisse
  - ➢ Anderer Ansatz erforderlich

Kanalverdrahtung 2

- Verdrahtung von Netzen in rechteckigem Kanal



- Ziel: min. Fläche, (min. Länge, min. Vias)

Kanalverdrahtung 3

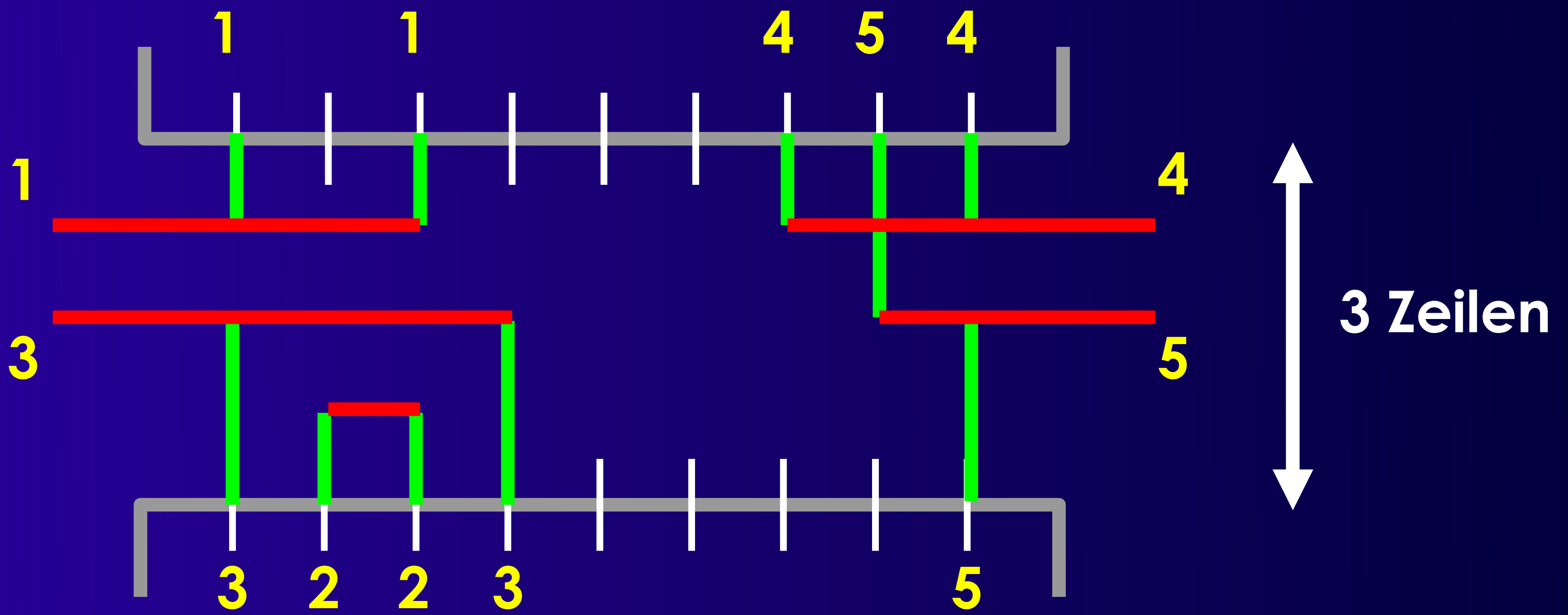
- Variante: Switchbox-Verdrahtung
  - Alle Terminals an allen vier Seiten fest
  - Alle Abmessungen fest
- Entscheidungsproblem
  - Gibt es überhaupt eine Lösung?
  - Falls ja, optimiere sekundäre Ziele
    - min. Vias
    - min. Länge
- Hier zunächst nicht betrachtet
  - Andere Verfahren erforderlich

Kanalverdrahtung 4

- Klassisches Modell
  - Verdrahtung läuft auf Einheitsraster
  - Zwei Verdrahtungsebenen
    - Getrennt für horizontale/vertikale Segmente
  - Ein (1) horizontales Segment pro Netz
    - Ausnahme: Bei Konfliktauflösung 2 H-Segmente
- Mögliche Erweiterungen
  - Verdrahtung ohne Raster
  - 45° Verbindungen erlaubt
  - Mehr als zwei Verdrahtungsebenen
  - ... hier alles nicht betrachtet

Kanalverdrahtung 5

- Beispiel gelöst im klassischen Modell

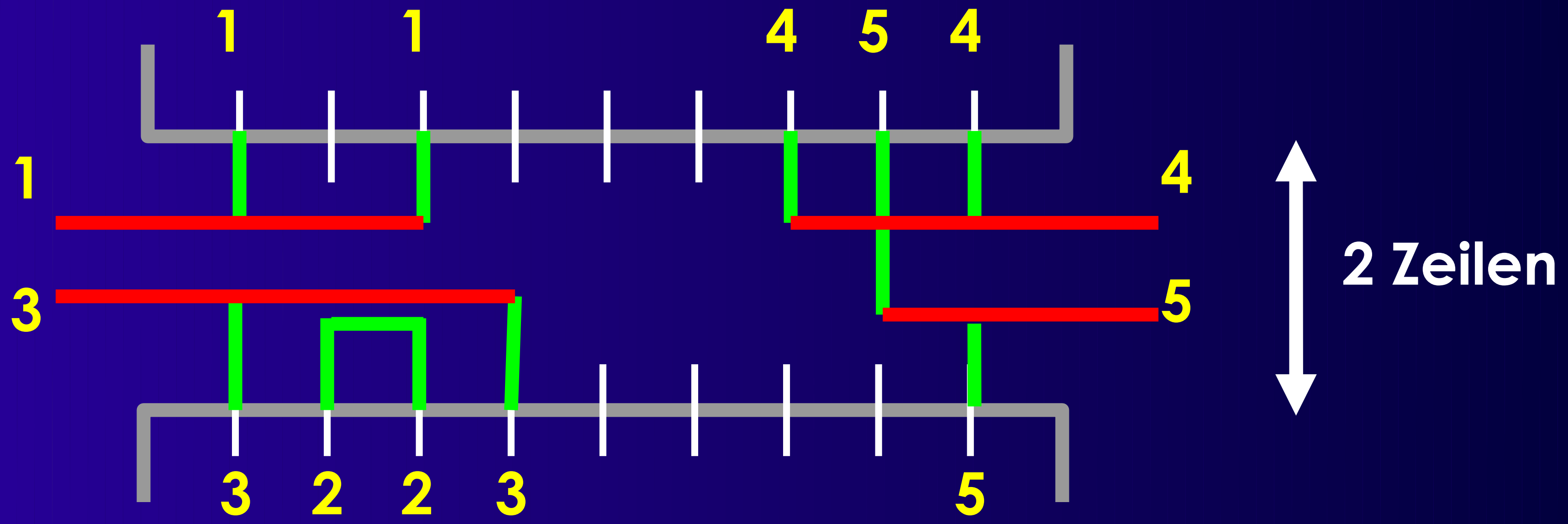


Kanalverdrahtung 6

- Warum reservierte Ebenen für H/V-Segmente?
  - Vermindern des Übersprechens zwischen überlagerten Segmenten
  - Kleinerer Lösungsraum
    - Schneller zu Lösen
    - Verlust an Qualität
- Moderne Router sind flexibler
  - Laufen ohne reservierte Ebenen
  - Bessere Qualität
  - ... aber viel aufwendigere Algorithmen

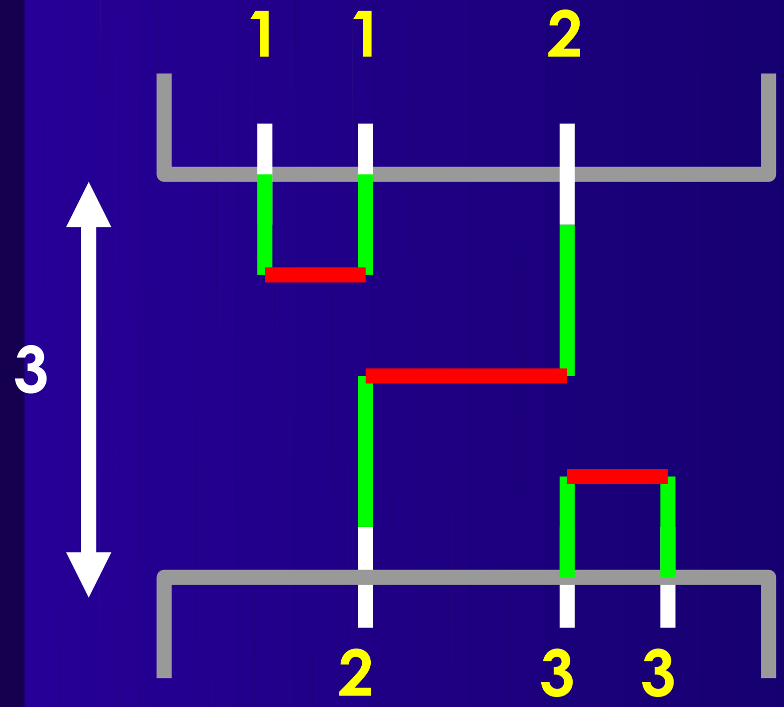
Kanalverdrahtung 7

- Beispiel gelöst ohne reservierte Ebenen

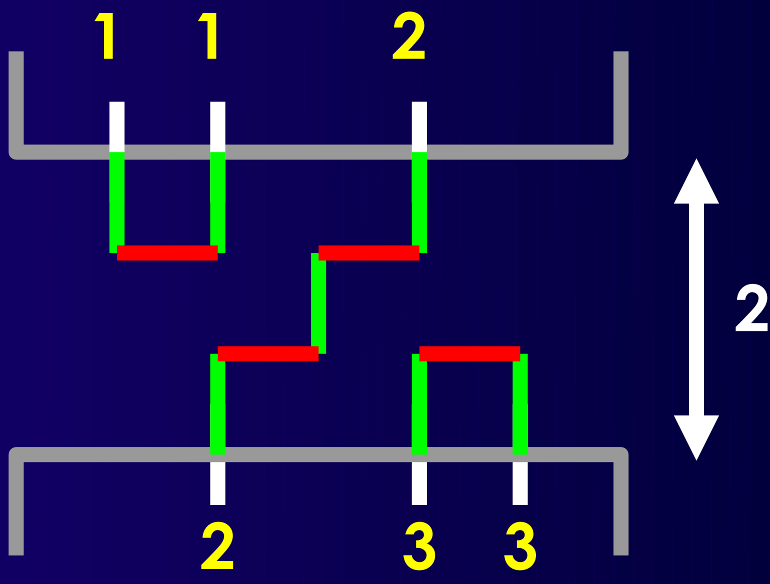


Kanalverdrahtung 8

- Verwendung von *doglegs*
  - Mehr als ein H-Segment pro Netz



Ohne Doglegs



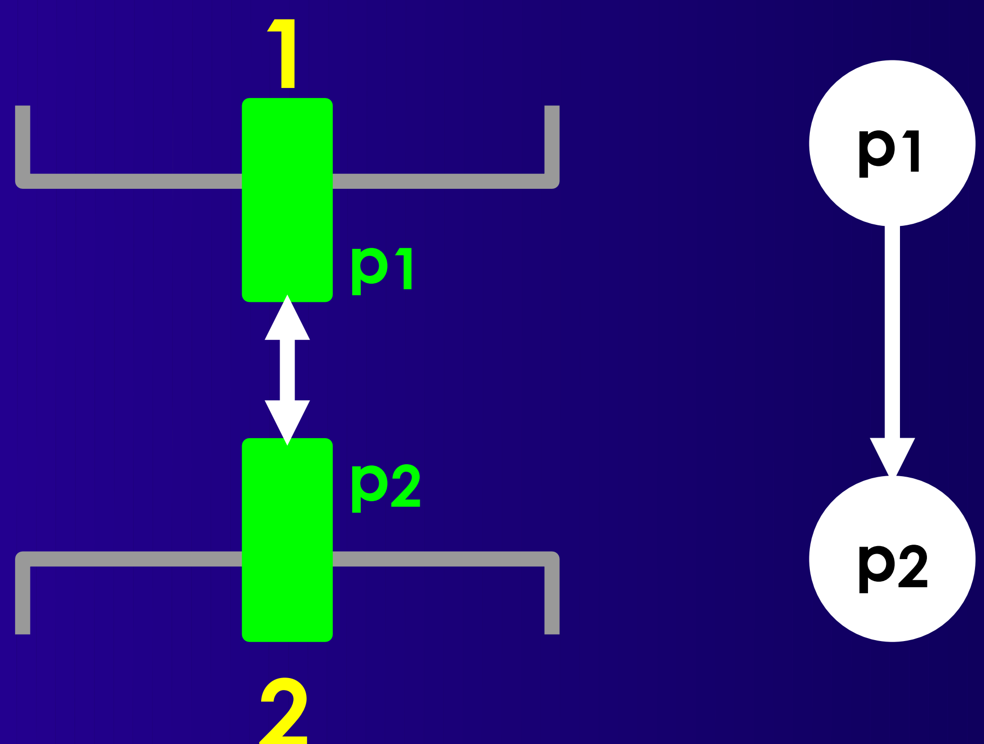
Mit Doglegs

Modellierung des Problems

- Grundlage für spätere Lösung
- Graphenbasiert
  - Wie so häufig im VLSI-CAD-Bereich

Vertikale Einschränkungen 1

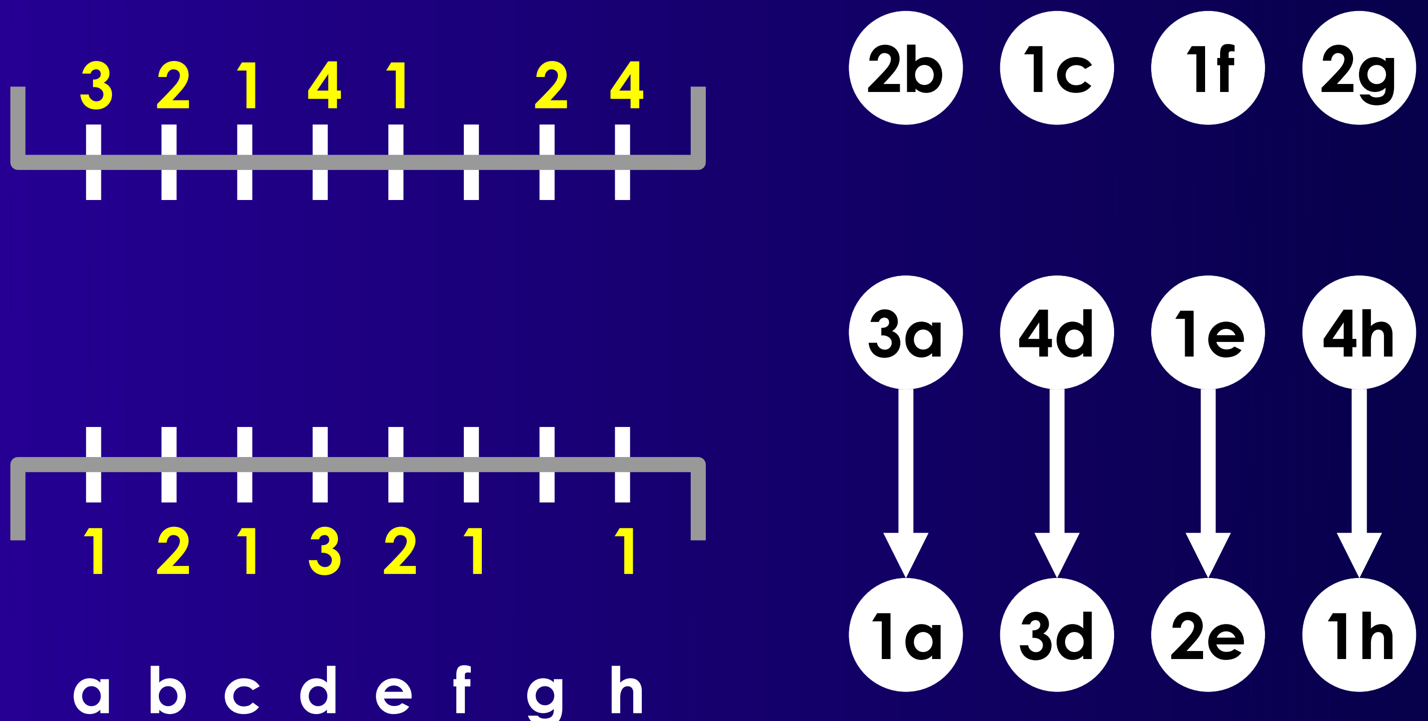
- Zwei gegenüberliegende Terminals verschiedener Netze
  - Oberes Segment in den Kanal *muß* über unterem Segment in den Kanal liegen
    - Sonst Kurzschluß



Vertical Constraint Graph (VCG)

Vertikale Einschränkungen 2

- VCG: Einzeln betrachtet
  - Wenig aussagekräftig
    - Ein verbundenes Knotenpaar pro gegenüberliegenden unverbundenen Terminals



Vertikale Einschränkungen 3

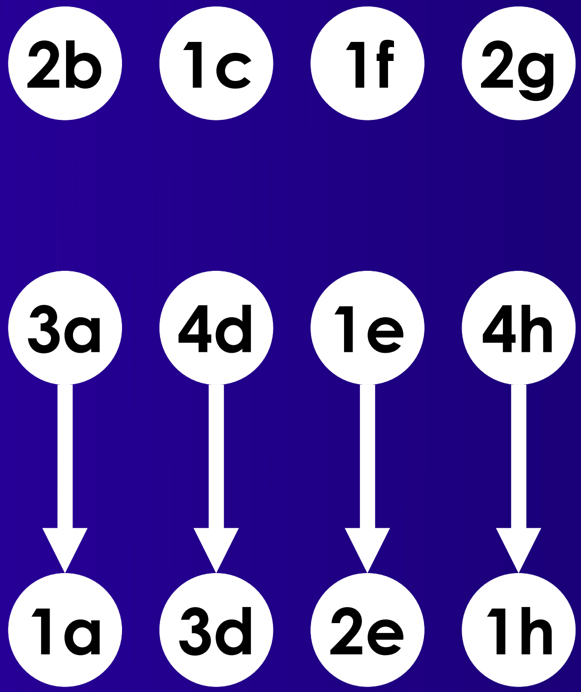
- Zusätzliche Forderung im klassischen Modell
  - Alle Terminals eines Netzes laufen auf *einem* horizontalen Segment

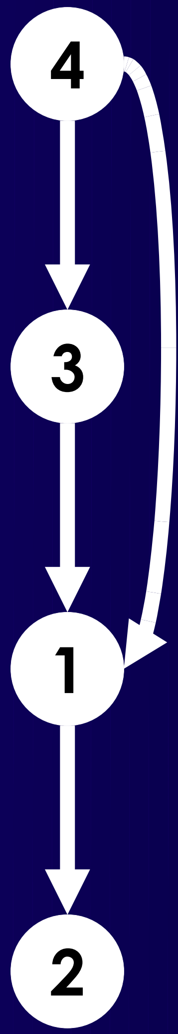
➔ Alle Terminalsegmente enden in *einer* Zeile
  - Zusätzliche Abhängigkeit

- Darstellung im VCG
  - Verschmelzen der Terminal-Knoten
  - ... zu einem Knoten *pro Netz*

Vertikale Einschränkungen 4

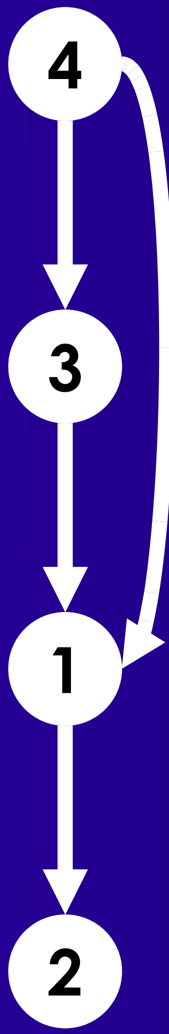
- Fortführung des letzten Beispiels

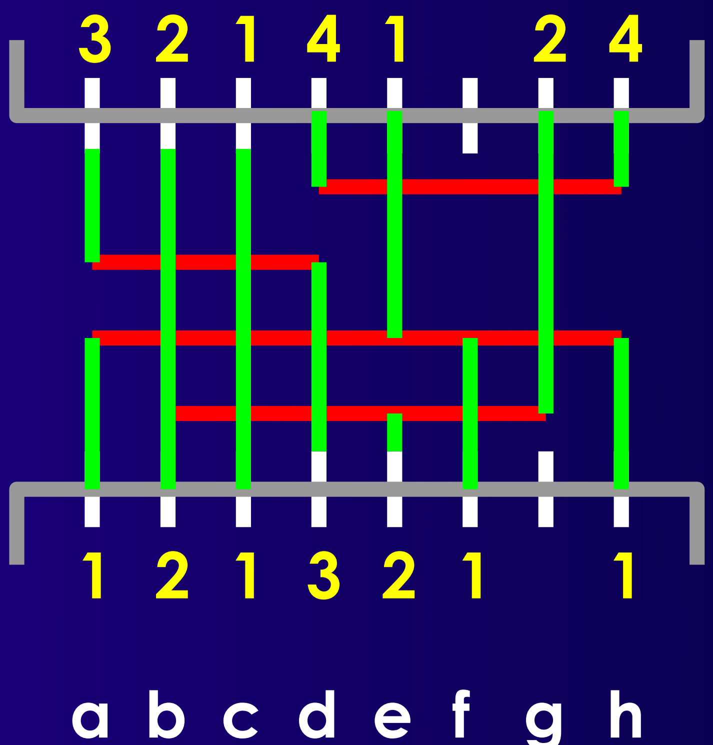




Vertikale Einschränkungen 5

- Eindeutige Lösung des Beispiels



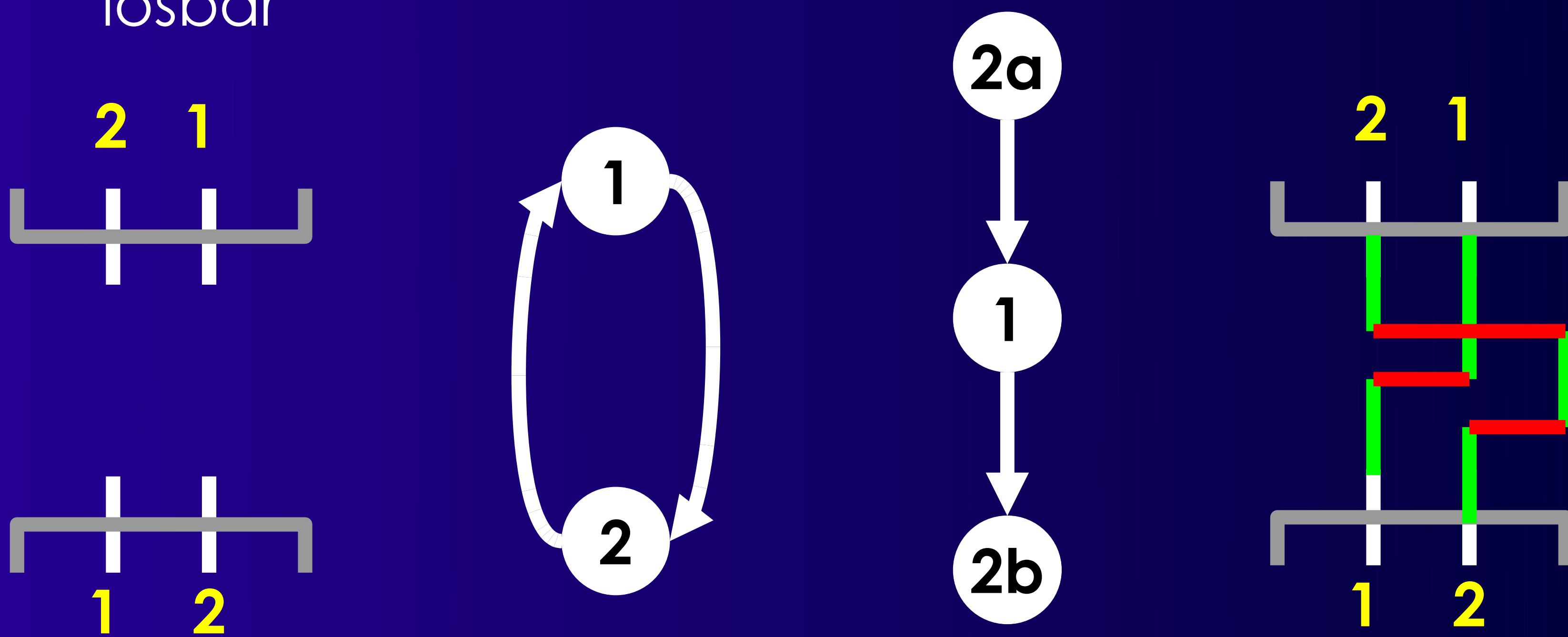


Vertikale Einschränkungen 6

- Hier gezeigt: Extremformen von VCGs
  - Vollständig verschmolzen
  - Vollständig getrennt
- Auch möglich: Zwischenstufen
  - Ein Knoten pro horizontalem Segment
    - Auch in nicht-klassischen Modellen verwendbar
    - Mehr als ein H-Segment pro Netz

Vertikale Einschränkungen 7

- Was tun bei Zyklen im VCG?
  - Mit einzelnem H-Segment pro Netz nicht mehr lösbar



- Lösung: Knoten auftrennen!
  - Führt zu VCG-Zwischenform (dito für Doglegs)

Vertikale Einschränkungen 8

- Falls nur vertikale Einschränkungen:
  - Problem leicht lösbar
  - Berechnung des längsten Pfades
    - Analog zur Kompaktierung
- Aber
  - Es gibt auch <u>horizontale</u> Einschränkungen

Horizontale Einschränkungen 1

- Im klassischen Modell
  - Keine Überlappung zwischen H-Segmenten verschiedener Netze in gleicher Zeile
  - Sonst Kurzschluß

➔ Horizontale Einschränkung

- Falls keine vertikalen Einschränkungen vorliegen
  - Also keine gegenüberliegenden unverbundenen Terminals existieren
  - ➢ Lösung durch Left-Edge Algorithmus (1971)

Left-Edge Algorithmus 1

- Modelliere Netz *i* als Intervall

$$\left[x_{i_{\min}}, x_{i_{\max}} \right]$$

  - Begrenzt durch Position der linken/rechten Terminals
- Ausreichend Informationen, da
  - Kein vertikalen Einschränkungen
    - Zeile des H-Segments kann *überall* erreicht werden
- Optimale Lösung
  - Packe nicht-überlappende Intervalle in eine Zeile
  - ➢ Minimale Anzahl von Zeilen

Left-Edge Algorithmus 2

- Lokale Dichte in Spalte x: d(x)
  - Anzahl von Intervallen, die Spalte x enthalten
- Maximale lokale Dichte $$d_{\max} = \max_x \mathrm{d}(x)$$
- Untere Schranke für Anzahl Zeilen
  - Alle überlappenden Intervalle müssen in eigene Zeilen gelegt werden
- Left-Edge Algorithmus findet immer Optimum

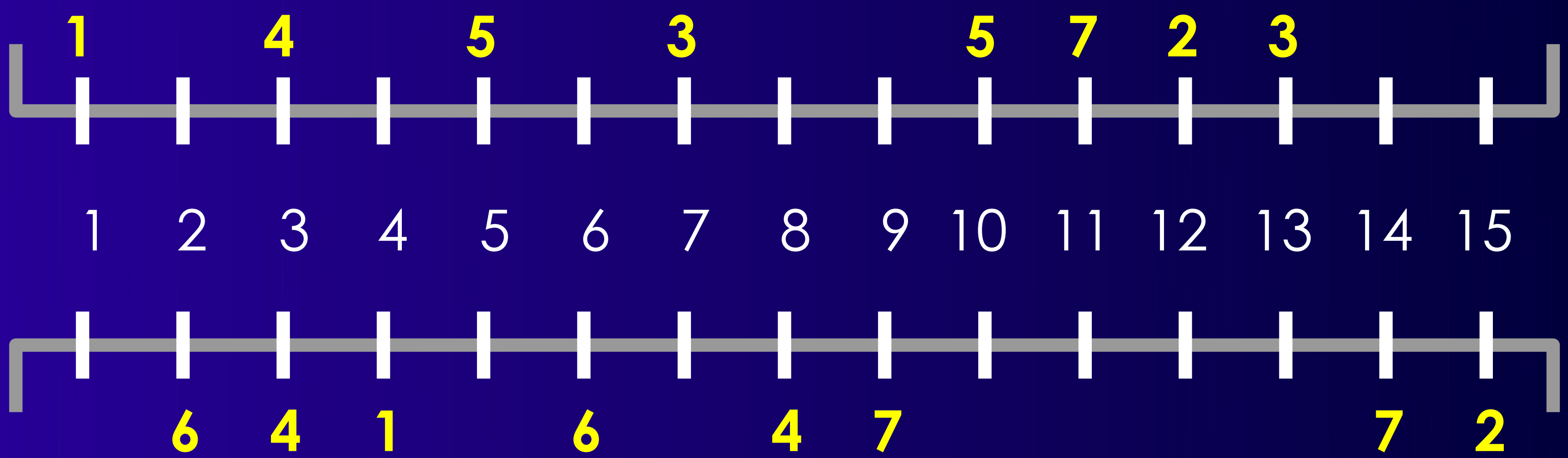
Left-Edge Algorithmus 3

```
left_edge(list<interval> i_list) {
  /* intervalle in i_list nach aufsteigender linker koordinate sortiert */
  set<set<interval>> solution;
  set<interval> row;
  interval f;

  solution := Ø;
  while (!i_list.empty()) {
    f      := i_list.head();
    i_list := i_list.tail();
    row    := Ø;
    do {
      row := row ∪ {f};
      f      := "erstes Element in i_list ohne Überlappung mit f";
      i_list.remove(f);
    } while (f != nil);
    solution := solution ∪ {row};
  }
  return (solution);
}
```

- **Greedy Algorithmus**
  - **Findet aber Optimum!**

Left-Edge Algorithmus 4



i_1=[1,4] i_2=[12,15] i_3=[7,13] i_4=[3,8]

i_5=[5,10] i_6=[2,6] i_7=[9,14]

$d_{max} = 3$

i_list = [1,4], [2,6], [3,8], [5,10], [7,13], [9,14], [12, 15]

Left-Edge Algorithmus 5

solution = Ø

i_list = [1,4], [2,6], [3,8], [5,10], [7,13], [9,14], [12, 15]

f = [1,4]

i_list = [2,6], [3,8], [5,10], [7,13], [9,14], [12, 15]

row = Ø

row = Ø ∪ {f} = {[1,4]}

f = "ohne Überlappung mit f" = [5,10]

i_list = [2,6], [3,8], [7,13], [9,14], [12, 15]

row = {[1,4]} ∪ {f} = {[1,4],[5,10]}

f = "ohne Überlappung mit f" = [12,15]

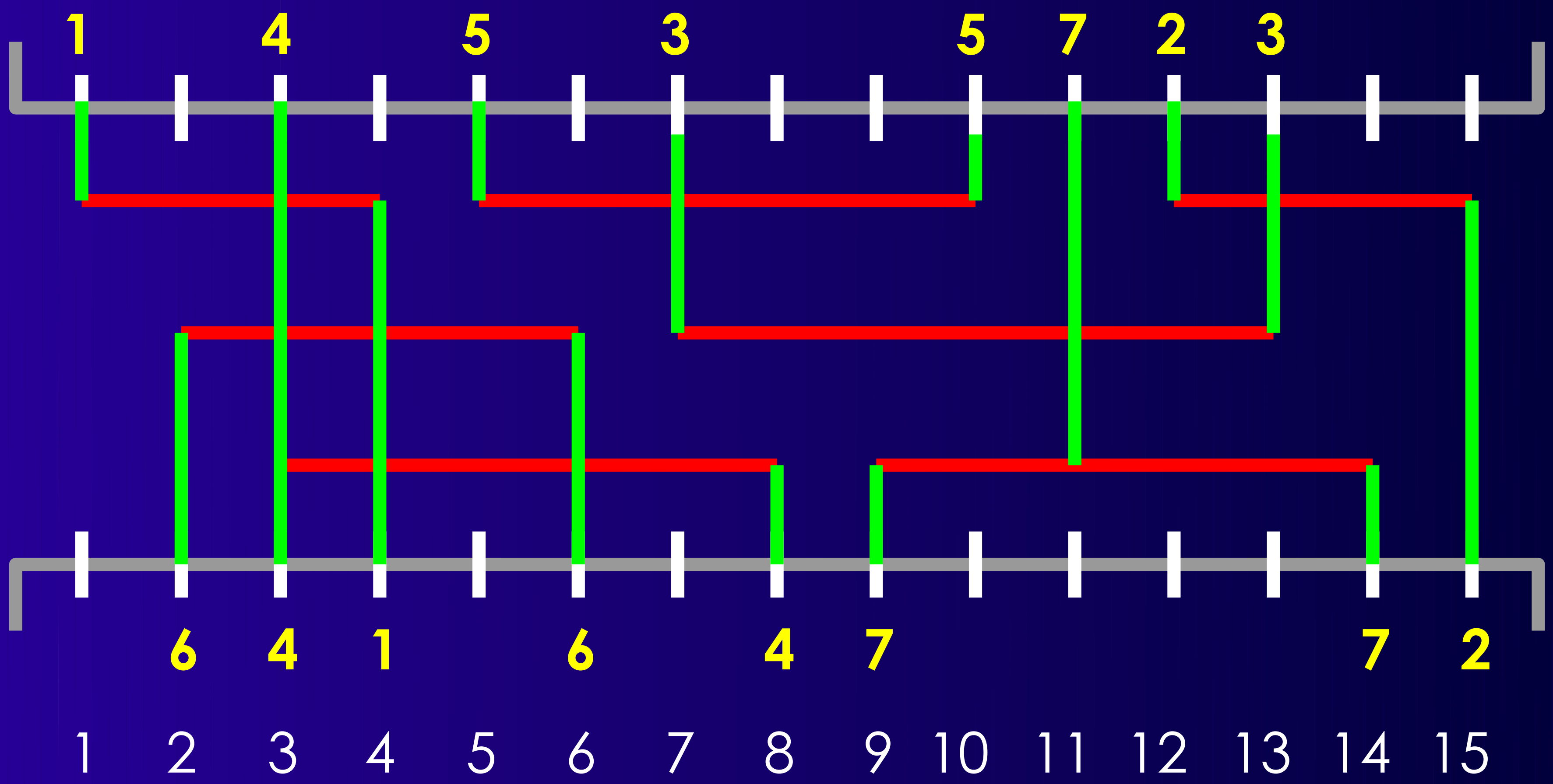
i_list = [2,6], [3,8], [7,13], [9,14]

row = {[1,4],[5,10]} ∪ {f} = {[1,4],[5,10],[12,15]}

f = "ohne Überlappung mit f" = nil

solution = Ø ∪ {row} = {{[1,4],[5,10],[12,15]}}

Left-Edge Algorithmus 6



solution={{[1,4],[5,10],[12,15]}, {[2,6],[7,13]}, {[3,8],[9,14]}}

Left-Edge Algorithmus 7

- Komplexität
  - n Intervalle
  - d Zeilen
  - Sortieren nach linker Koordinate: $O(n \log n)$
  - Äußere Schleife: d Durchläufe
  - Innere Schleife: max. n Intervalle betrachtet
  - ➢ $O(n \log n + d\, n)$
    - Kann noch verbessert werden: $\Theta(n)$

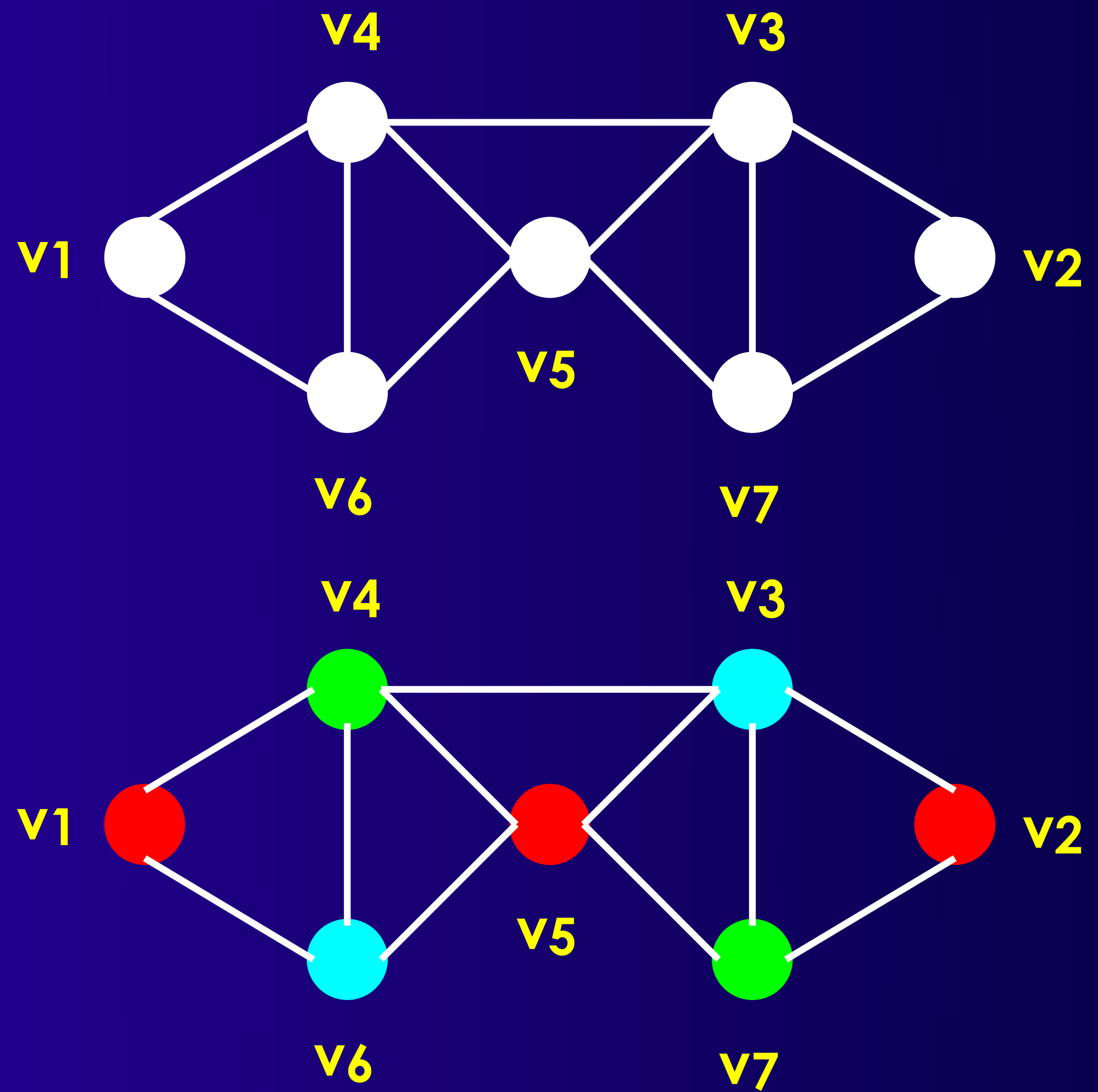
Left-Edge Algorithmus 8

- Als graphentheoretisches Problem
- Intervallgraph *G(V, E)*
  - Knoten pro Intervall
  - Kante zwischen überlappenden Intervallen
- ➢ Untermenge aller Graphen
- Nicht benachbarte Knoten:
  Intervalle in einer Zeile möglich

Left-Edge Algorithmus 9

- Analog zu
  - Bestimme minimale Anzahl von Farben, so daß benachbarte Knoten unterschiedliche Farben haben
- Farben ⇔ Zeilen
- Klassisches Problem der Graphentheorie
  - Normalerweise NP-vollständig
  - Für Intervallgraphen aber in P

Left-Edge Algorithmus 10



Zusammenfassung

- Flächenverdrahtung
  - Lee's Algorithmus
- Kanalverdrahtung
  - Klassisches Modell
    - Ausnahmen
  - Einschränkungen
    - Vertikale
    - Horizontale
    - Left-Edge Algorithmus
    - Graphentheoretische Sicht