Algorithmen für Chip-Entwurfswerkzeuge

Floorplanning

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Vorlesung
WS 2013/2014

Florian Stock, Andreas Koch

Eingebette Systeme und Anwendungen
Technische Universität Darmstadt

Embedded Systems & Applications

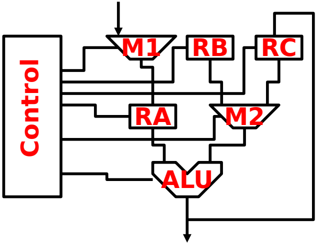
Entwurfsebenen

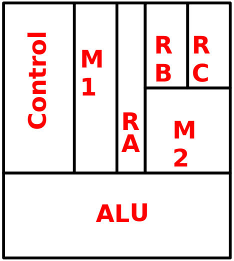
- Auf unteren Entwurfsebenen
  - Ausreichend Details vorhanden: Fläche, Verdrahtung
  - Layout leicht zu berücksichtigen
- Auf höheren Entwurfsebenen
  - Details fehlen
  - Frühe Abschätzungen erforderlich z.B. für
    - Fläche
    - Verdrahtungsmuster

Floorplanning

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- *Topologische* Anordnung
- Floorplanning: Bestimme optimale Form und Anordnung
- Vereinfachungen:
  - Relative Anordnungen statt absoluter Position
  - Abschätzungen z.B. für Fläche und Verdrahtungslänge





Floorplanning
Ziele

- Möglichst früh im Entwurf Abschätzungen
- Flächenminimierung
- Abstrakte Module

Floorplanning
Problemstellung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Gegeben:

- Liste von Module $B = \{b_1, \ldots, b_m\}$
- Jedes Module hat Höhe h_i, Breite w_i und Fläche a_i

Gesucht:

- (x_i, y_i) bezeichnet die linke untere Koordinate des Moduls b_i auf dem Chip
- Ein Floorplan ist eine Bestimmung der (x_i, y_i), so dass
  1. Die Module sich nicht überlappen
  2. Eine Kostenfunktion minimiert wird. Üblicherweise
     - Fläche
     - Verdrahtungslänge
     - Aber auch andere (Verdrahtbarkeit, Hitze, ...)
- Die Module dürfen dabei auch rotiert werden!

Algorithmen

- Floorplanning ist im allgemeinen Fall NP-schwer
- Benutzte Lösungsalgorithmen:
  - Simulated Annealing
    Mit kombinierter HPWL- und Flächenkostenfunktion
  - Mixed Integer Linear Programming

Algorithmen

- Floorplanning ist im allgemeinen Fall NP-schwer
- Benutzte Lösungsalgorithmen:
  - Simulated Annealing
    Mit kombinierter HPWL- und Flächenkostenfunktion
  - Mixed Integer Linear Programming

Fertig?

Floorplanning
SA

- Wie sieht der Lösungsraum aus?
- Wie sieht die Nachbarschaft aus?

$\Rightarrow$ Wie modelliert man den Floorplan?

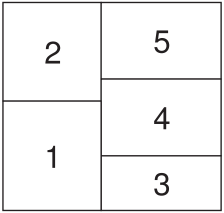
Floorplanning
Repräsentationen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Darstellung eines Floorplans soll
  - Schnell aufbaubar sein
  - Leicht zu manipulieren sein (SA-Tausch)
  - Den Suchraum einschränken
    (⇒ Lösungen gehen verloren!)
- 4 Arten von Floorplans haben sich herausgebildet
  - Geschnittene (Slicing) Floorplans
  - Kompakte (Compact) Floorplans
  - Mosaik (Mosaic) Floorplans
  - Allgemeine (General) Floorplans

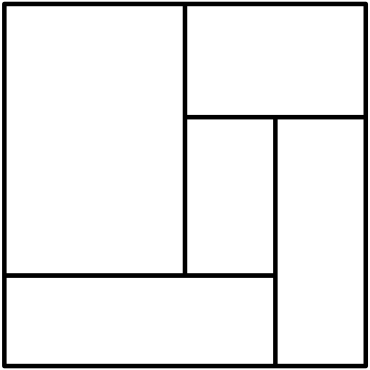
Geschnittene (Slicing) Floorplans

- Wiederholt werden Gebiete horizontal (H) oder vertikal (V) geschnitten
  $\Rightarrow$ Nicht alle Floorplans können dargestellt werden
- Darstellbar als:
  - Schnittbaum (Slicing-Tree)
  - Normalisierten Umgekehrte Polnischen Ausdrücken (Normalized Reverse Polish Expression, NRPE)
- Nicht alle Floorplans sind Slicing Floorplans



Ungeschnittener (Non-Slicing) Floorplan Beispiel

- Ab 5 Modulen möglich

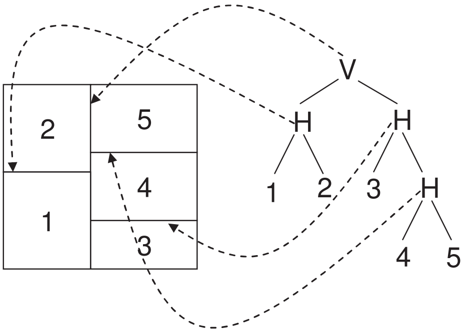


Floorplan Repräsentation
Schnittbaum (Slicing-Tree)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Module sind die Blätter eines Baumes
- Innere Knoten sind entsprechend des teilenden Schnittes markiert (H oder V)
- Darstellung nicht eindeutig
  $\Rightarrow$ Ein Floorplan kann durch verschiedene Bäume dargestellt werden
- Eindeutig: Skewed Slicing Trees
  - Schnittbäume, bei denen der Eltern- und rechter Kindknoten nicht den gleich geschnitten sind
  - Kleinere Suchraum

Schnittbaum
Beispiel



Quelle: Y.-W. Chang

Floorplan Repräsentation
Normalisierte Umgekehrte Polnische Ausrücke

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Wong, 1986
- Umgekehrte Polnische Ausrücke (Reverse Polish Expressions):
  - Generation: Postorder-Durchlauf des Schnittbaumes
  - Sequenz aus Modulnummern $1, \ldots, n$ (Operanden) und den Symbolen V und H (Schnitt-Operatoren)
  - Länge $2n - 1$
  - Normalisierte PA benutzen Skewed Slicing Tree
    $\Rightarrow$ Keine HH oder VV in Sequenz
- Umkehrung: Auswerten des Ausdrucks mittels Stack

Floorplan Repräsentation
NRPE – SA-Züge

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Züge für SA bei Benutztung von NRPE als Darstellung:
  - Tausch von zwei nebeneinanderliegenden Operatoren (Immer legal)
  - In einer ununterbrochenen Folge von Operatoren, alle invertieren (Immer legal)
  - Einen nebenanderliegenden Operator und Operand tauschen (Nicht immer legal: In jedem Prefix der Sequenz muß gelten: $\#Operatoren < \#Operanden$)

Embedded Systems & Applications

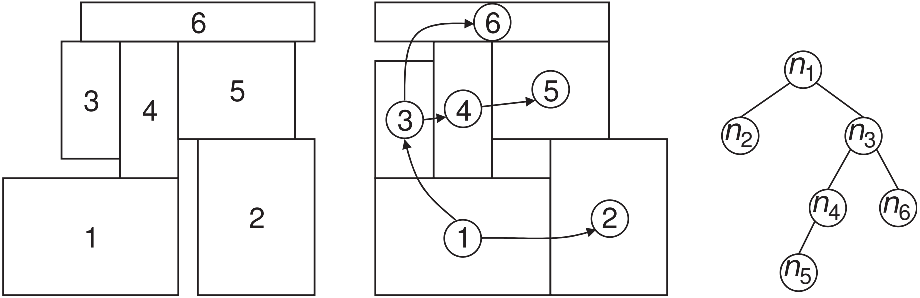
Kompakte (Compact) Floorplans

- Kompakte Floorplan:
  - Chang, 2000
  - Keine Module können nach links oder unten verschoben werden
  - Geordnete binäre Bäume
  - 1-zu-1-Beziehung: Kompakter Floorplan und B*-Baum
    $\Rightarrow$ Keine Doppelten im Suchraum
- SA-Operationen:
  - Ein Module im Baum rotieren
  - Ein Knoten im Baum bewegen (löschen, wiedereinfügen)
  - Zwei Knoten tauschen

B*-Baum Konstruktion

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Wurzel-Knoten entspricht Modul unten links
- Linker Teilbaum entspricht Modulen rechts davon
- Rechter Teilbaum entspricht Modulen darüber

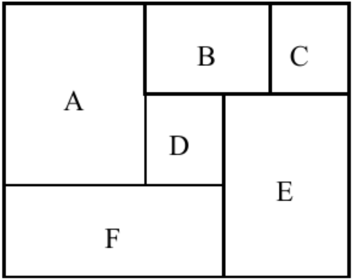


Quelle: Y.-W. Chang

Mosaik (Mosaic) Floorplans

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Ähnlich mächtig wie allgemeine
  - Lässt keine *Lücken* zu
  - Lässt nur T-Kreuzungen zu
- Datenstrukturen zur Darstellung
  - Corner Block List
  - Twin Binary Sequence



Allgemeine (General) Floorplans

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Allgemeiner Floorplan
- Keine Einschränkungen
- Beliebteste Darstellung:
  - Sequenz Paar (Sequence Pair)
  - Murata, 1995

Allgemeine (General) Floorplans
Sequenz-Paar Darstellung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Darstellung als Paar von Sequenzen $(\Gamma_+, \Gamma_-) = (m_{f_1} \ldots m_{f_M}, m_{s_1} \ldots m_{s_M})$
- Jedes Paar Sequenzen beschreibt einen gültigen Floorplan
- Einfache SA-Operationen
  - Ein Modul rotieren
  - Zwei Module in einer Sequenz tauschen
  - Zwei Module in beiden Sequenzen tauschen

Sequenz Paar Darstellung
Sequenz-Paar $\rightarrow$ Floorplan

- Relation der Module zu einander:
  1. $(\ldots i \ldots j \ldots, \ldots i \ldots j \ldots)$
     $\Rightarrow$ Modul i ist links von Modul j
  2. $(\ldots j \ldots i \ldots, \ldots i \ldots j \ldots)$
     $\Rightarrow$ Modul i ist unter Modul j
- Anschaulich:
  - $n \times n$-Gitter um 45° gedreht
  - Je eine Dimension für Γ_+ und Γ_-
  - Kreuzungspunkte des gleichen Moduls beschreiben seine Position
- Algorithmisch:
  - Horizontaler und vertikaler Einschränkungsgraph (azyklisch)
  - Modulkoordinaten mittels längsten Pfad in $\mathcal{O}(n^2)$

Suchraumgröße (Asymptotisch)

Geschnittene

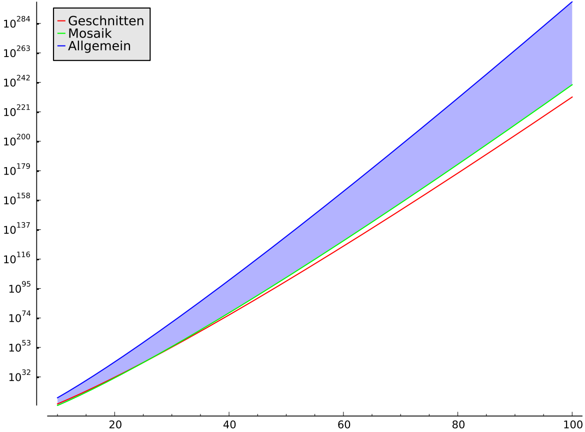
$$\rightarrow n!\frac{2^{2.543n}}{n^{1.5}}$$

Mosaik

$$\rightarrow n!\frac{2^{3n}}{n^4}$$

Allgemeine

$$\rightarrow n!\frac{2^{3n}}{n^4} \text{ bis } n!\frac{2^{5n}}{n^{4.5}}$$



Sonstige Darstellungen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Weitere Darstellungen
  - Polare Graphen
  - Adjazenz-Graphen
  - Channel-Intersection-Graphen
  - Transitive-Closure-Graph
  - O-Tree
  - Corner-Block-List
  - Bounded-Sliceline-Grid
  - Sequence Triple

  ⋮

MILP Formulierung

- Analyitscher Ansatz
- Zwei Aspekte Berücksichtigen:
  - Überlappungsfreiheit
    $\Rightarrow$ Abgebildet mittels Restriktionen
  - Flächenminimierung
    - Eigentliches Ziel: $x_g \cdot y_g$
    - Nichtlinear!

  Lösung: Breite W fixieren und Höhe y_g minimieren

MILP

Formulierung Überlappungsfreiheit

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

m_i Relation m_j	Ungleichung	p_{ij}	q_{ji}
links von	$x_i + w_i \leq x_j$	0	0
rechts von	$y_i + h_i \leq y_j$	0	1
über	$x_i - w_j \geq x_j$	1	0
unter	$y_i - h_j \geq y_j$	1	1

- p_{ij}, q_{ij} binäre Variablen um obigen Fall auszuwählen
- Restriktionen (H, W Obergrenze für Flooplangröße):

$$x_i + w_i \leq x_j + W(p_{ij} + q_{ij})$$
$$y_i + h_i \leq y_j + H(1 + p_{ij} + q_{ij})$$
$$x_i - w_i \geq x_j - W(1 - p_{ij} + q_{ij})$$
$$y_i - h_i \geq y_j - H(2 - p_{ij} + q_{ij})$$
$$x_i + w_i \leq W$$
$$y_i + h_i \leq H$$

MILP
Formulierung Überlappungsfreiheit

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

m_i Relation m_j	Ungleichung	p_{ij}	q_{ji}
links von	$x_i + w_i \leq x_j$	0	0
rechts von	$y_i + h_i \leq y_j$	0	1
über	$x_i - w_j \geq x_j$	1	0
unter	$y_i - h_j \geq y_j$	1	1

- p_{ij}, q_{ij} binäre Variablen um obigen Fall auszuwählen
- Restriktionen (H, W Obergrenze für Flooplangröße):

$$x_i + w_i \leq x_j + W(p_{ij} + q_{ij})$$

$$y_i + h_i \leq y_j + H(1 + p_{ij} + q_{ij})$$

$$x_i - w_i \geq x_j - W(1 - p_{ij} + q_{ij})$$

$$y_i - h_i \geq y_j - H(2 - p_{ij} + q_{ij})$$

$$x_i + w_i \leq W$$

$$y_i + h_i \leq y_g$$

MILP
Komplexität

- $\mathcal{O}(n^2)$ Ungleichungen
- $\mathcal{O}(n)$ reelle Variablen, $\mathcal{O}(n^2)$ ganzzahlige Variablen
- Zur Reduzierung der Komplexität:
  - Schrittweise einige wenige Module hinzufügen
  - Vorheriges Resultat durch (wenige) überdeckende Rechtecke darstellen $\Rightarrow$ Großes Problem wird in mehrere einfachere zerlegt
    (natürlich Suboptimal)

Flexible Module

- Bisher nur feste (Hard) Module (und Rotation)
- Wie behandelt man flexible (Soft) Module?
  - Nicht nur 90° gedreht
  - Je eine Dimension für Γ_+ und Γ_-
  - Kreuzungspunkte des gleichen Moduls beschreiben seine Position
- Algorithmisch:
  - Horizontaler und vertikaler Einschränkungsgraph (azyklisch)
  - Modulkoordinaten mittels längsten Pfad in $\mathcal{O}(n^2)$

Suchraumgröße (Asymptotisch)

Geschnittene

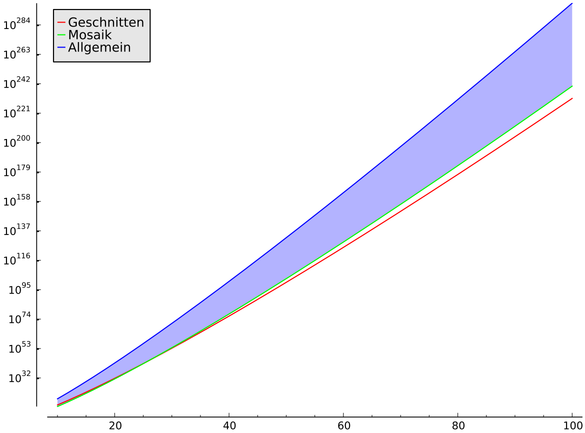
$$\rightarrow n!\frac{2^{2.543n}}{n^{1.5}}$$

Mosaik

$$\rightarrow n!\frac{2^{3n}}{n^{4}}$$

Allgemeine

$$\rightarrow n!\frac{2^{3n}}{n^{4}} \text{ bis } n!\frac{2^{5n}}{n^{4.5}}$$



Sonstige Darstellungen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Weitere Darstellungen
  - Polare Graphen
  - Adjazenz-Graphen
  - Channel-Intersection-Graphen
  - Transitive-Closure-Graph
  - O-Tree
  - Corner-Block-List
  - Bounded-Sliceline-Grid
  - Sequence Triple

  ⋮

MILP Formulierung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Analyitscher Ansatz
- Zwei Aspekte Berücksichtigen:
  - Überlappungsfreiheit
    $\Rightarrow$ Abgebildet mittels Restriktionen
  - Flächenminimierung
    - Eigentliches Ziel: $x_g \cdot y_g$
    - Nichtlinear!

  Lösung: Breite W fixieren und Höhe y_g minimieren

MILP
Formulierung Überlappungsfreiheit

m_i Relation m_j	Ungleichung	p_{ij}	q_{ji}
links von	$x_i + w_i \leq x_j$	0	0
rechts von	$y_i + h_i \leq y_j$	0	1
über	$x_i - w_j \geq x_j$	1	0
unter	$y_i - h_j \geq y_j$	1	1

- p_{ij}, q_{ij} binäre Variablen um obigen Fall auszuwählen
- Restriktionen (H, W Obergrenze für Flooplangröße):

$$x_i + w_i \leq x_j + W(p_{ij} + q_{ij})$$

$$y_i + h_i \leq y_j + H(1 + p_{ij} + q_{ij})$$

$$x_i - w_i \geq x_j - W(1 - p_{ij} + q_{ij})$$

$$y_i - h_i \geq y_j - H(2 - p_{ij} + q_{ij})$$

$$x_i + w_i \leq W$$

$$y_i + h_i \leq H$$

MILP
Formulierung Überlappungsfreiheit

m_i Relation m_j	Ungleichung	p_{ij}	q_{ji}
links von	$x_i + w_i \leq x_j$	0	0
rechts von	$y_i + h_i \leq y_j$	0	1
über	$x_i - w_j \geq x_j$	1	0
unter	$y_i - h_j \geq y_j$	1	1

- p_{ij}, q_{ij} binäre Variablen um obigen Fall auszuwählen
- Restriktionen (H, W Obergrenze für Flooplangröße):

$$x_i + w_i \leq x_j + W(p_{ij} + q_{ij})$$

$$y_i + h_i \leq y_j + H(1 + p_{ij} + q_{ij})$$

$$x_i - w_i \geq x_j - W(1 - p_{ij} + q_{ij})$$

$$y_i - h_i \geq y_j - H(2 - p_{ij} + q_{ij})$$

$$x_i + w_i \leq W$$

$$y_i + h_i \leq y_g$$

- $\mathcal{O}(n^2)$ Ungleichungen
- $\mathcal{O}(n)$ reelle Variablen, $\mathcal{O}(n^2)$ ganzzahlige Variablen
- Zur Reduzierung der Komplexität:
  - Schrittweise einige wenige Module hinzufügen
  - Vorheriges Resultat durch (wenige) überdeckende Rechtecke darstellen $\Rightarrow$ Großes Problem wird in mehrere einfachere zerlegt (natürlich Suboptimal)

Flexible Module

- Bisher nur feste (Hard) Module (und Rotation)
- Wie behandelt man flexible (Soft) Module?
  - Nicht nur 90° drehbar
  - Verschiedene Formen
- Festen Seitenverhältnis
  ($\Rightarrow$ Bei SA eine weitere Operation: Größe der Zelle ändern)
- Bei geschnittenen Floorplans: Formfunktionen
  (Module werden verformt, um leere Flächen zu füllen)

Weiterer Ausblick

- Fixed-Die / Fixed-Outline Flooplan
  (Feste vorgegebene Größe statt Flächenminimierung)
- Für große Schaltkreise:
  - Hierarchischer Ansatz (Ähnlich Multilevel Partitionierung)
- Mehrdimensionalität
  - 3D-Chips
  - Neue Datenstrukturen
    - Sequence Triple, Sequenze Quintuple
    - K-Tree, T-Tree, 3D-subTCG

      ⋮
- Berücksichtigung weiterer Aspekte:
  - Buffer
  - Busse
  - Power-/Ground-Netzwerke

  ⋮

Zusammenfassung

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Floorplanning
- Lösungsalgorithmen:
  SA, MILP
- Wichtige Darstellungen:
  - Geschnittene Floorplans (NPE, Schnitt-Bäume)
  - Kompakte Floorplans (B*-Bäume)
  - Allgemeine Floorplans (Sequenz-Paar-Darstellung)
- MILP-Formulierung
- Ausblick