

Algorithmen im Chip-Entwurf 9

Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

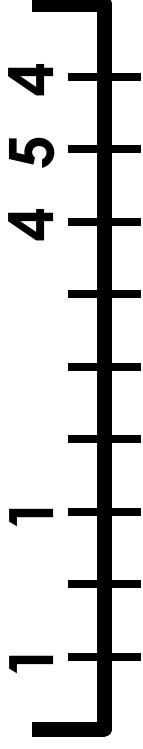
Überblick

- Wiederholung
 - H- und V-Einschränkungen
- Kanalverdrahtung
 - Yoeli's Robuster Router
 - Beispiel
- Globale Verdrahtung
- Konstruktion von Steiner-Bäumen
- Zusammenfassung

Kanalverdrahtung 1

- Verdrahtung von Netzen in rechteckigem Kanal

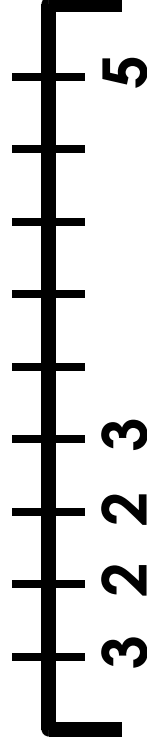
Feste Terminals



1, 3

4, 5

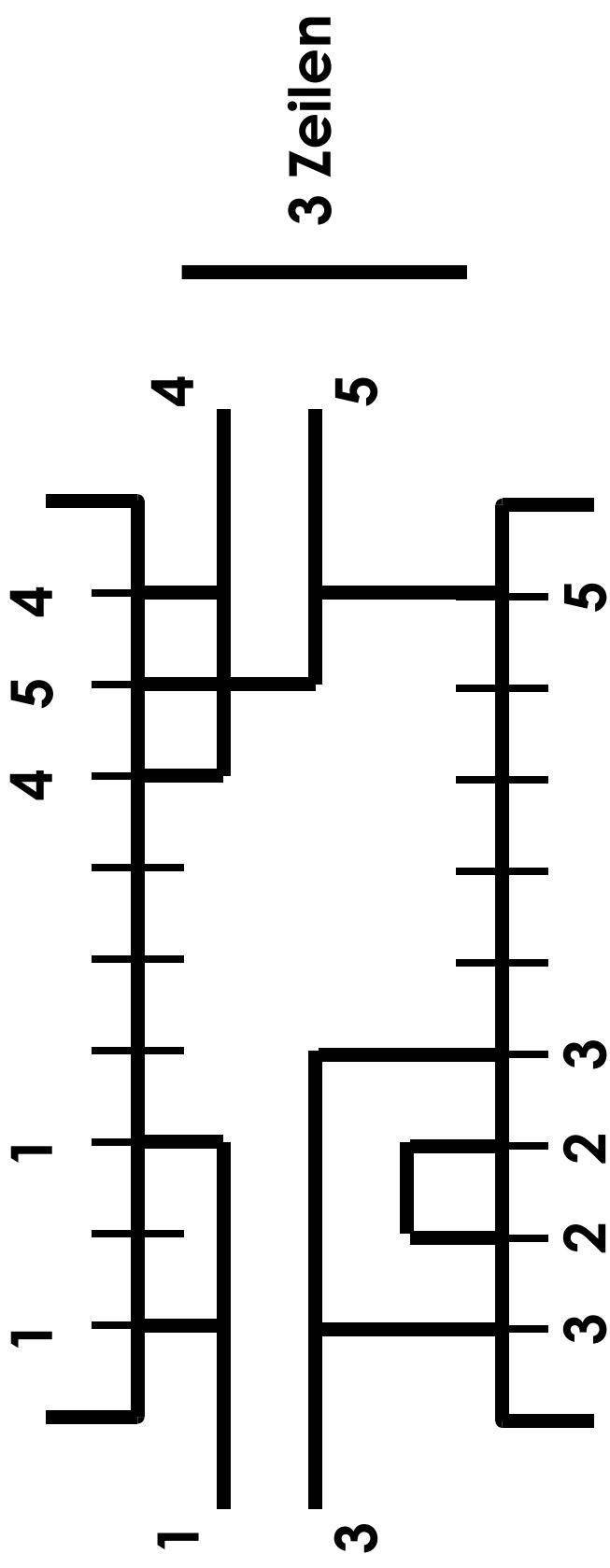
Bewegliche Terminals



- Ziel: min. Fläche, (min. Länge, min. Vias)

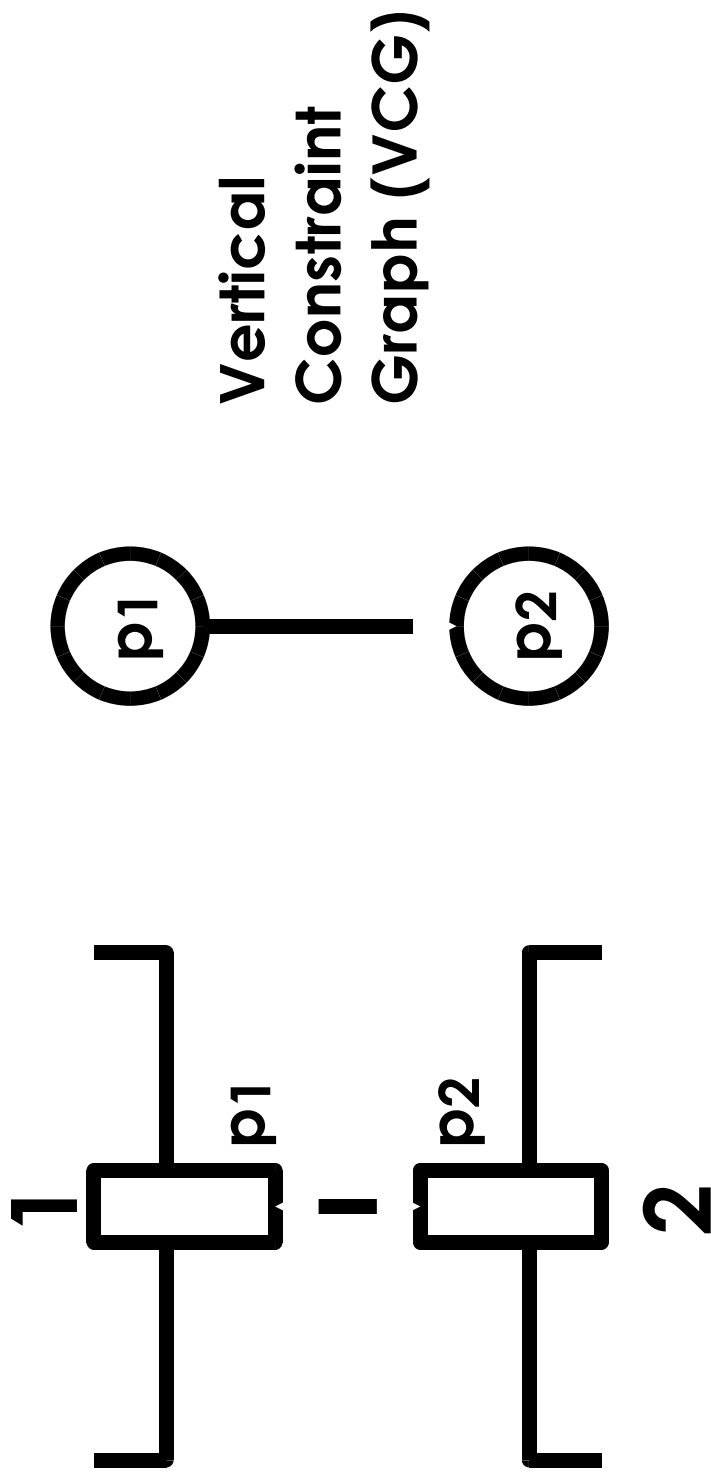
Kanalverdrahtung 2

- Beispiel gelöst im klassischen Modell



Vertikale Einschränkungen

- Zwei gegenüberliegende Terminals
 - Oberes Segment in den Kanal muß über unterem Segment in den Kanal liegen
 - ◆ Sonst Kurzschluß



Horizontale Einschränkungen

- Im klassischen Modell
 - Keine Überlappung zwischen H-Segmenten verschiedener Netze in gleicher Zeile
 - Sonst Kurzschluß

→ Horizontale Einschränkung

- Falls keine vertikalen Einschränkungen
 - Keine gegenüberliegenden Terminals
 - Lösung durch Left-Edge Algorithmus (1971)
- Was tun bei H+V Einschränkungen?
 - NP-vollständig!

Robuster Kanal-Router 1

- Heuristik (Yoeli 1991)
- Algorithmus
 - Iteriert über alle Zeilen im Kanal
 - Verkleinert Problem mit jeder Iteration
 - Wechselt zwischen oberster / unterster Zeile
 - ◆ Arbeitet sich zur Kanalmitte vor
 - Zwei Phasen
 - ◆ Berechnen von Gewichten für Netze
 - ◆ Wie gut wäre aktuelle Zeile für Netz?
 - ◆ Selektion von Untermenge mit maximalem Gewicht
 - ◆ Heuristik bei Verletzung vertikaler Einschränkungen

Robuster Kanal-Router 2

- Berechnung der Gewichte w_i für Netz i
 - ① Falls i Spalten der maximalen Dichte überspannt,
 $w_i += B$ (B groß)
 - ◆ Hoffe auf Verringerung der max. Dichte, unabhängig von Seite (*steepest descent*)
 - ② Falls i ein Terminal auf der aktuellen Seite (oben / unten) auf Spalte x hat,
 $w_i += d(x)$ (für alle Spalten x)
 - ◆ Bevorzuge Netze mit Terminals auf aktueller Seite
 - ③ Für alle Spalten x bei denen eine vertikale Einschränkung verletzt würde,
 $w_i -= K d(x)$ ($5 \leq K \leq 10$)
 - ◆ Bestrafe verletzte Einschränkungen

Robuster Kanal-Router 3

- Regeln typisch für Heuristiken
- Robust
 - Unempfindlich gegen kleine Änderungen
- Nach Bestimmung der Gewichte
 - Finde Netz-Untermenge mit maximalem Gewicht, die in selbe Zeile passen
 - ◆ Ohne Verletzung horizontaler Einschränkungen
 - Verwendet Intervallgraph
 - ◆ Kante zwischen Knoten überlappender Intervalle

Robuster Kanal-Router 4

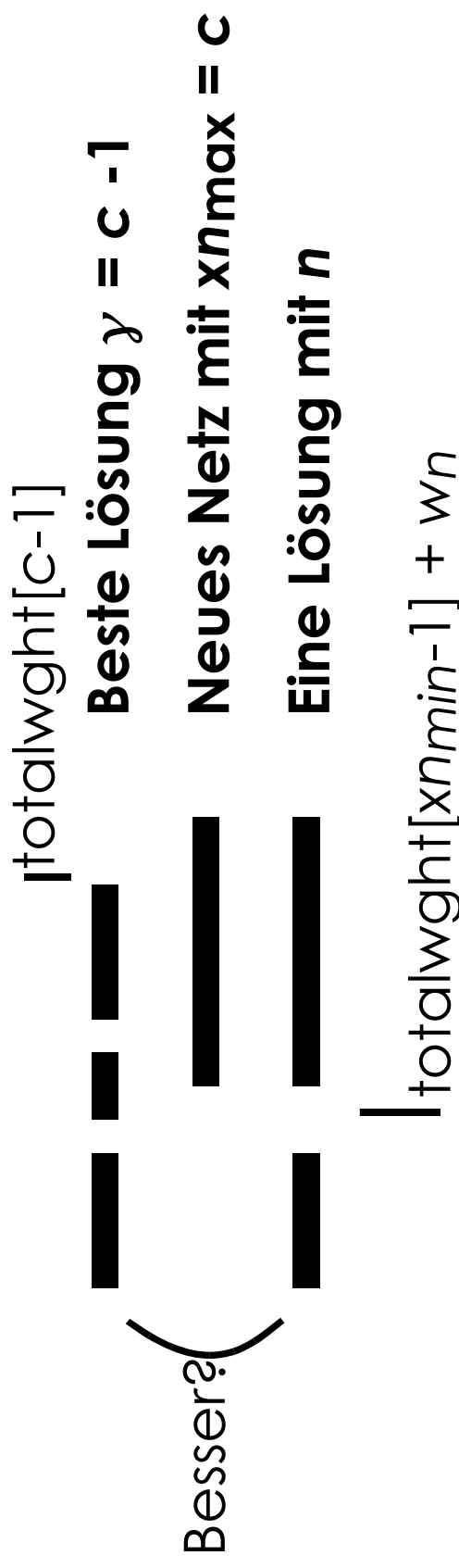
- Unabhängige Menge
 - Menge unverbundener Knoten
- Also gesucht:
 - Unabhängige Mengen maximalen Gewichts
 - ◆ Im allgemeinen NP-vollständig
 - ◆ Aber für Intervallgraphen in P!
- Vorgehensweise
 - Dynamic Programming
 - Konstruiere optimale Lösung aus Teillösungen
 - ◆ Komplexitätsparameter γ : $1 \leq \gamma \leq \text{Kanallänge}$

Robuster Kanal-Router 5

- γ = Spalte c
 - Betrachte nur Netze mit rechtem Ende $\leq c$
- Beispiel
 - $i_1=[1,4], i_2=[12,15], i_3=[7,13], i_4=[3,8], i_5=[5,10], i_6=[2,6], i_7=[9,14]$
 - $\gamma = 0, \gamma = 1, \gamma = 2, \gamma = 3: \emptyset$
 - $\gamma = 4, \gamma = 5: \{i_1\}$
 - $\gamma = 6, \gamma = 7: \{i_1, i_6\}$
 - $\gamma = 8: \{i_1, i_6, i_4\}$
 - ...

Robuster Kanal-Router 6

- Bestimme Lösung $\gamma=c$ aus Lösung $\gamma < c$
 - Altes Maximalgewicht *plus* Netz n mit rechtem Ende in Spalte c
 - ◆ Es ex. max. zwei solcher Netze (Terminals oben & unten)
 - n Teil der optimalen Lösung, falls
 - ◆ Gewicht von n plus Gewicht bestehender Netze ohne Überlappung mit $n >= \max$. Gewicht ohne n



Robuster Kanal-Router 7

- Für Spalte c ausgewähltes Netz merken
 - In `selected_net[c]`
 - Kann leer sein ($=0$, kein neues dazugekommen)
 - Letztes ($=$ rechtes) Netz immer in Lösung
 - Dann nach links suchen
 - ◆ Nach nicht-überlappendem Netz
 - Wiederhole bis linker Rand erreicht!
- Beispiel: ..., $i_2=[5,9]$, $i_3=[4,6]$, ..., $i_7=[1,3]$, ...

$c=$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$s_n[c]=$	0	0	7	0	0	3	0	0	2

 - i_2 in Lösung, überspringe i_3, i_7 in Lösung

Robuster Kanal-Router 8

- Annahme: d_{\max} Durchgänge reichen
 - Wäre dann optimale Lösung
- Iteration
 - ◆ Gewichtsrechnung
 - ◆ Konstruiere
 - ◆ Maximal-gewichtige unabhängige Menge
- Aber:
 - Nur Versuch der Vermeidung von V-Konflikten
 - ◆ Keine Garantie!

Robuster Kanal-Router 9

- Falls V-Konflikt unvermeidbar
 - Entferne ein oder mehrere Netze
 - ◆ Welche?
 - ◆ Heuristik!
 - Verdrahte Netz(e) mit Maze-Routing
 - ◆ Gute Umgebung: Viele Hindernisse!
 - Vorgehensweise genannt: Rip-up and Reroute
 - Auch hier: Keine Garantie auf Lösung
- Erneuter Durchlauf mit zusätzlicher Zeile
- d_{\max} war nur untere Schranke für Zeilenzahl
- Ggf. auch zusätzliche Spalte

Robuster Kanal-Router 10

```
robust_router(placed_netlist N) {
  set<int> row;
  seq<set<int>> S;
  int[channel_width+1] totalwght, selected_net;
  bool top;
  int height, c, r, i;
  top := true;
  height := N.dmax();
  for (r := 1; r ≤ height; ++r) {
    forall "Netze i in netlist N"
      wi := i.compute_weight(N, top);
      totalwght[0] := 0;
      for (c:=1; c ≤ channel_width; ++c) {
        selected_net[c] := 0;
        totalwght[c] := totalwght[c-1];
        if (n = "Netz mit rechtem Term. oben in Spalte c") {
          if (wn + totalwght[xnmin-1] > totalwght[c]) {
            totalwght[c] := wn + totalwght[xnmin-1];
            selected_net[c] := n;
          }
          if (n = "Netz mit rechtem Term. unten in Spalte c") {
            if (wn + totalwght[xnmin-1] > totalwght[c]) {
              totalwght[c] := wn + totalwght[xnmin-1];
              selected_net[c] := n;
            }
          }
        }
      }
  }
}

row := ∅;
c := channel_width;
while (c > 0)
  if (selected_net[c] != 0) {
    n := selected_net[c];
    row := row u {n};
    c := xnmin - 1;
  } else
    --c;
S.append(row);
top := !top;
N := "N ohne Netze in row";
}
"Maze-Routing bei V-Konflikten"
```

■ Ggf. Wiederholung mit

- * Erhöhter Breite
- * Erhöhter Länge

Robuster Kanal-Router 11

VCG

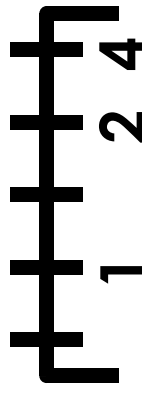
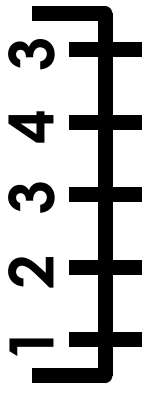
3

4

2

1

1 2 3 4 5



x 1 2 3 4 5

d(x) 1 2 2 3 2

$B = 1000, K = 5$

$$w_1 = (0) + (1) + (-5 \cdot 2) = -9$$

$$w_2 = (1000) + (2) + (-5 \cdot (2+3)) = 977$$

$$w_3 = (1000) + (2+2) + (-5 \cdot 0) = 1004$$

$$w_4 = (1000) + (3) + (-5 \cdot 2) = 993$$

$$\text{totalwght}[1]=0$$

$$\text{totalwght}[2]=\max(0,0-9)=0$$

$$\text{totalwght}[3]=0$$

$$\text{totalwght}[4]=\max(0,0+977)=977$$

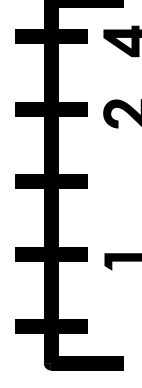
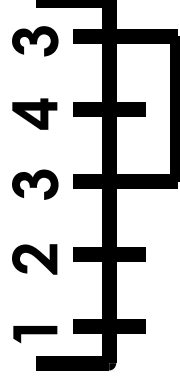
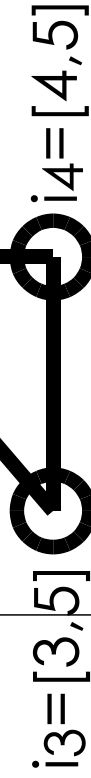
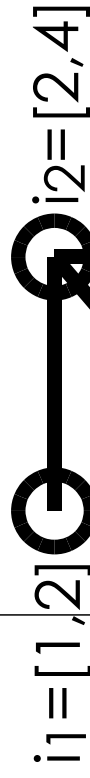
$$\text{totalwght}[5]=\max(977,0+1004,0+993)=1004 \quad \text{sel}[5]=3$$

$$\text{sel}[1]=0$$

$$\text{sel}[2]=0$$

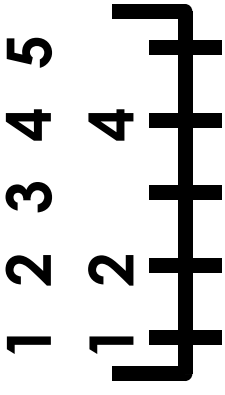
$$\text{sel}[3]=0$$

$$\text{sel}[4]=2$$



Robuster Kanal-Router 12

VCG



$$w_1 = (1000) + (2) + (-5 \cdot 0) = 1002$$

$$w_2 = (1000) + (2) + (-5 \cdot 2) = 992$$

$$w_4 = (1000) + (1) + (-5 \cdot 2) = 991$$

$$\text{totalwght}[0]=0$$

$$\text{sel}[0]=0$$

$$\text{totalwght}[1]=0$$

$$\text{sel}[1]=0$$

$$\text{totalwght}[2]=\max(0,0+1002)=1002$$

$$\text{sel}[2]=1$$

$$\text{totalwght}[3]=1002$$

$$\text{sel}[3]=0$$

$$\text{totalwght}[4]=\max(1002,0+992)=1002$$

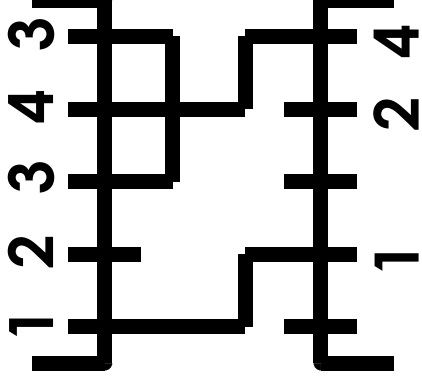
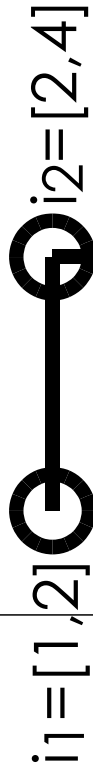
$$\text{sel}[4]=0$$

$$\text{totalwght}[5]=\max(1002,1002+991)=1993$$

$$\text{sel}[5]=4$$

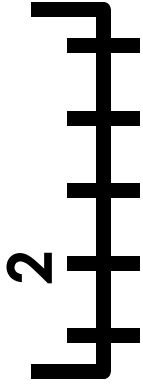
x 1 2 3 4 5

d(x) 1 2 1 2 1



Robuster Kanal-Router 13

1 2 3 4 5 ■ Trivial: Netz 2 in Zeile 2



■ Kombinierte Lösung

● Anordnung mit V-Konflikt

◆ 1. Zeile: Netz 3

◆ 2. Zeile: Netz 2

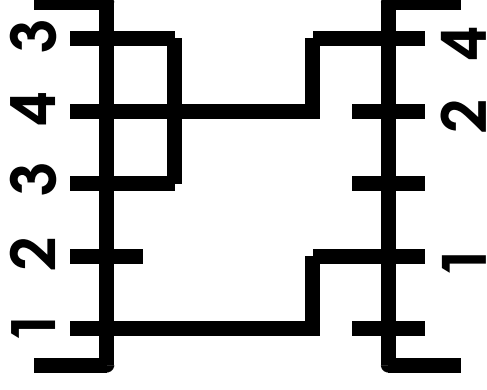
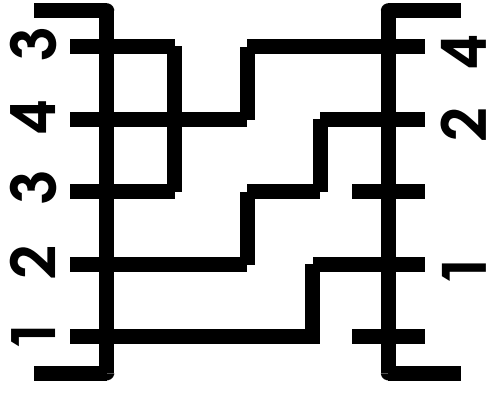
◆ 3. Zeile: Netz 1, Netz 4

3

4

2

1



Überblick Globalverdrahtung

- Wo kommen die Terminalpositionen her?
- Globalverdrahtung
 - Problem
 - Modellierung
 - Vorgehensweisen
- Algorithmus
 - Für Standardzellen
 - Steiner-Bäume
 - ◆ Konstruktionsheuristik
 - ◆ Optimierung

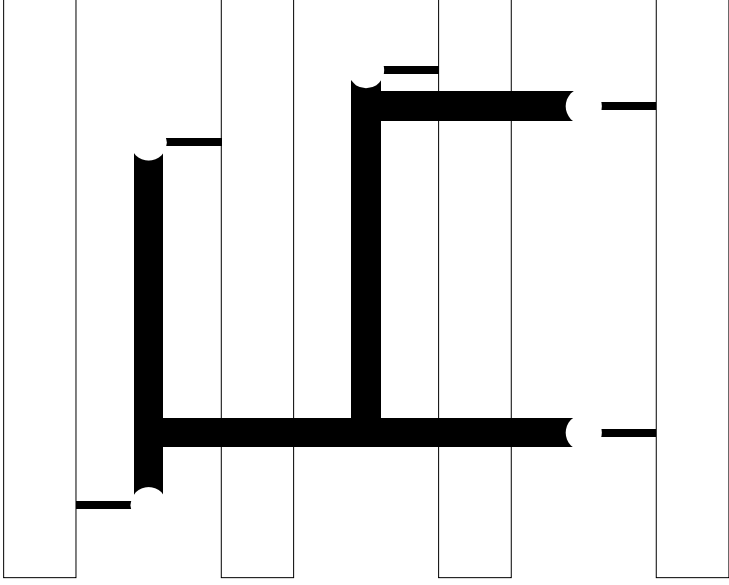
Globale Verdrahtung 1

- Im Entwurfsfluß
 - Nach Platzierung
 - Vor lokaler Verdrahtung
- Verteilt Signale auf Kanäle
 - Führung innerhalb der Kanäle bleibt offen
- Optimiert auf
 - Minimale Fläche
 - Einhalten der Zeitvorgaben
- Hängt von Zieltechnologie ab

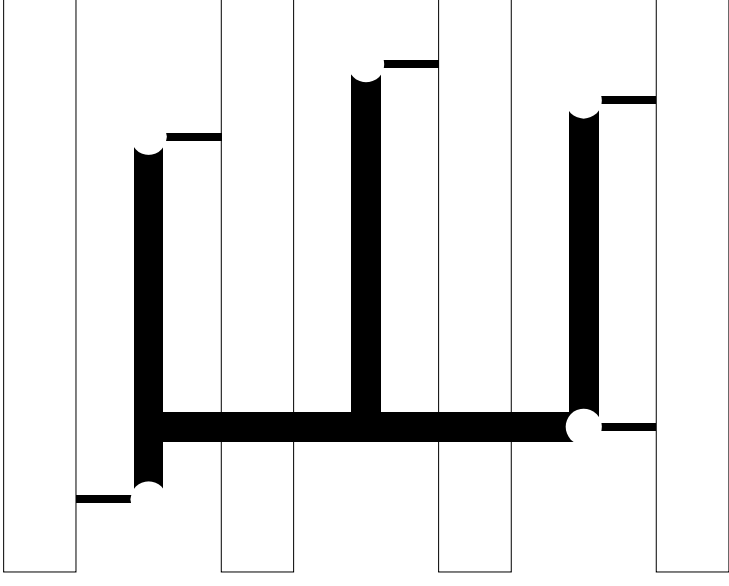
Globale Verdrahtung 2

- Hier: Im Standardzellen-Entwurf
- Alle Terminals eines Netzes an einem Kanal?
 - Falls ja: Nur lokale Verdrahtung erforderlich
- Sonst: Globale Verdrahtung
 - Trennt Netz auf einzelne Kanäle auf
 - Übergang zwischen Kanälen
 - ◆ Reservierte Verdrahtungsebenen
 - ◆ Feedthroughs einfügen (beeinflußt Platzierung)
 - ◆ Vorgegebene Feedthrough-Leitungen allozieren
 - Idee: Rechtwinkliger Minimaler Steiner Baum (RSMT)
 - ◆ Ggf. höhere Kosten für vertikale Segmente (feedthroughs)
 - ◆ Wenn begrenzte Ressource

Globale Verdrahtung 3



**Rechtwinkliger Steiner-Baum
mit minimaler Länge**



**Rechtwinkliger Steiner-Baum
mit minimalen Übergängen**

Globale Verdrahtung 4

- RSMT nicht immer beste Lösung
 - Neben Länge zu berücksichtigen:
 - ◆ Begrenzte Anzahl von Feedthroughs
 - ◆ Zeitvorgaben (timing-driven)
 - ◆ Kritische Netze kurz halten

- Hier nur durch Gewichtung der Kosten möglich
 - ◆ Kann sehr ungenau werden

Globale Verdrahtung 5

- **Bessere Verzögerungsmodelle**
 - Nur Verdrahtungslänge ungenau
 - ◆ Hier Widerstand und Kapazität zusammengeworfen
 - Besser:
 - ◆ R, C getrennt für einzelne Segmente
 - ◆ Bewährt: Elmore-Modell
 - ◆ Auch in VPR verwendet
- **Dann andere Routing-Verfahren verwenden**
 - Multicommodity Flow
 - Pattern-based
 - Hierarchical

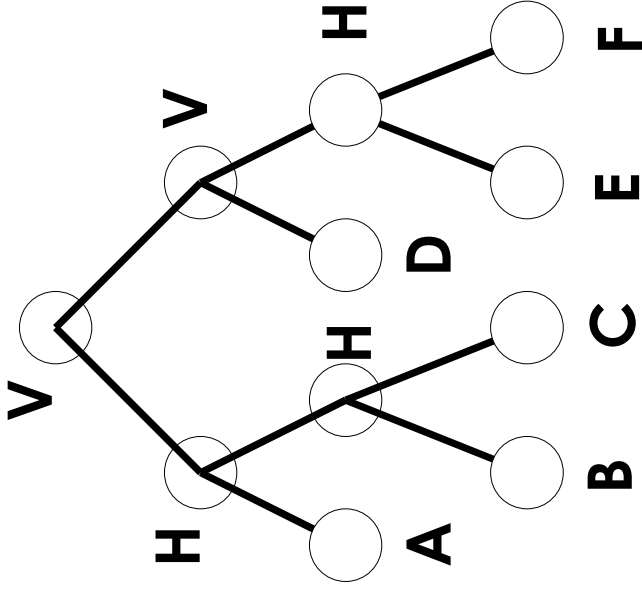
Globale Verdrahtung 6

- Annahme hier: Unidirektionale Sicht
 - 1 Quelle / n Senken
- Mögliche Teiloptimierungsziele
 - Kurzer Weg zu kritischer Senke
 - Gleich lange Wege (kleiner skew)
 - ◆ Verdrahtung von Takt-Leitungen (H-Trees)
- Gesamtziel
 - Minimiere Verdrahtungsfläche
 - Schätze Kanalbreiten ab

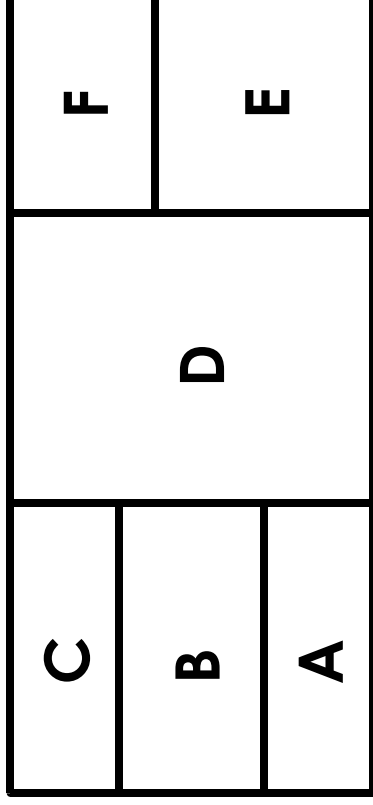
Globale Verdrahtung 7

- Nun: Building-Block Layout
- Komplizierter!
- Irreguläre Freiflächen zwischen Zellen
 - Was sind überhaupt die Kanäle?
- Wie Flächen in Kanäle aufteilen?
 - Channel Definition Problem (CDP)
- Kanäle in welcher Reihenfolge verdrahten?
 - Channel Ordering Problem (COP)

Exkurs Slicing Floorplans



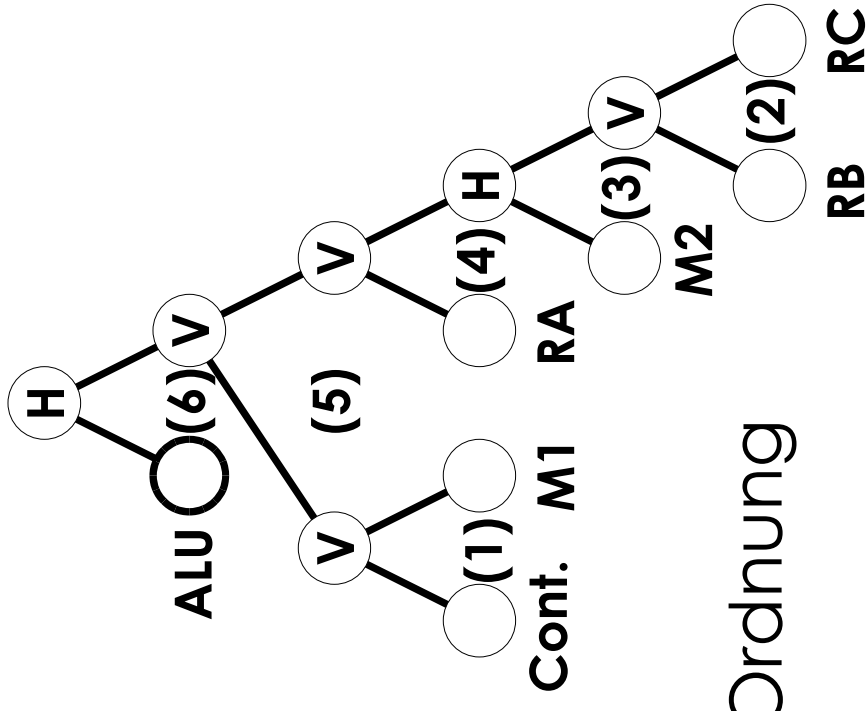
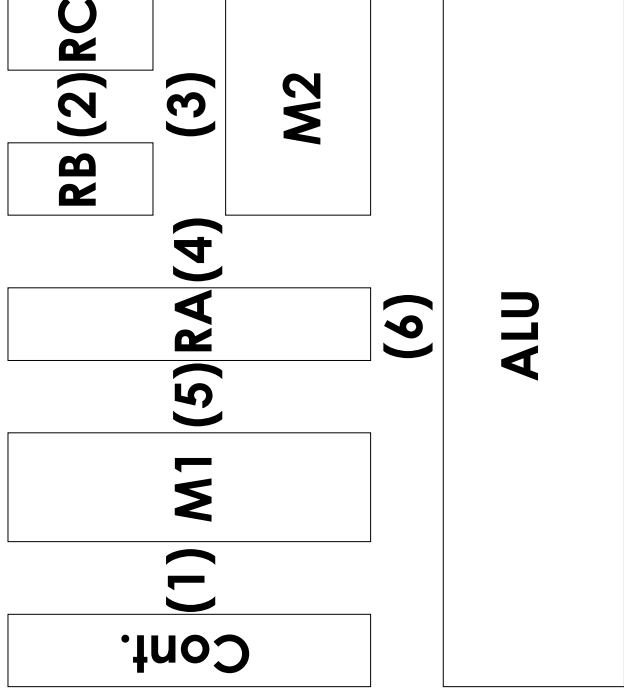
- Darstellung durch Slicing Tree
 - Knoten sind Schnitte oder Blattzellen
 - Schnitte nach Richtung getrennt
 - ◆ V: Linker Unterbaum LINKS von rechtem
 - ◆ H: Linker Unterbaum UNTER rechtem
- Wird erzeugt z.B. bei Platzierung mit MinCut
 - Hier aber allgemeiner!



Globale Verdrahtung 7

- Für Slicing Floorplan: Einfach zu lösen
- CDP
 - Schnittlinien sind Kanäle
 - Kanalform abhängig von Reihenfolge
 - Festgelegt im Channel Ordering Problem
- COP
 - Grundlage ist Slicing Tree
 - DFS mit Post-Order Traversal
 - ◆ Numeriere bearbeitete Knoten aufsteigend
 - ◆ V-Schnitt: V-Kanal, Länge=Ober/Unterkante der Zellen
 - ◆ H-Schnitt: H-Kanal, Länge=linke/rechte Seite der Zellen

Globale Verdrahtung 8



- CDP via Schnittrichtung, Ordnung
- COP via Slicing Tree
 - Post-Order DFS
 - Reihenfolge für Kanalverdrahtung

Globale Verdrahtung 9

- Bei Non-Slicing Floorplans
 - Reine Kanalverdrahtung nicht ausreichend
 - Braucht
 - ◆ Switchbox Router
 - ◆ Dreiseitige Kanal-Router
 - ◆ Nur eine Kanalseite hat bewegliche Terminals
 - ◆ Verdrahtungsfläche ist fest (ähnl. Switchbox)

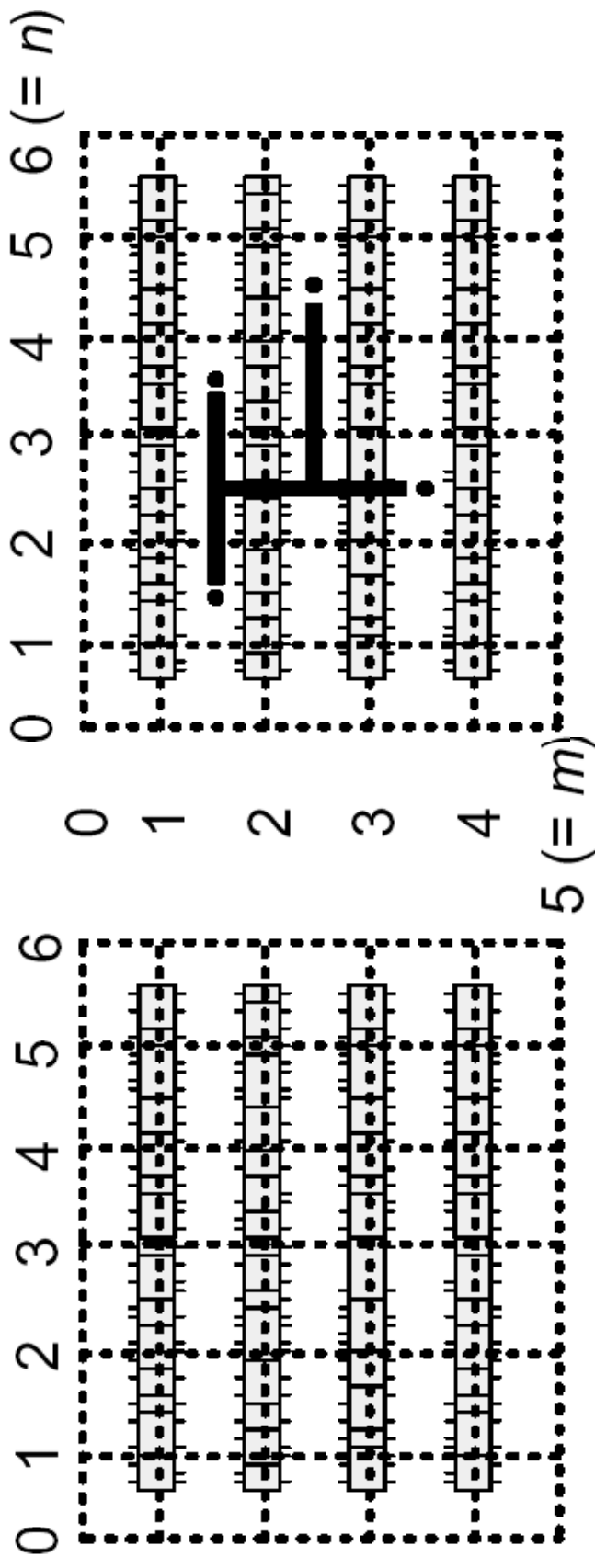
- Nach Lösung des CDP: Steiner-Baum
 - Bei Building Blocks der Regel keine Feedthroughs
 - Verdrahtung nur innerhalb der Kanäle
 - ◆ Sehe Kanäle als Kanten in Graph an
 - ◆ Löse Graphen-Version des minimalen Steiner-Baumes

Zwischenstand

- Kanalverdrahtung
 - Alle Terminals angrenzend an einem Kanal
 - Nun auch mit H- und V- Einschränkungen
 - Leitungsführung auf Zeilenebene in Kanal
- Globalverdrahtung
 - Terminals an verschiedenen Kanälen
 - ◆ Standardzellen
 - Leitungsführung auf Kanalebene
 - Nicht auf Zeilenebene
 - Teilweise erforderlich (building block layout)
 - ◆ Festlegen von Kanälen überhaupt (CDP)
 - ◆ Festlegen der Bearbeitungsreihenfolge (COP)
 - ◆ Einfach machbar bei Slicing Layouts

Modellierung 1

- Für Standardzelltechnologie
- Modellierung der Baum-Geometrie



$m \times n$ Matrix

V-Abstand variabel

Eingebetteter Baum

Verschmolzene Terminals

Modellierung 2

- Lokale vertikale Dichte $d_v(i,j)$
 - Leitungen durch V-Segment $i-1, j$ in Spalte j
- Lokale horizontale Dichte $d_h(i,j)$
 - Leitungen durch H-Segment $j-1, j$ in Zeile i

■ Kanaldichte

$$D_v(i) = \max_{j=1}^n d_v(i, j)$$

■ Gesamtkanaldichte

$$D_T = \sum_{i=1}^m D_v(i)$$

- Ziel: Minimiere D_T mit $d_h(i,j) \leq M_{ij}$
 - ◆ M_{ij} : Verfügbare vertikale Feedthroughs
im H-Segment $j-1, j$ in Zeile i

Mögliche Vorgehensweisen 1

- Variante von Lees Algorithmus
 - Erhöhe Überquerungskosten je Segment
 - ◆ Nach jedem Netz
 - Probleme
 - ◆ Versagt bei Auswahl aus vielen gleich guten Routen
 - ◆ Qualität abhängig von Netzreihenfolge

Mögliche Vorgehensweisen 2

- Sequentieller Aufbau von RSMT je Netz
 - Bestimme Kantenkosten aus d_v, d_h
 - ◆ Umgehung von verstopften Gebieten während des Routings
 - ◆ Gute einzelne Routing-Ergebnisse
- Qualität noch abhängig von Reihenfolge

Mögliche Vorgehensweisen 3

- Pseudo-simultanes Routing
 - Konstruiere unabhängigen RSMT je Netz
 - ◆ Immer optimale Route, unabhängig von Reihenfolge
 - Korrigiere Verstopfung (congestion) später

Variante

- Hierarchische Vorgehensweise
 - Beginne mit 2x2 Raster über gesamten Chip
 - Löse globales Verdrahtungsproblem
- Für jeden der Quadranten
 - Unteraufteilung in eigenes 2x2 Raster
 - Löse globales Verdrahtungsproblem erneut
- Divide-and-Conquer Vorgehen

Variante

- Im Extremfall: Bis hin zu einzelnen Terminals
 - Erledigt komplette Verdrahtung
 - Inklusive Kanalverdrahtung
- Optimalitätsprinzip gilt aber nicht!
 - Leitungen aus Partition hinaus beeinflussen Unterentscheidungen

RSMT Problem

- Rechtwinklige minimale Steiner-Bäume
 - Nützlich zur Lösung von glob. Verdrahtungsproblemen
- Gegeben
 - $P = \{p_1, p_2, \dots\}$: Punktmenge in der Ebene (2-D)
 - Distanzmetrik: $|x_i - x_j| + |y_i - y_j|$ (=Manhattan-Distanz)
- Gesucht
 - Finde verbindenden Baum für Punkte in P
 - ◆ Mit minimaler Gesamtlänge!
 - Erlaube zusätzliche Punkte im Baum
 - ◆ Wenn sie zu kürzerer Gesamtlänge führen
 - ◆ Sogenannte „Steiner-Punkte“
- Hier vernachlässigt
 - Timing, Übersprechen

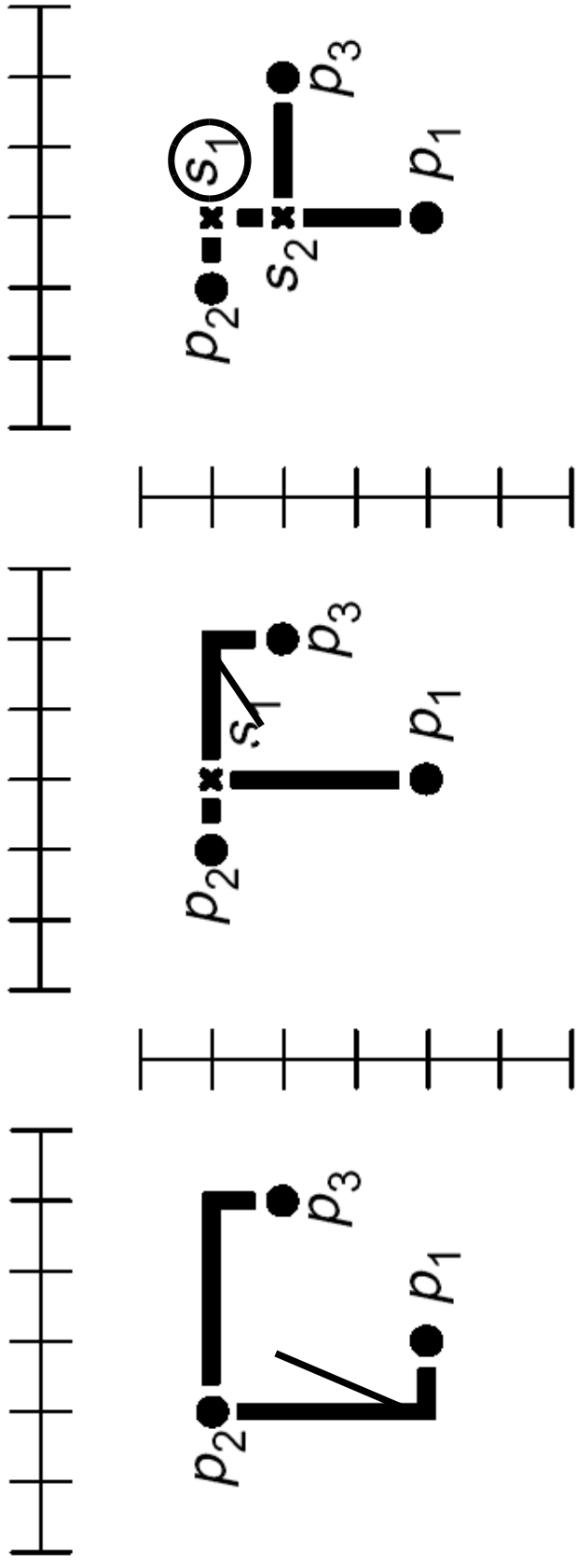
Lösung

- Exakt: NP-vollständig
- Approximieren durch MRST
 - Minimaler rechtwinkliger aufspannender Baum
 - Prim's Algorithmus: $O(n^2)$
 - ◆ Maximal 1.5x länger als echter Steiner-Baum
 - Idee: Hinterher Ergebnis verbessern
- Ausblick: Neuere Heuristiken
 - Verbesserter MRST max. 11/8x länger als RSMT
 - ◆ Fössmeier et al. 1997

MRST Optimierung

■ Beispiel: Lokales Umlegen von L-Stücken

- Führt zu Steiner Punkten
- Ziel: Verschmelzen von Segmenten
 - ◆ Reduktion der Gesamtlänge



- Steiner-Punkte haben Grad ≥ 3
 - s_1 verschwindet (kein Steiner-Punkt mehr)

Besser: MRST-Erweiterung

- Vorteil: Nicht schlechter als 4/3x RSMT
 - Auch wenn MRST schlechtestes Ergebnis liefert
 - ◆ Wenn $MRST = 1.5x RSMT$, verbesserter $MRST \leq 1.33x RSMT$
- Beginnt mit MRST nach Prim
- Verfeinert dann schrittweise
 - Nimmt jeweils einzelnen Punkt s zu P hinzu
 - ◆ s ist also Steiner-Punkt
 - Wählt s dabei so, dass $MRST(P \cup \{s\})$ minimal
 - Wird „1-Steiner-Baum-Problem“ genannt
- Wiederhole!
- Liefert beweisbar gute Ergebnisse
 - Kann aber keine optimale Lösung garantieren

Algorithmus steiner

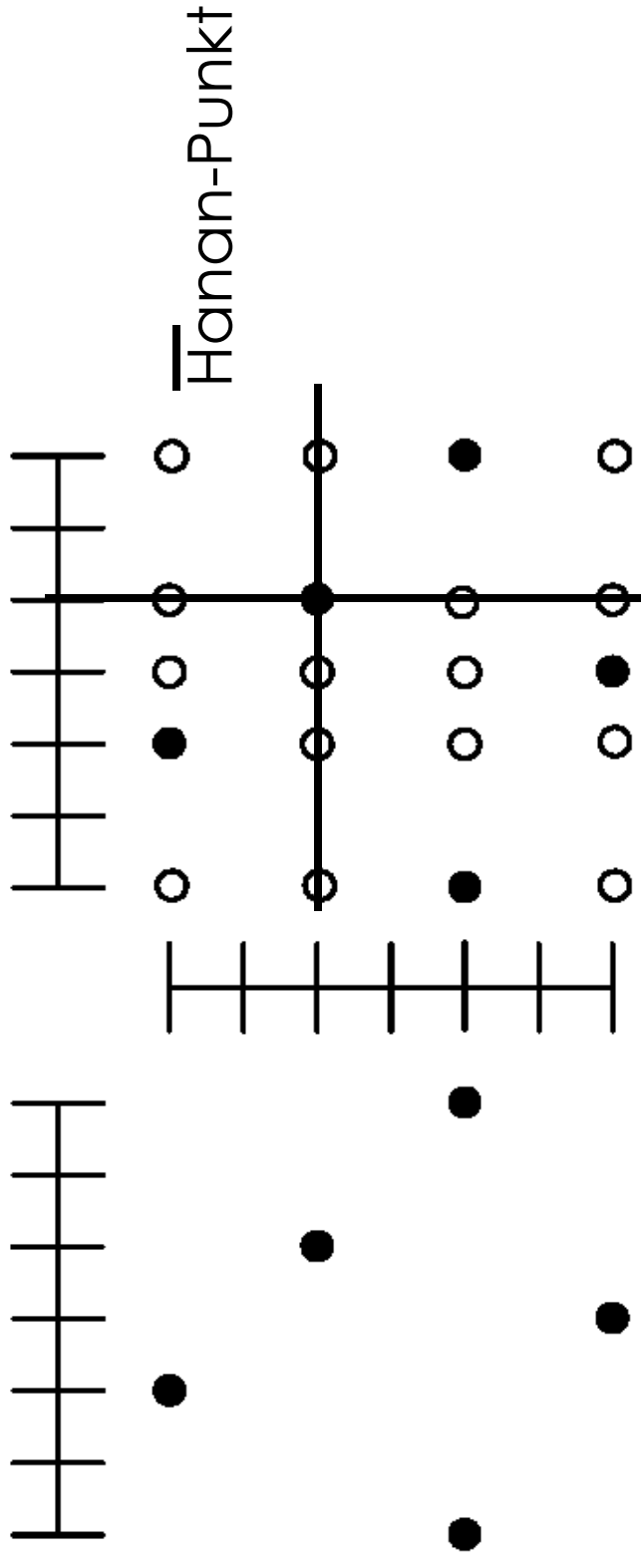
```
pair<set<vertex>,set<edge>>
steiner(set<vertex> P) {
    set<vertex> T;
    set<edge> E, F;
    int gain; // Längenverkürzung

    E = P.primMRST();
    (T,F,gain) = oneSteiner(P, E);
    while (gain > 0) {
        P = T;
        E = F;
        (T,F,gain) = oneSteiner(P, E);
    }
    return (P,E);
}
```

1-Steiner-Baum Konstruktion 1

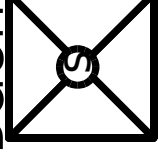
■ Wie den Punkt s bestimmen?

- Alle Punkte ausserhalb von P ausprobieren
 - ... geht aber besser!
- ## ■ Auf Hanan-Punkte beschränken (1966)
- Hanan-Punkte liegen auf vorbesetzten Rasterlinien
 - Erlaubt trotzdem Finden des Optimums



1-Steiner-Baum Konstruktion 2

- Für Auswahl des besten Punktes s
 - Immer wieder MRST ($P \cup \{s\}$) via Prim bestimmen
 - ◆ Punkt mit kürzestem Baum wird genommen
 - Geht auch besser ...
- Inkrementelle Berechnung des MRST
 - Aus MRST (P) hin zu MRST ($P \cup \{s\}$)
 - ◆ In linearer Zeit $O(n)$, mit $n = |P|$
- Idee
 - Punkte im Baum haben max. Grad 4
 - s muss an Baum für P angeschlossen werden
 - Lage des s nächstgelegenen Punktes im Baum für P
 - ◆ In einer der Regionen N, E, S, W um s
 - ◆ $N, S: |d_x| \leq |d_y|, E, W: |d_y| \leq |d_x|$



Algorithmus oneSteiner

```
triple<set<vertex>,set<edge>,int>
oneSteiner(set<vertex> V, set<edge> E) {
    int maxgain;    vertex maxpoint;
    int gain;
    set<vertex> W;   set<edge> F;

    maxgain = 0;
    foreach s ∈ „Hanan-Punkte von V“ do {
        (W,F,gain) = spanningUpdate(V,E,s);
        if (gain > maxgain) {
            maxgain = gain;
            maxpoint = s;
        }
    }
    if (maxgain > 0) {
        (W,F,gain) = spanningUpdate(V,E,maxpoint);
        return (W,F,gain);
    } else
        return (V,E,0);
}
```

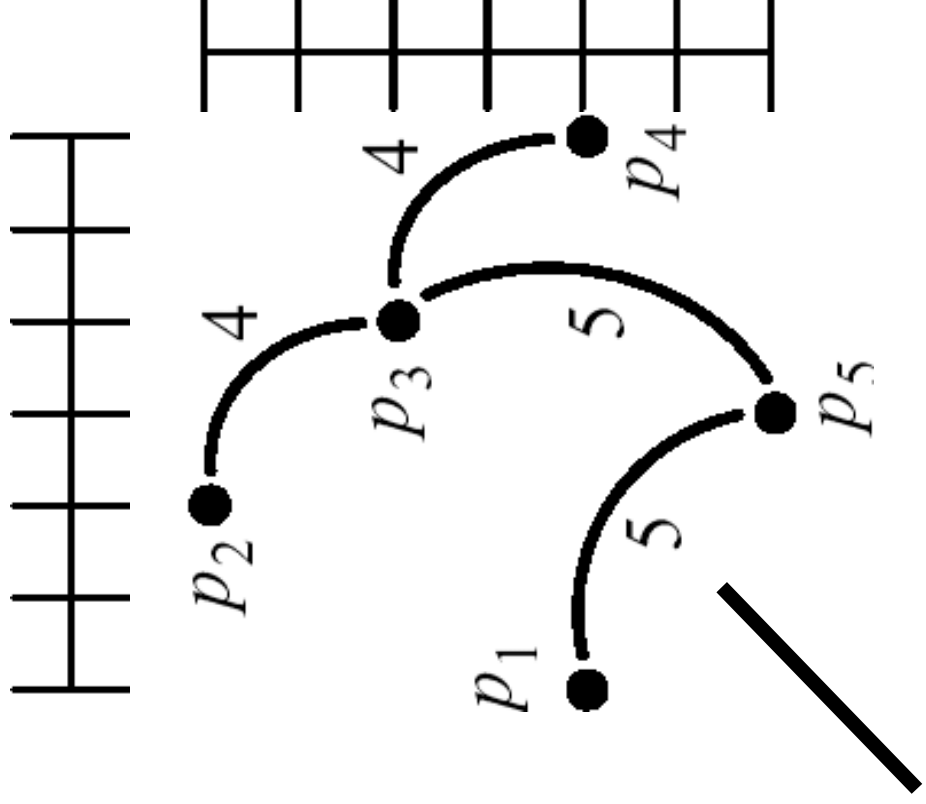
Algorithmus spanningUpdate

```
triple<set<vertex>, set<edge>, int>
spanningUpdate(set<vertex> V, set<edge> E, vertex s) {
    int      delta;           // Längenverkürzung
    vertex   u, v, w;

    delta = 0;
    V = V ∪ {s};
    foreach dir ∈ {NORTH, EAST, SOUTH, WEST} do {
        u = s.closestPointInTree(V, dir);
        E = E ∪ {(s,u)};      // s an alle Partner anschliessen
        delta = delta - distance(s,u); // Hier Verlängerung!
        if (hasCycle(V, E)) {
            (v,w) = findLongestCycleSegment(V, E);
            E = E \ {(v,w)};
            delta = delta + distance(v,w); // wieder verkürzen
        }
    }
    return (V, E, delta);
}
```


Beispiel Schritt 1

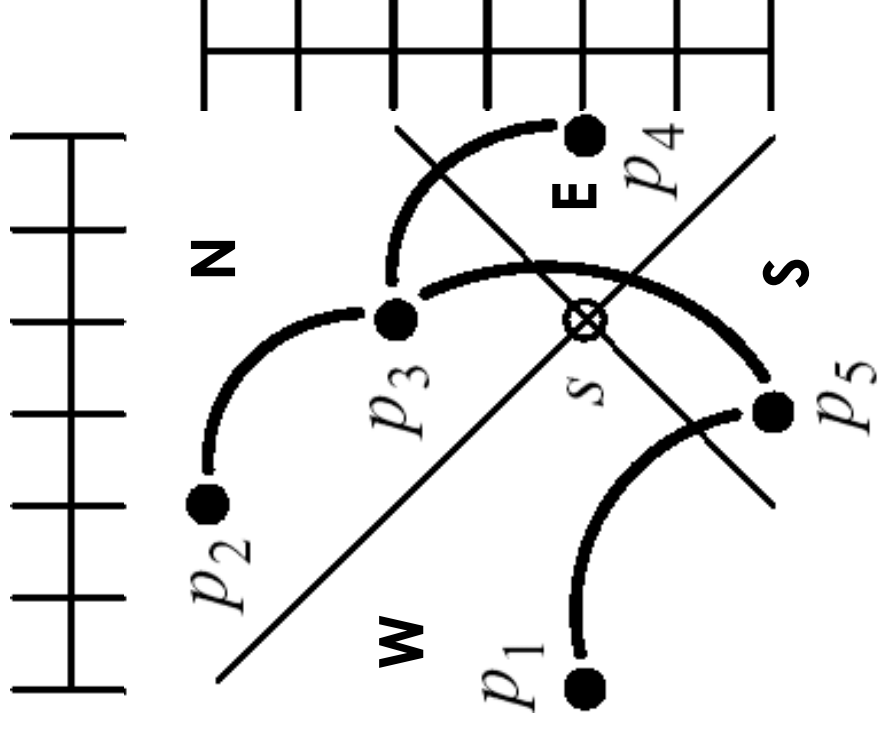
Eingabe: MRST, z.B. via Prim's Algorithmus



Bögen geben nur Distanz an, noch keine genaue Führung
Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

Beispiel Schritt 2

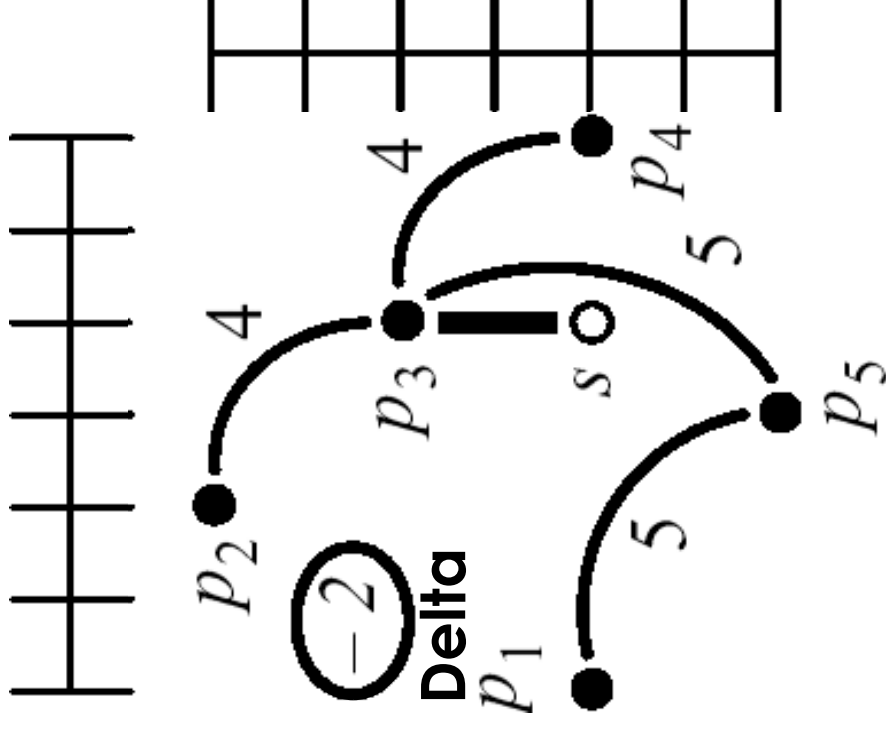
Hinzunahme eines ersten Hanan-Punktes s



s nahegelegenste Punkte aus $P: p_3, p_4, p_5, p_1$

Beispiel Schritt 3

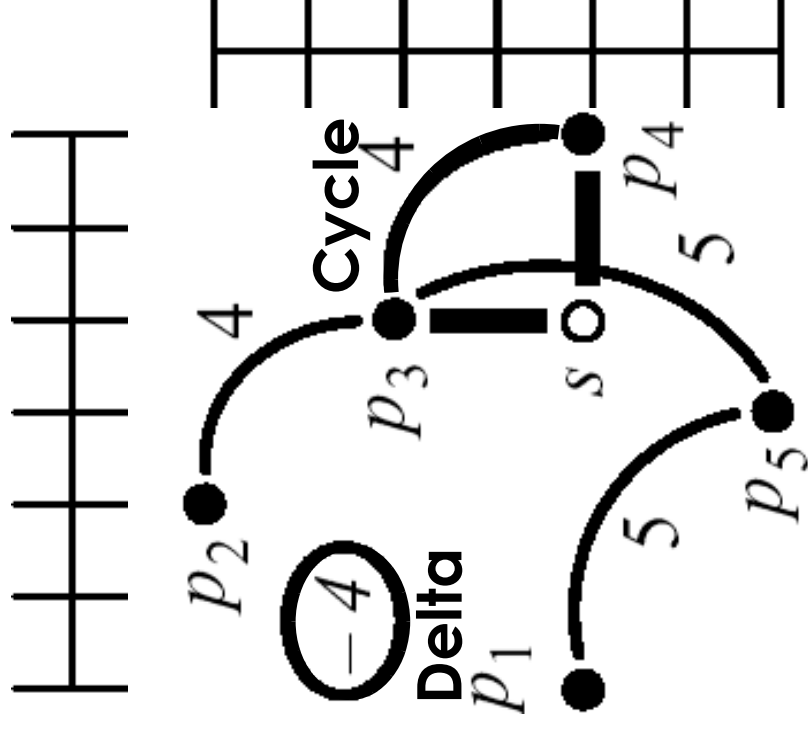
Anbinden an den ersten s benachbarten Punkt p_3 im N



Nun festgelegte kürzeste Führung, Erhöhung der Länge
- Feste Verbindung für Punkte auf derselben Rasterlinie

Beispiel Schritt 4

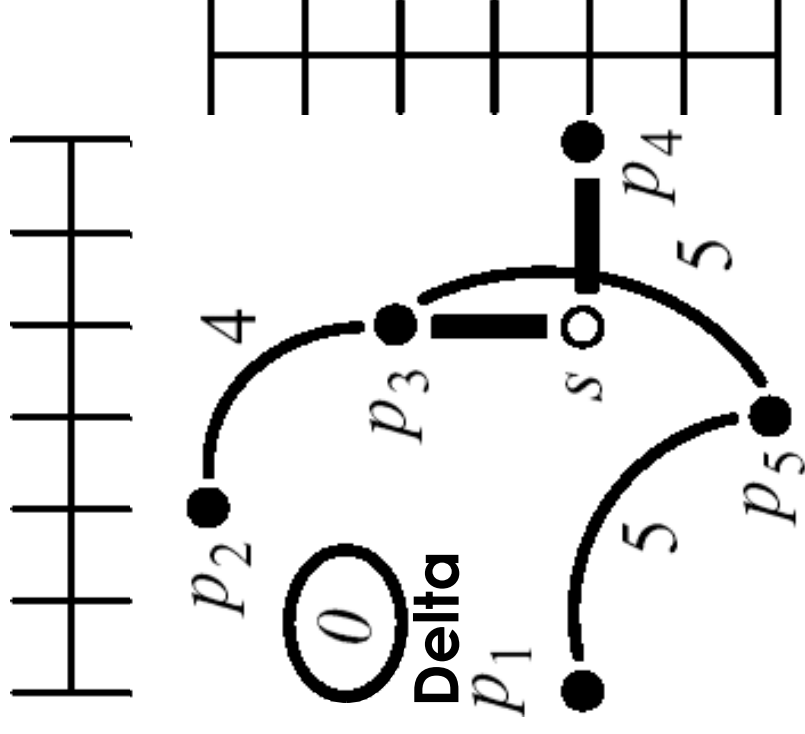
Anbinden an den zweiten s benachbarten Punkt p_4 im E



Auch festgelegte Führung und Erhöhung der Länge, Zyklus

Beispiel Schritt 5

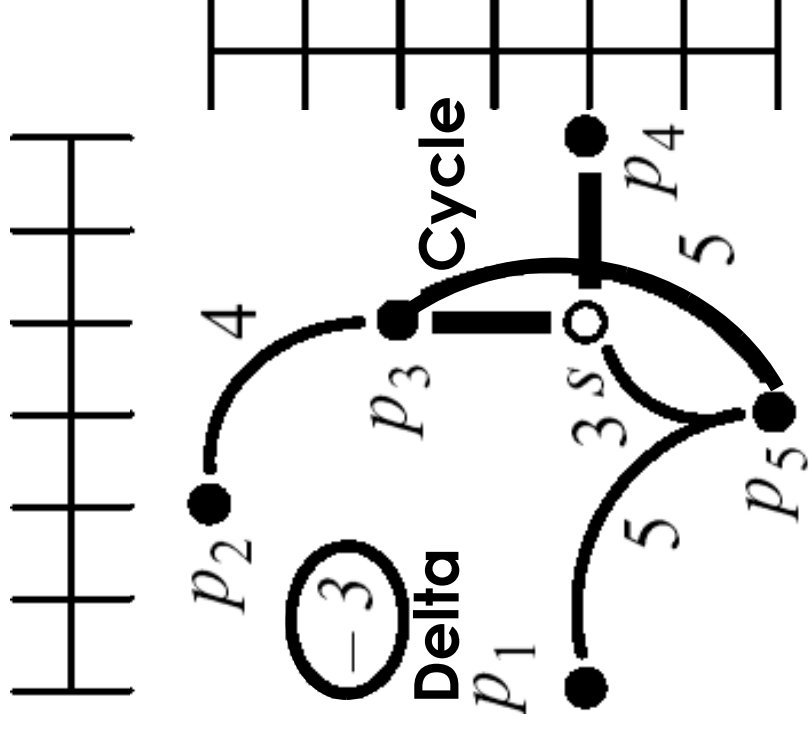
Entferne längste Kante $d(\{p_4, p_3\})=4$ aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 4

Beispiel Schritt 6

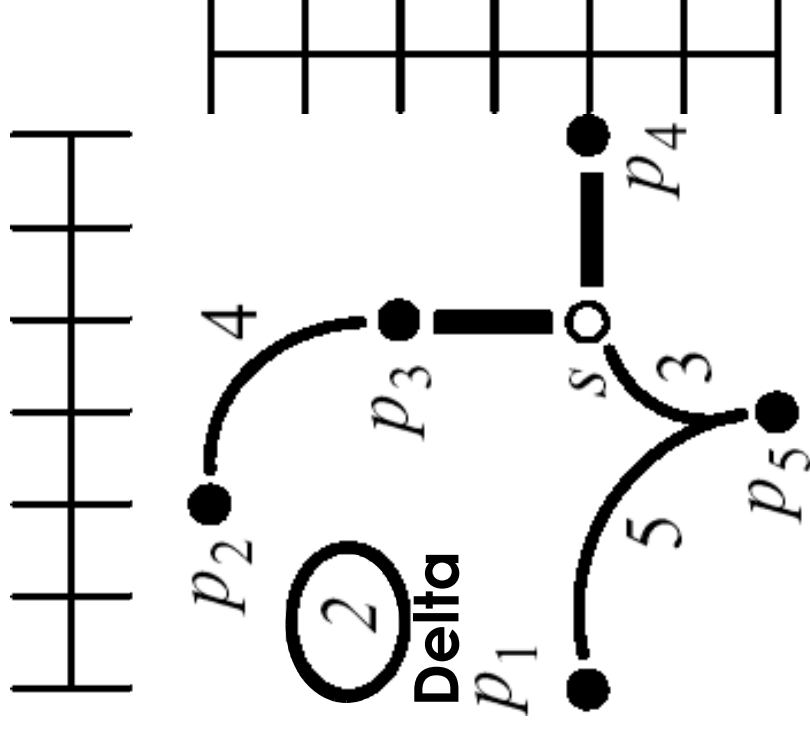
Anbinden an den dritten s benachbarten Punkt p_5 im S



Noch keine feste Führung, Gesamtlänge erhöht sich, Zyklus
- s und p_5 nicht auf derselben Rasterlinie

Beispiel Schritt 7

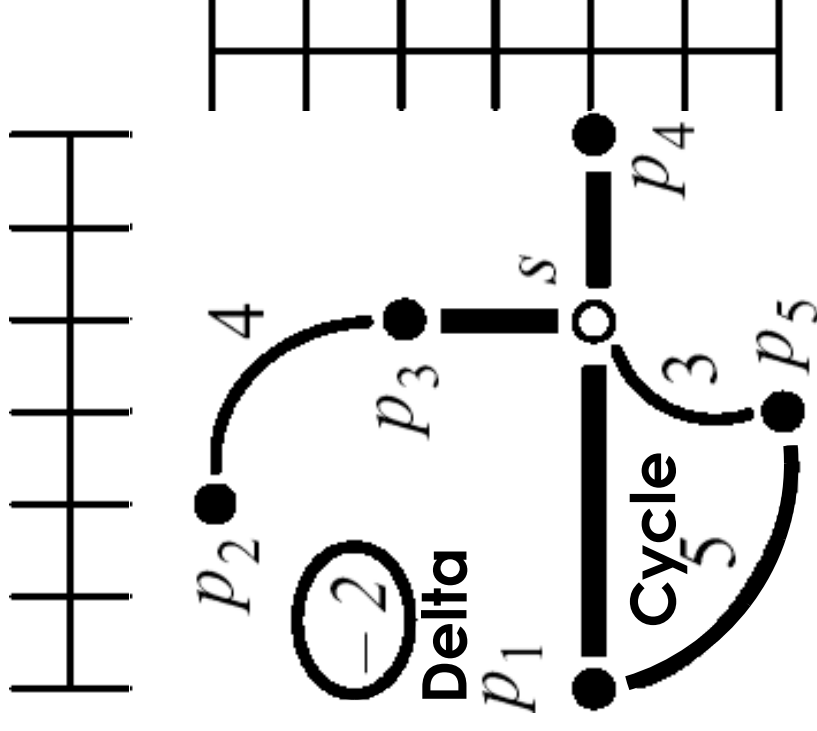
Entferne längste Kante $d(\{p_5, p_3\})=5$ aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 5

Beispiel Schritt 8

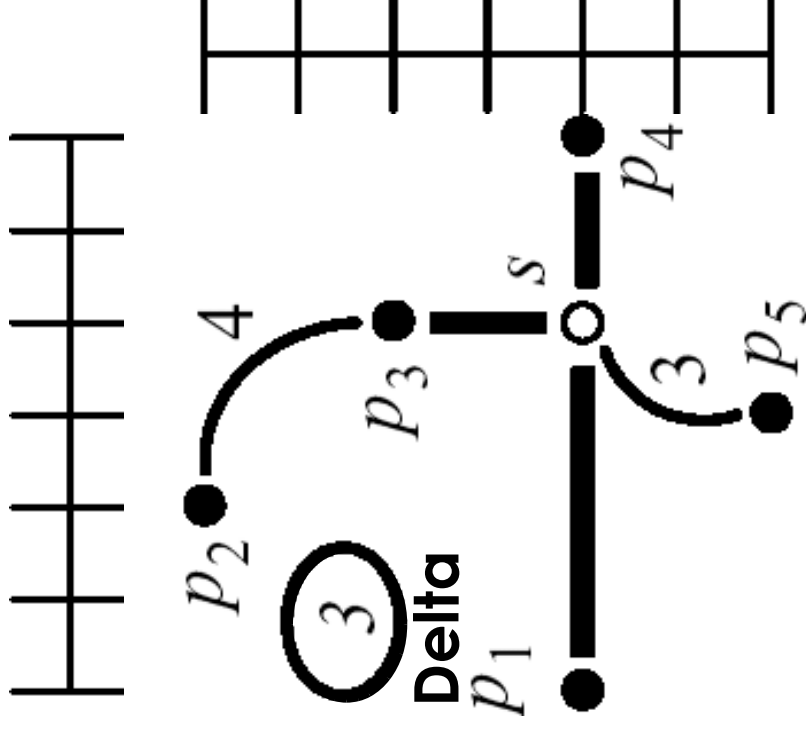
Anbinden an den vierten s benachbarten Punkt p_1 im W



Feste Führung, Gesamtlänge erhöht sich, Zyklus

Beispiel Schritt 9

Entferne längste Kante $d(\{p_5, p_1\})=5$ aus Zyklus



Gesamtlänge verkürzt sich nun um 5, Gesamtgewinn ist 3

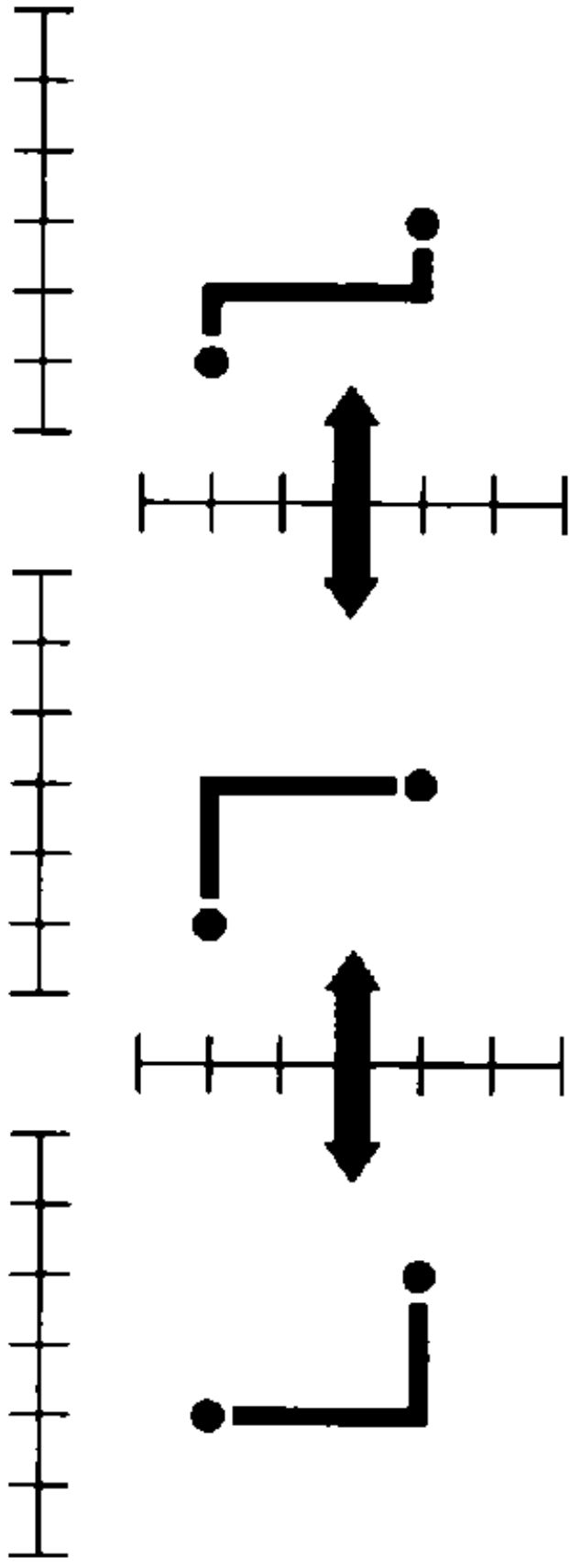
Komplexität

- `spanningUpdate()`
 - `4x closestPoint(): O(n)`
 - `hasCycle(): DFS mit History, O(n)`
 - `findLongestCycleSegment(): History, O(n)`↳ Gesamt: $O(n)$
- Anzahl Hanan-Punkte: $O(n^2)$
- `oneSteiner()` Gesamt: $O(n^3)$
- `steiner()` Gesamt: $O(n^5)$
- Im Durchschnitt aber besser
 - z.B. `oneSteiner()` nur 2x aufgerufen bei $n=40$↳ $O(n^3)$

Beseitigen von Verstopfungen

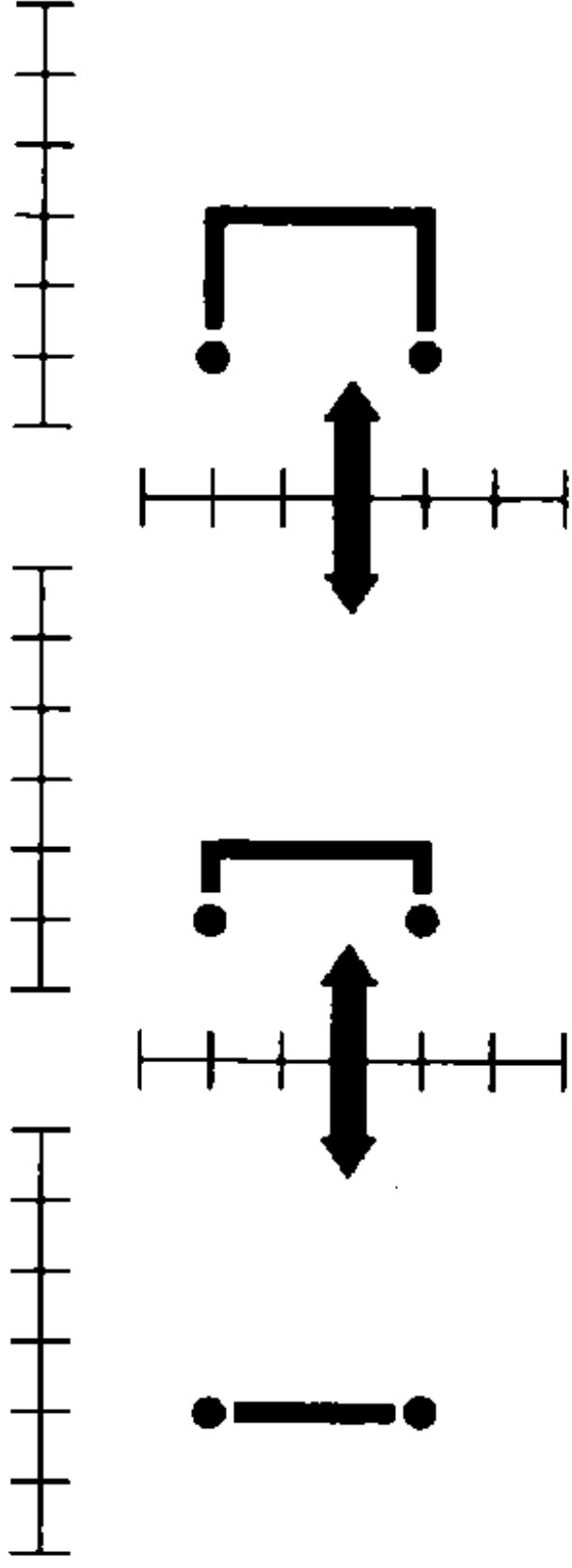
- Bisher unabhängige RSMTs: Einer je Netz
 - Ähnlich dem ersten Durchgang bei PathFinder
- Nachfrage nach V-Feedthroughs
 - Bestimmen
 - Stark verstopfte Stellen entlasten
- Wie? Lokale Transformation der einzelnen RSMTs
 - Kontrolliert durch eigene Optimierung
 - ◆ Z.B. Simulated Annealing oder Nachbarsuche

Lokale Transformation 1



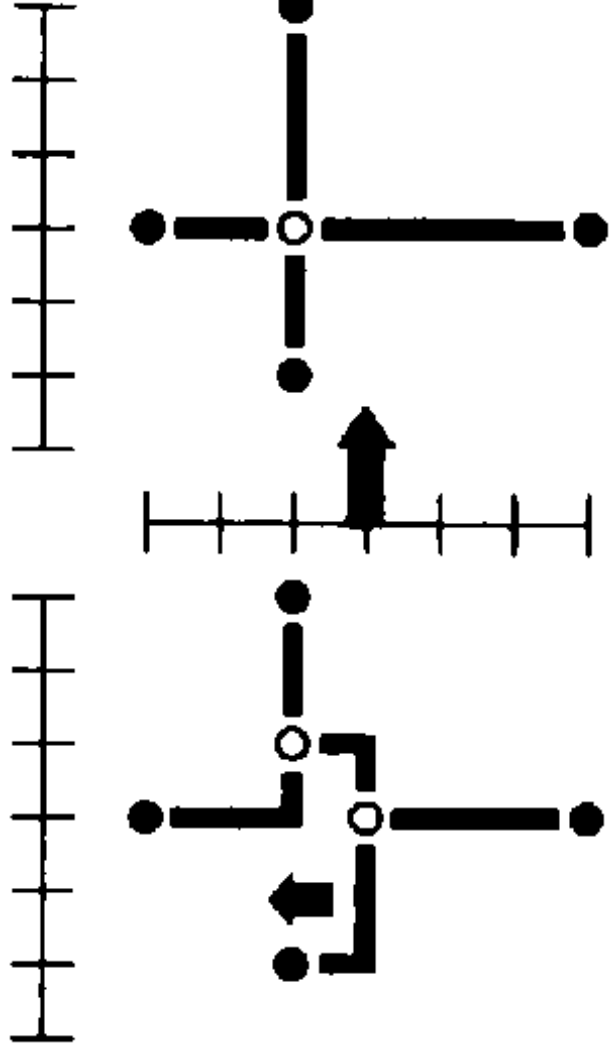
- Variiere konkrete Führung einer Kante
- Länge bleibt gleich

Lokale Transformation 2



- Länge erhöht sich
- Kann aber Gesamtkosten senken

Lokale Transformation 3



- Kompliziertere Verschiebung
 - Vollständiges Entfernen von Steiner-Punkten
- Im Notfall: Maze-Routing
 - Nun bessere Umgebung

Kanalverdrahtung und globale Verdrahtung

Zusammenfassung

- Yoeli's Robuster Router
 - Beispiel für komplexere Heuristik
 - ◆ Regeln
 - ◆ Ausführliches Beispiel
- Globalverdrahtung
 - Abhängig von Zieltechnologien
- Steiner-Bäume
 - ◆ Optimierungsziele
- Routing in Slicing-Floorplans
 - ◆ CDP, COP
- Globale Verdrahtung für Standardzellen
 - Konstruktion von Steiner-Bäumen
 - Lokale Optimierung