



Vorlesung  
WS 2018/2019

Florian Stock

Eingebette Systeme und Anwendungen  
Technische Universität Darmstadt

- ▶ Bisher: Positionen für Objekte bestimmt?
- ▶ Wie werden diese Verbunden?
  - ▶ Verdrahtung bisher immer nur abgeschätzt
- ▶ Üblicherweise wird Verdrahtung zweigeteilt
  - ▶ Ähnliche dem hierarchischem Ansatz bei Partitionierung und Floorplanning
  - ▶ Globale Verdrahtung
    - ▶ Bestimmt die Lage ganzer *Verdrahtungskanäle*
    - ▶ Auf dem ganzen Chip
  - ▶ Lokale Verdrahtung
    - ▶ Bestimmt den Verlauf einzelner *Leitungen*
    - ▶ Innerhalb eines Verdrahtungskanales



- ▶ 2 Ansätze:
  - ▶ Sequentiell – ein Netz nach dem anderen
    - ▶ Reihenfolge der Netze sehr wichtig
    - ▶ Üblicherweise sortiert nach
    - ▶ Kritikalität (Criticality)
    - ▶ Anzahl der Terminals
  - ▶ Gleichzeitig (Concurrently) – alle Netze Gleichzeitig
    - ▶ Sehr berechnungsaufwendig
    - ▶ Üblicherweise mittels hierarchischen Ansätzen

- Eingabe:**
- ▶ Lage der Terminals (aus Platzierung)
  - ▶ Zu Verbindene Terminals (Netzliste)
  - ▶ Kanalkapazitäten

- Ausgabe:**
- ▶ Verdrahtungstopologie

- Optimierung:**
- ▶ Anzahl der gerouteten Netze
    - ▶ Standardzellen & ASICs können Reihen/Zellen Kanälen Platz machen
    - ▶ Bei FPGAs nicht möglich
  - ▶ Routing Fläche
  - ▶ Verdrahtungslänge



- ▶ Allgemeine Verfahren
  - ▶ Generische Graphen/Weg-Such-Algorithmen
- ▶ Eingeschränkte Verfahren
  - ▶ Kanalverdrahtung
  - ▶ Switchbox-Verdrahtung



- ▶ Verdrahtungslagen (Layer)
  - ▶ Anzahl technologieabhängig (28 nm bis zu 10)
  - ▶ Erlaubte Ausrichtung  
Horizontal, Vertikal, beides,  $45^\circ$
  - ▶ Optional: Über Logik verdrahten (over-cell routing)
  - ▶ Lagenverbindung mittels *Vias*
- ▶ Freie Verdrahtung oder auf Raster (grid-based/gridless oder shaped-based)
  - ▶ Frei viel flexibler, aber entsprechend langsamer
- ▶ Beschränkungen: Design und/oder Performanz

# Multilayer Beispiele

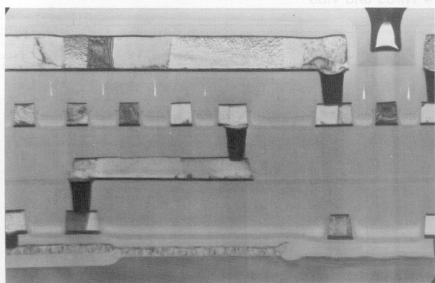
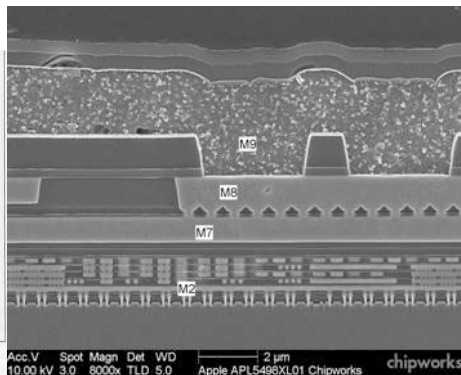


Figure 2-15: Cross-section of 4-level metal/1-level poly interconnect (courtesy UMC).





- ▶ Modellierung der Ressourcen als Graph  
⇒ Routing-Ressource-Graph
- ▶ Alle Ressourcen werden als Knoten behandelt
- ▶ Kantengewichte entsprechen der Verzögerung  
(Verbreitetes Verzögerungsmodell: Elmore Delay)





- ▶ 3 allgemeine Algorithmen
  - ▶ Maze
  - ▶ Line-Search
  - ▶ A\*-Suche
- ▶ 2 globalen Routing-Algorithmen
  - ▶ Pathfinder
  - ▶ ILP-Formulierung
- ▶ Spezielle lokale Routing-Algorithmen
  - ▶ Kanal-Verdrahtung
    - ▶ Left-Edge Algorithmus
    - ▶ Robuster Kanalrouter

# Maze Algorithmus

## Lees Algorithmus



- ▶ Lee, 1961
- ▶ BFS  
2 Phasen: Wellenpropagation und Rückverfolgung
- ▶ Arbeitet auf einfachem Raster
- ▶ Findet garantiert den kürzesten Pfad
- ▶ Sehr langsam und speicherintensiv (beides  $\mathcal{O}(n^2)$ )

# Maze Algorithmus

## Wellenausbreitung

MazeSearchPropagation(int xdim, int ydim, Vertex q, Vertex s) **begin**

```
int cells[xdim][ydim] ;
```

```
InitCells(cells) ;
```

```
Set schonBesucht := {q} ;
```

```
int dist := 1 ;
```

```
repeat
```

```
Set neighbours :=
```

```
neighbours(schonBesucht) ;
```

```
foreach Zelle  $c \in$ 
```

```
 $neighbours \setminus schonBesucht$  do
```

```
  c := dist ;
```

```
  schonBesucht :=
```

```
  schonBesucht  $\cup$  c
```

```
dist := dist + 1 ;
```

- ▶ 1. Phase: Wellenausbreitung von Quelle aus
- ▶ In jedem Schritt nächste unbesuchte Nachbarn besuchen
- ▶ Bis die Senke erreicht ist

# Maze Algorithmus

## Rückverfolgung

MazeSearchBacktrace(int cells[xdim][ydim],  
Vertex q, Vertex s) **begin**

List<Zellen> route ;

Zelle next = s ;

**repeat**

route.append(next) ;

Set<Zellen> kandidaten :=

neighbours(next) ;

next:=selectRandom(kandidaten) ;

**until** next = q;

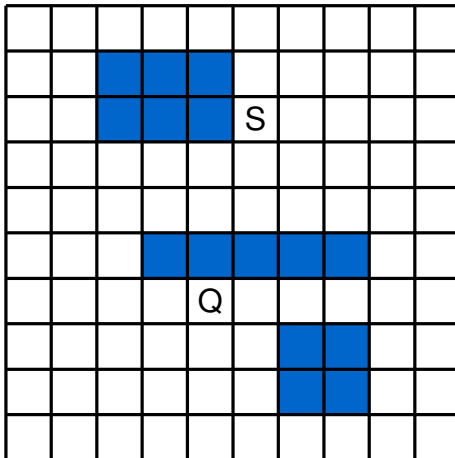
route.append(q) ;

return route;

- ▶ 2. Phase: Rückverfolgung von Senke aus
- ▶ In jedem Schritt eine Zelle mit kleinere Nummer wählen
- ▶ Bis die Quelle erreicht ist

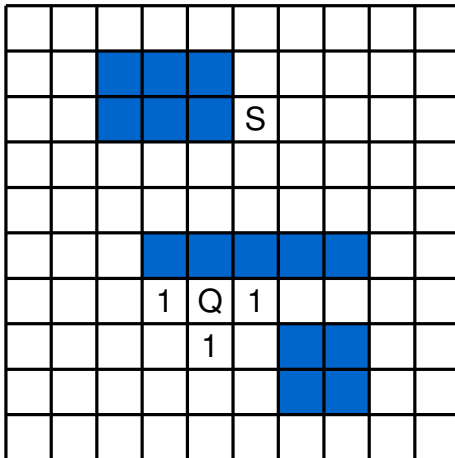
# Maze Algorithmus

## Beispiel



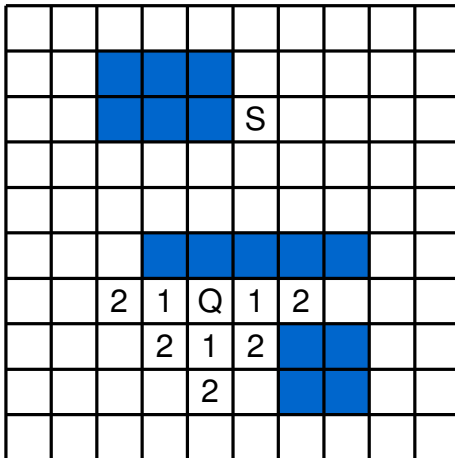
# Maze Algorithmus

## Beispiel



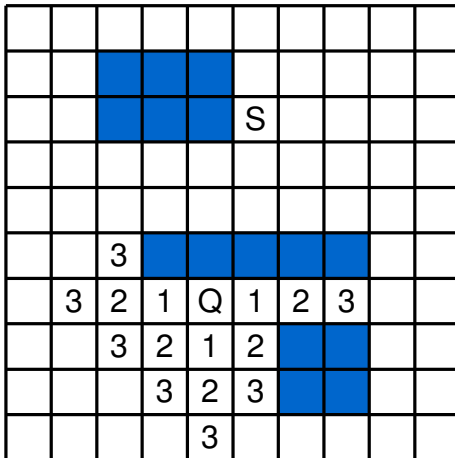
# Maze Algorithmus

## Beispiel



# Maze Algorithmus

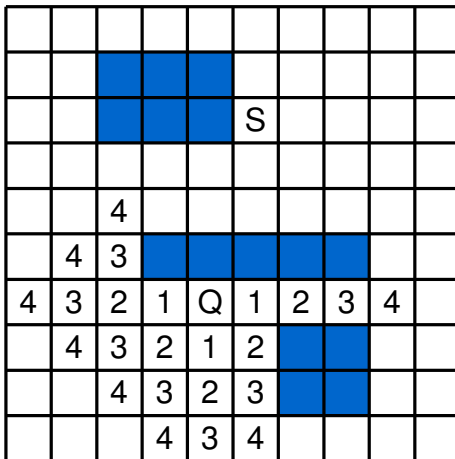
## Beispiel





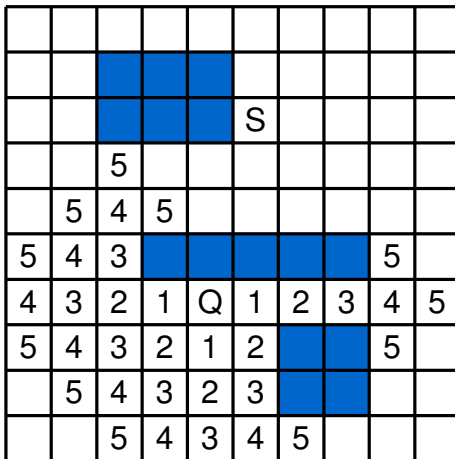
# Maze Algorithmus

## Beispiel



# Maze Algorithmus

## Beispiel



# Maze Algorithmus

## Beispiel

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   | S |   |   |   |   |
|   | 6 | 5 | 6 |   |   |   |   |   |   |
| 6 | 5 | 4 | 5 | 6 |   |   |   | 6 |   |
| 5 | 4 | 3 |   |   |   |   |   | 5 | 6 |
| 4 | 3 | 2 | 1 | Q | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 |   |   | 5 | 6 |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 3 |   |   | 6 |   |
|   | 6 | 5 | 4 | 3 | 4 | 5 | 6 |   |   |

# Maze Algorithmus

## Beispiel



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   | 7 |   |   | S |   |   |   |   |   |
| 7 | 6 | 5 | 6 | 7 |   |   |   | 7 |   |
| 6 | 5 | 4 | 5 | 6 | 7 |   | 7 | 6 | 7 |
| 5 | 4 | 3 |   |   |   |   |   | 5 | 6 |
| 4 | 3 | 2 | 1 | Q | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 |   |   | 5 | 6 |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 3 |   |   | 6 | 7 |
| 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |   |

# Maze Algorithmus

## Beispiel

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   | 8 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 8 | 7 |   |   |   | S |   |   | 8 |   |
| 7 | 6 | 5 | 6 | 7 | 8 |   | 8 | 7 | 8 |
| 6 | 5 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 7 | 6 | 7 |
| 5 | 4 | 3 |   |   |   |   |   | 5 | 6 |
| 4 | 3 | 2 | 1 | Q | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 |   |   | 5 | 6 |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 3 |   |   | 6 | 7 |
| 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

# Maze Algorithmus

## Beispiel

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 9 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 9 | 8 |   |   |   |   |   |   | 9 |   |
| 8 | 7 |   |   |   | S |   | 9 | 8 | 9 |
| 7 | 6 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 8 | 7 | 8 |
| 6 | 5 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 7 | 6 | 7 |
| 5 | 4 | 3 |   |   |   |   |   | 5 | 6 |
| 4 | 3 | 2 | 1 | Q | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 |   |   | 5 | 6 |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 3 |   |   | 6 | 7 |
| 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

# Maze Algorithmus

## Verbesserungen

- ▶ Verbesserter Speicherbedarf  
(Es reichen 2 Bit pro Zelle)
- ▶ Beschleunigung (bis zu  $10-50 \times$  schneller):
  1. In Richtung Senke DFS
  2. Bei Hindernis zum BFS umschalten
  3. Findet Weg wenn möglich, aber nicht Kürzesten
- ▶ Suchraum einschränken:
  - ▶ Von Quelle und Senke gleichzeitig propagieren
  - ▶ Bounding Box (Quelle und Senke) + 10% Sicherheit als Rahmen
- ▶ Mehrere Ebenen  
Höhere Kosten für Vias
- ▶ Multi-Terminal Netze
  - ▶ Verdrahte erst zwei Terminals
  - ▶ Den *gesamten* Pfad als Quelle für Wellenpropagation
  - ▶ Kürzester Pfad nicht mehr garantiert! (MRST)

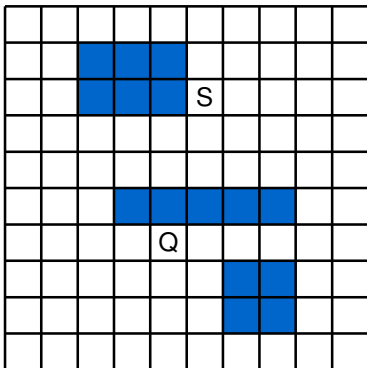


- ▶ Linien-Suche (Line Search, Line Probing)
- ▶ Mikami, Tabuchi (1968); ähnlich Hightower (1969)
- ▶ Findet Pfad wenn er existiert  
aber nicht unbedingt den kürzesten
- ▶ Idee:
  - ▶ Quelle und Senke haben eine Liste von Liniensegmenten
  - ▶ Im Ersten Schritt werden horizontale und vertikale Liniensegmente von Start und Senke ausgewählt
  - ▶ Linien enden an Hindernissen oder Grenzen
  - ▶ Schneiden sich Liniensegmente von Quelle und Senke ist ein Pfad gefunden
  - ▶ Wenn nicht, werden alle (Hightower: einer) Gitterpunkte der bisherigen Segmente Ausgangspunkt für neue (senkrechte) Liniensegmente (Fluchtpunkt/Escape Point)



# Linien-Suche

## Beispiel



1. Iteration

2. Iteration

Komplexität:  $\mathcal{O}(L)$ ,  
 $L$  = Anzahl Liniensegmente

- ▶ Hart, 1968
- ▶ Verallgemeinerung der BFS
- ▶ Praktisch weit verbreitet
- ▶ Nicht in alle Richtungen *gleichzeitig* suchen  
Die *richtige* bevorzugen
- ▶ Kostenfunktion  $c(x) = s(x) + g(x)$ 
  - $s(x)$ : Kosten von Quelle bis zu Knoten  $x$
  - $g(x)$ : Geschätzte Kosten von  $x$  bis zur Senke  
 $g$  darf nicht überschätzen (zulässig/admissible)  $\Rightarrow$  optimal
- ▶ Bei normalen BFS ist  $g(x) = 0$   
Einfache Abschätzung wäre z.B. Manhattan-Distanz



- ▶ Übliche Implementierung: Prioritätswarteschlange

```
PriorityQueue q ;
```

```
q.push(quelle, 0) ;
```

```
repeat
```

```
    next := q.pop() ;
```

```
    if next  $\neq$  senke then
```

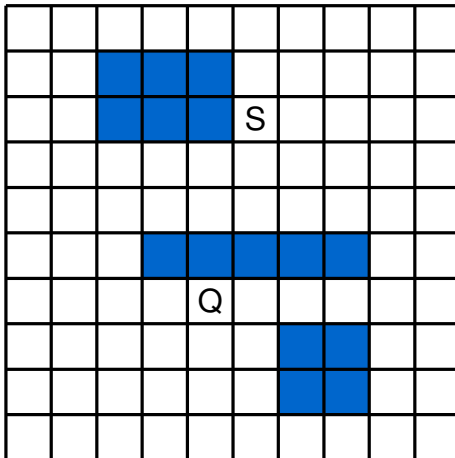
```
        foreach Nachbarzelle z von next do
```

```
            q.push(z, c(z)) ;
```

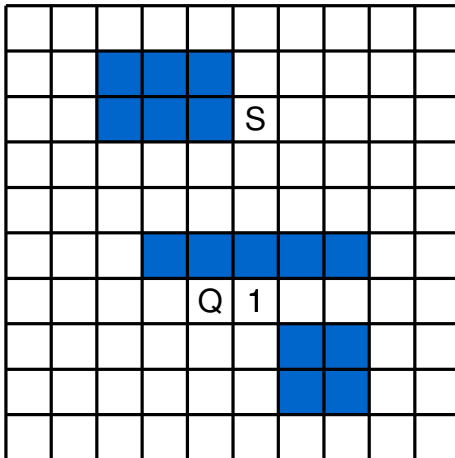
```
until next = senke;
```

- ▶ Komplexität: Worst Case wie Maze-Algorithmus

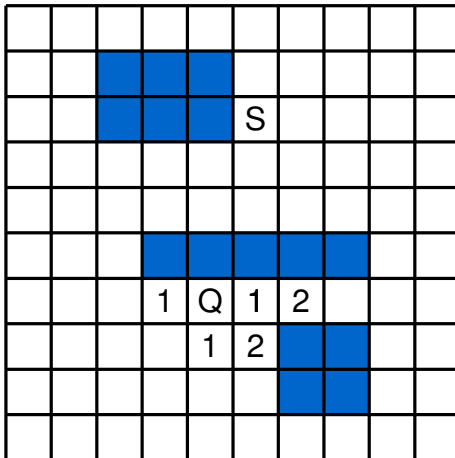
# A\*-Suche Beispiel



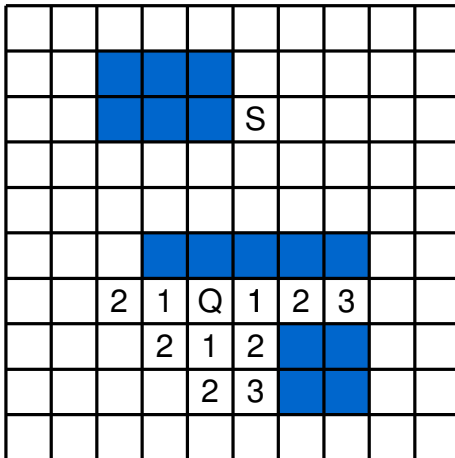
# A\*-Suche Beispiel



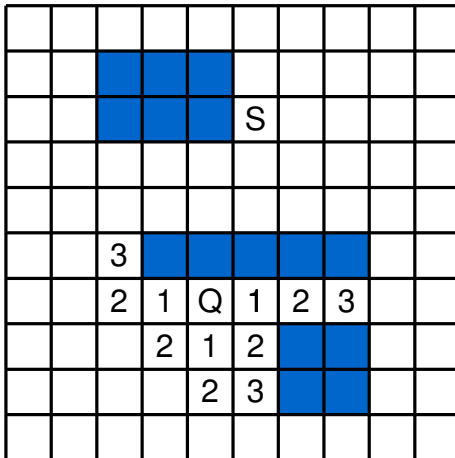
# A\*-Suche Beispiel



# A\*-Suche Beispiel

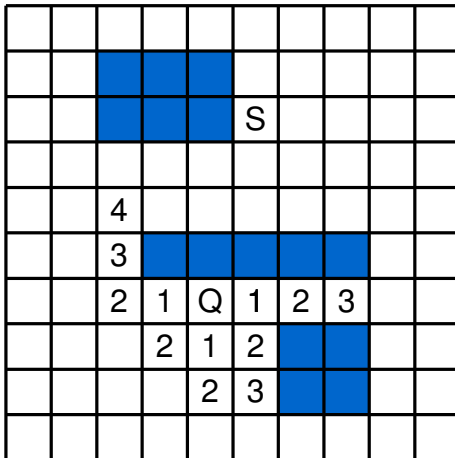


# A\*-Suche Beispiel

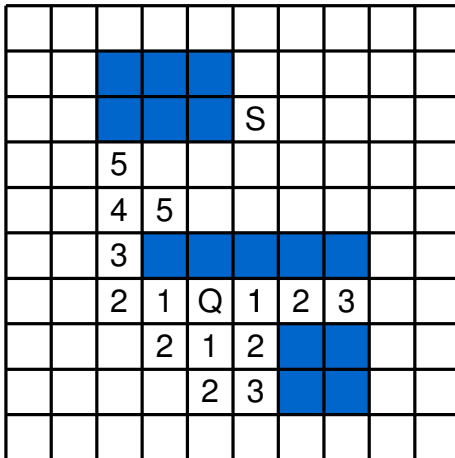




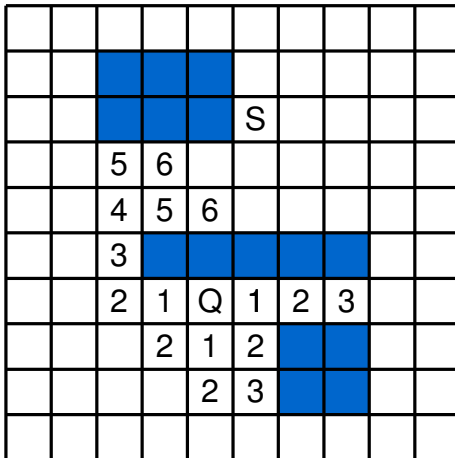
# A\*-Suche Beispiel



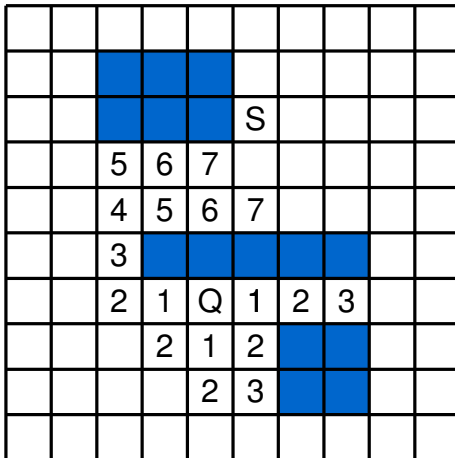
# A\*-Suche Beispiel



# A\*-Suche Beispiel

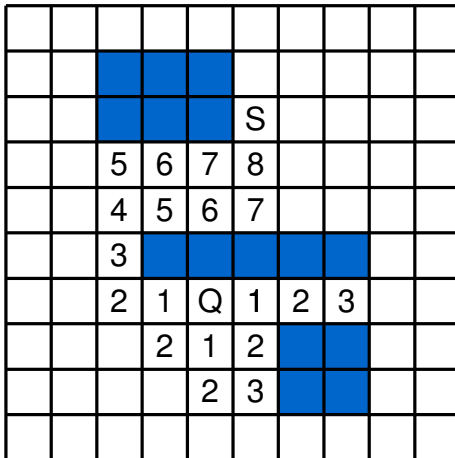


# A\*-Suche Beispiel



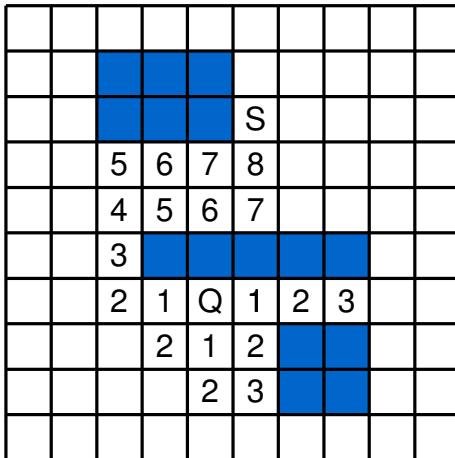
# A\*-Suche

## Beispiel



# A\*-Suche

## Beispiel





- ▶ Verdrahten aller Netze gleichzeitig
- ▶ Umgeht Problem: Welches zuerst verdrahten?
- ▶ Formulierung:

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k_i} L_{ij} \times x_{ij} \\ \text{s.t.} & \end{array}$$

$$\sum_{j=1}^{k_i} x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i,j \text{ mit } e \in T_{ij}} x_{ij} \leq C_e \quad \forall \text{ Kanten } e$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}$$

- ▶ Alle Routingbäume  $T_{ij}$  für Netz  $i$  aufzählen
- ▶  $x_{ij}$  entscheidet, ob  $T_{ij}$  gewählt wird



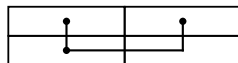
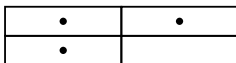
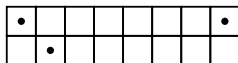
- ▶ Problem: Sehr, sehr viele Möglichkeiten  
⇒ Sehr, sehr lange Laufzeit
- ▶ Ansatz zur Beschleunigung:
  - ▶ Hierarchischer Ansatz
  - ▶ Burstein, Pelavin (1983)
  - ▶ Unterteilung Rekursiv in kleinere Gebiete  
⇒ bis nur noch  $2 \times 2$ -Gebiete übrig sind  
⇒ Kleine Anzahl (11) an möglichen Verdrahtungsbäumen
- ▶ Alle Varianten haben gemeinsam:  
Ergebnis ist potenziell nicht mehr optimal



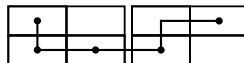
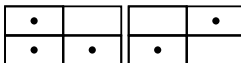
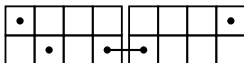
# Hierarchisches ILP

## Beispiel

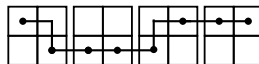
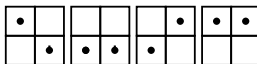
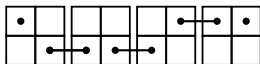
Level 1



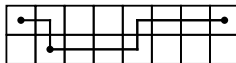
Level 2



Level 3



Lösung:



- ▶ McMurchie, Ebeling (1995); Verbesserung: Swartz, Betz, Rose (1998)
- ▶ Zielarchitektur: FPGA
  - ⇒ Begrenzte Routingressourcen
  - ⇒ Feste Kanalbreite
  - ⇒ Verdrahtbarkeit höchste Priorität  
Geschwindigkeit nachrangig
- ▶ Ideen:
  - ▶ Sequentiell
  - ▶ 2 Phasen: Signal Routing, Globales Routing
  - ▶ *Rip-up and re-route*

- ▶ *Marktwirtschaft*: Angebot und Nachfrage
  - ▶ Stark nachgefragte Ressource (Metallsegmente, Pins, ...) sind teuer
  - ▶ Wenig nachgefragte sind billig
    - Haben oft Nachteile (sind z.B. langsamer)
  - ▶ Verschiedene *Verbraucher* (=Netze) akzeptieren unterschiedliche Preise
- ▶ Versuche Gesamtbedarf zu decken (d.h. alle Netze werden verdrahtet)



- ▶ Verdrahte jedes Netz für sich alleine
  - ▶ Mit den aktuellen Ressourcenkosten
  - ▶ Ignoriere die Ressourcenbegrenzungen
- ▶ Zähle Mehrfachbelegungen
- ▶ Grundlage für Nachfrageberechnungen
- ▶ Solange Mehrfachbelegungen
  - ▶ Erhöhe Kosten für stark nachgefragte Ressourcen
  - ▶ Verwerfe gesamte Verdrahtung
  - ▶ Verdrahte nochmal mit den neuen Kosten
- ▶ Sollte nach 30-45 Iterationen konvergieren



### Signal Router:

- ▶ Verdrahtet einzelne Netze
- ▶ Herkömmlicher Maze Router
  - ▶ Verbesserungen/Alternativen möglich

### Globaler Router:

- ▶ Verdrahtet gesamte Schaltung

```
globalrouter() begin  
    count := 0 ;  
    repeat  
        | foreach Netz n do  
            | signalrouter(n) ;  
            | count++ ;  
    until (!sharedressources ||  
count > limit);  
    if count > limit then  
        | return "unrouteable" ;
```

Gerade konstruiertes Routing für  
Netz  $n$

```
Tree<RtgRsrc> signalrouter(Net n) begin
```

```
    Tree<RtgRsrc> RT ;  
    RtgRsrc i, j, w, v := nil ;  
    PriorityQueue<int,RtgRsrc> PQ ;  
    HashMap<RtgRsrc,int> PathCost ;  
    i := n.source() ;  
    RT.add(i, ()) ;  
    PathCost[*] :=  $\infty$  ;  
    PathCost[i] := 0 ;  
    foreach SinkTerminal j in n.sinks() do  
        | /* route Verbindung zur Senke j */  
    return (RT) ;
```

Wellenausbreitung

```
Tree<RtgRsrc> signalrouter(Net n) begin
```

```
    Tree<RtgRsrc> RT ;
```

```
    RtgRsrc i, j, w, v := nil ;
```

```
    PriorityQueue<int,RtgRsrc> PQ ;
```

```
    HashMap<RtgRsrc,int> PathCost ;
```

```
    i := n.source() ;
```

```
    RT.add(i, ()) ;
```

```
    PathCost[*] :=  $\infty$  ;
```

```
    PathCost[i] := 0 ;
```

```
    foreach SinkTerminal j in n.sinks() do
```

```
        _ /* route Verbindung zur Senke j */
```

```
    return (RT) ;
```

Quelle ist Bestandteil der  
Verdrahtung

```
Tree<RtgRsrc> signalrouter(Net n) begin
```

```
    Tree<RtgRsrc> RT ;
```

```
    RtgRsrc i, j, w, v := nil ;
```

```
    PriorityQueue<int,RtgRsrc> PQ ;
```

```
    HashMap<RtgRsrc,int> PathCost ;
```

```
    i := n.source() ;
```

```
    RT.add(i, ()) ;
```

```
    PathCost[*] :=  $\infty$  ;
```

```
    PathCost[i] := 0 ;
```

```
    foreach SinkTerminal j in n.sinks() do
```

```
        _ /* route Verbindung zur Senke j */
```

```
    return (RT) ;
```



Zunächst alles unerreichbar

```
Tree<RtgRsrc> signalrouter(Net n) begin
```

```
    Tree<RtgRsrc> RT ;
```

```
    RtgRsrc i, j, w, v := nil ;
```

```
    PriorityQueue<int,RtgRsrc> PQ ;
```

```
    HashMap<RtgRsrc,int> PathCost ;
```

```
    i := n.source() ;
```

```
    RT.add(i, ()) ;
```

```
    PathCost[*] :=  $\infty$  ;
```

```
    PathCost[i] := 0 ;
```

```
    foreach SinkTerminal j in n.sinks() do
```

```
        _ /* route Verbindung zur Senke j */
```

```
    return (RT) ;
```

Kosten von Quelle zu Quelle  
sind 0

```
Tree<RtgRsrc> signalrouter(Net n) begin
```

```
    Tree<RtgRsrc> RT ;
```

```
    RtgRsrc i, j, w, v := nil ;
```

```
    PriorityQueue<int,RtgRsrc> PQ ;
```

```
    HashMap<RtgRsrc,int> PathCost ;
```

```
    i := n.source() ;
```

```
    RT.add(i, ()) ;
```

```
    PathCost[*] :=  $\infty$  ;
```

```
    PathCost[i] := 0 ;
```

```
    foreach SinkTerminal j in n.sinks() do
```

```
        _ /* route Verbindung zur Senke j */
```

```
    return (RT) ;
```

```
Tree<RtgRsrc> signalrouter(Net n) begin
```

```
    Tree<RtgRsrc> RT ;  
    RtgRsrc i, j, w, v := nil ;  
    PriorityQueue<int,RtgRsrc> PQ ;  
    HashMap<RtgRsrc,int> PathCost ;  
    i := n.source() ;  
    RT.add(i, ()) ;  
    PathCost[*] := ∞ ;  
    PathCost[i] := 0 ;  
    foreach SinkTerminal j in n.sinks() do  
        | /* route Verbindung zur Senke j */  
    return (RT) ;
```



Ganze bisherige Route ist  
Ausgangspunkt

```
foreach SinkTerminal j in n.sinks() do
  PQ.clear();
  foreach v in RT.nodes() do
    PQ.add(0, v);
  repeat
    v := PQ.removeLowestCostNode();
    if v ≠ j then
      foreach w in v.neighbors() do
        if PathCost[w] > (PathCost[v] + w.cost()) then
          PathCost[w] := PathCost[v] + w.cost();
          PQ.add(PathCost[w], w);
      until v = j;
    while !(v in RT.nodes()) do
      w := v.findCheapestNeighbor(PathCost);
      RT.add(v,(w,v));
      v.updateCost();
      v := w;
```

- ▶ Kostenbasierte Wellenausbreitung
- ▶ Kosten  $\neq$  Distanz
- ▶ Verdrahtungsressourcen sind persistent (z.B. globale Variablen)
- ▶ `w.cost()` wird über alle Netze berechnet
  - ▶ Über mehrere Aufrufe vom Signal Router
  - ▶ Auch über mehrere Iterationen vom Global Router

```
foreach SinkTerminal j in n.sinks() do
    PQ.clear();
    foreach v in RT.nodes() do
        PQ.add(0, v);
    repeat
        v := PQ.removeLowestCostNode();
        if v  $\neq$  j then
            foreach w in v.neighbors() do
                if PathCost[w] > (PathCost[v] + w.cost()) then
                    PathCost[w] := PathCost[v] + w.cost();
                    PQ.add(PathCost[w], w);
    until v = j;
    while !(v in RT.nodes()) do
        w := v.findCheapestNeighbor(PathCost);
        RT.add(v,(w,v));
        v.updateCost();
        v := w;
```



## Pfadrückverfolgung

```
foreach SinkTerminal j in n.sinks() do
  PQ.clear();
  foreach v in RT.nodes() do
    PQ.add(0, v);
  repeat
    v := PQ.removeLowestCostNode();
    if v ≠ j then
      foreach w in v.neighbors() do
        if PathCost[w] > (PathCost[v] + w.cost()) then
          PathCost[w] := PathCost[v] + w.cost();
          PQ.add(PathCost[w], w);
      until v = j;
    while !(v in RT.nodes()) do
      w := v.findCheapestNeighbor(PathCost);
      RT.add(v,(w,v));
      v.updateCost();
      v := w;
```

- ▶ `v.updateCost()` aktualisiert die Daten
- ▶ Ressource jetzt benutzt  $\Rightarrow$  für Nachfolger teurer

```
foreach SinkTerminal j in n.sinks() do
  PQ.clear();
  foreach v in RT.nodes() do
    PQ.add(0, v);
  repeat
    v := PQ.removeLowestCostNode();
    if v  $\neq$  j then
      foreach w in v.neighbors() do
        if PathCost[w] > (PathCost[v] + w.cost()) then
          PathCost[w] := PathCost[v] + w.cost();
          PQ.add(PathCost[w], w);
    until v = j;
  while !(v in RT.nodes()) do
    w := v.findCheapestNeighbor(PathCost);
    RT.add(v,(w,v));
    v.updateCost();
    v := w;
```

- ▶ Fließt via Kostenfunktion  $v.cost()$  ein

$$c_v = b_v \cdot p_v$$

$b_v$ : Basiskosten eines Knotens  $v$

- ▶ Zunächst  $b_v = 1$

$p_v$ : Verteuerungsfaktor (penalty factor)

- ▶ Aktuelle Kosten für  $v$
- ▶ Erfasst hohe Nachfrage
- ▶ Beginnt klein, wächst mit der Zeit

$$p(v) = 1 + \max(0, [\text{occupancy}(v) + 1 - \text{capacity}(v)] \cdot p_{\text{fak}})$$

$\text{occupancy}(v)$ : Belegungszahl der Ressource  $v$

$\text{capacity}(v)$ : Belegungskapazität der Ressource  $v$

$p_{\text{fak}}$ : Ist = 0.5. Nach jeder Iteration des globalen Router  $\times 2$

- ▶ Bei jeder Netzänderung  $\text{occupancy}(v)$  aktualisieren  
(passiert in  $v.updateCost()$ )



# PathFinder

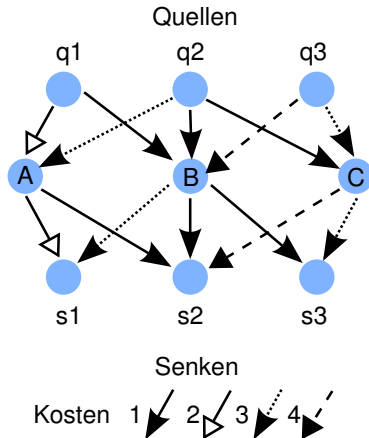
## Beispiel $p_v$

- ▶ Mit Maze-Router abhängig von Reihenfolge der Netze

1,2,3 Gesamtkosten = 17

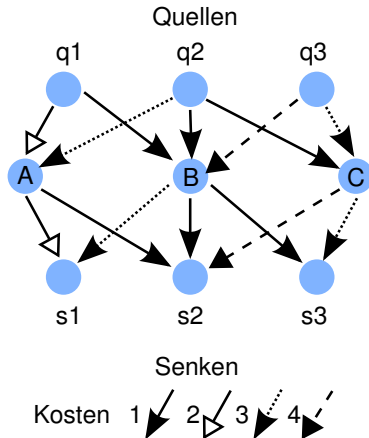
2,1,3 Gesamtkosten = 15

3,2,1 Unroutbar!



# PathFinder

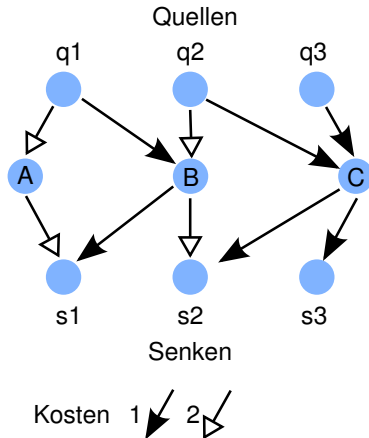
## Beispiel $p_v$



# PathFinder

## Beispiel $h_v$

- ▶ Routingreihenfolge 1,2,3
- ▶ C doppelt belegt
- ▶ Lösung: Netz 1 muss für Netz 2 platz machen
- ▶ Problem hierbei: 1 ist gar nicht behindert, geht also selbst mit  $p_v$  nicht freiwillig



# PathFinder

## Historische Überbelegung $h_v$

- ▶  $p_v$  reicht alleine nicht aus
- ▶ Besseres *Gedächtnis* einführen
  - ▶ Historische Überbelegungen (historic congestion) erhöhen aktuellen Preis
  - ▶  $h_v$  **akkumuliert** alle Mehrfachbelegungen
  - ▶  $p_v$  sieht nur aktuelle
  - ▶ Kostenfunktion erweitern:

$$c_v = b_v \cdot p_v \cdot h_v$$

- ▶ Aktualisiere einmal pro Global Router Iteration (Startwert  $h(v)^1 = 1$ ):

$$h(v)^i = h(v)^{i-1} + \max(0, \text{occupancy}(v) - \text{capacity}(v))$$

- ▶ Idee: Verzögerung der Routing Ressourcen einfließen lassen
  - ▶ Führt aber zu Verschlechterung!
- ▶ Besser: Feste Kosten  
Benötigt 10% weniger Tracks als mit variablen  $b_v$
- ▶ Idee zur Beschleunigung:
  - ▶ Bevorzuge Input Pins:
    - ▶ Niedrigere Kosten
    - ▶ *Lockt* Maze Router via PriorityQueue PQ schneller zu sinks
- ▶ Vorschlag:
  - ▶ Input Pins  $b_v = 0.95$
  - ▶ Alle anderen Elemente  $b_v = 1$

# PathFinder

## Finaler Globaler Router



Graph<RtgRsrc> RRG ;

globalrouter(Set<Nets> N) **begin**

    HashMap<Net, Tree<RtgRsrc> NRT ;

    count := 0 ;

    pv := 0.5 ;

**repeat**

**foreach** Netz  $n \in N$  **do**

            NRT[n].unroute() ;

            NRT[n] := signalrouter(n) ;

        pv := 2 \* pv ;

        count++ ;

**foreach**  $r$  in RRG.Edges **do**

            r.updateHistory() ;

            r.updateWith(pv) ;

**until** (!sharedresources || count > limit);

**if** count > limit **then**

        return "unrouteable" ;

Routing Ressource Graph

# PathFinder

## Finaler Globaler Router

```
Graph<RtgRsrc> RRG ;
globalrouter(Set<Nets> N) begin
  HashMap<Net, Tree<RtgRsrc> NRT ;
  count := 0 ;
  pv := 0.5 ;
  repeat
    foreach Netz n ∈ N do
      NRT[n].unroute() ;
      NRT[n] := signalrouter(n) ;
    pv := 2 * pv ;
    count++ ;
    foreach r in RRG.Edges do
      r.updateHistory() ;
      r.updateWith(pv) ;
  until (!sharedresources || count > limit);
  if count > limit then
    return "unrouteable" ;
```

rip up-Funktion muß  $p_v$   
aktualisieren

# PathFinder

## Finaler Globaler Router

```
Graph<RtgRsrc> RRG ;
globalrouter(Set<Nets> N) begin
  HashMap<Net, Tree<RtgRsrc> NRT ;
  count := 0 ;
  pv := 0.5 ;
  repeat
    foreach Netz n ∈ N do
      NRT[n].unroute() ;
      NRT[n] := signalrouter(n) ;
    pv := 2 * pv ;
    count++ ;
    foreach r in RRG.Edges do
      r.updateHistory() ;
      r.updateWith(pv) ;
  until (!sharedresources || count > limit);
  if count > limit then
    return "unrouteable" ;
```

$h_v$  aktualisieren



# PathFinder

## Finaler Globaler Router

```
Graph<RtgRsrc> RRG ;
globalrouter(Set<Nets> N) begin
  HashMap<Net, Tree<RtgRsrc> NRT ;
  count := 0 ;
  pv := 0.5 ;
  repeat
    foreach Netz n ∈ N do
      NRT[n].unroute() ;
      NRT[n] := signalrouter(n) ;
    pv := 2 * pv ;
    count++ ;
    foreach r in RRG.Edges do
      r.updateHistory() ;
      r.updateWith(pv) ;
  until (!sharedresources || count > limit);
  if count > limit then
    return "unrouteable" ;
```

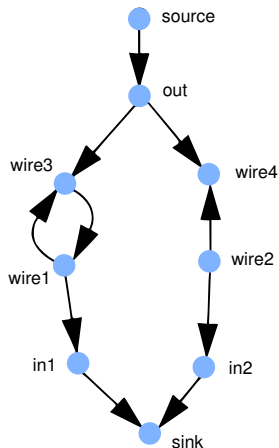
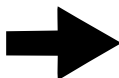
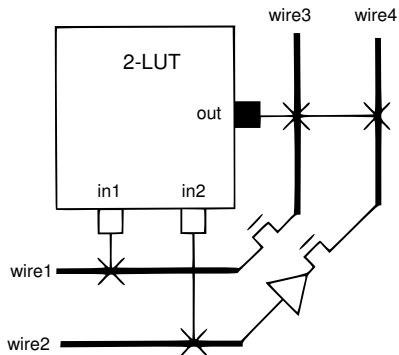
Gesamtkosten aktualisieren



- ▶ Fundamentale Datenstruktur
- ▶ Modelliert vorhandene Ressourcen und Verbindungsnetzwerk
- ▶ Knoten: Konkrete Verdrahtungs Ressourcen
  - ▶ Leitungen (Verdrahtungssegmente)
  - ▶ Pins
- ▶ Kanten: Möglichen Verbindungen dazwischen
  - ▶ Schalter (Pass-Transistoren, bidirektional)
  - ▶ Buffer (unidirektional)
- ▶ Äquivalente Pins:
  - ▶ Outputs: Source-Knoten
  - ▶ Inputs: Sink-Knoten
  - ▶ Fassungsvermögen (capacity): Anzahl der In/Out-Pins

# Routing-Ressource-Graph

## Beispiel



# PathFinder

## Weitere Verbesserungen

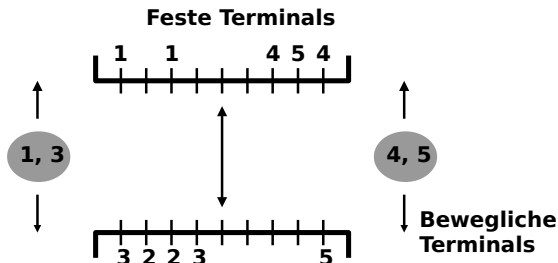
- ▶ Ausbau auf Verzögerung:
  - ▶ Erweitern der Kostenfunktion um Criticality Abart

$$Crit(i, j) = \max\left(0.99 - \frac{slack(i, j)}{D_{max}}, 0\right)$$

$$cost(u, v) = Crit(u, v) \cdot d_{u,v} + [1 - Crit(u, v)] \cdot b_v \cdot h_v \cdot p_v$$

- ▶  $d_{u,v}$ : Verzögerung von  $u$  nach  $v$
- ▶ Verbesserung der Suche (ohne Verzögerungsorientierung)
  - ▶ Alte Wellenfront in PQ nicht verwerfen  
funktioniert **nur** bei reiner Verdrahtungsorientierung
  - ▶ Aufteilung der Fläche in *Bins*, und nur Punkte im Bin des Ziels expandieren
  - ▶ Suche nur auf Bounding-Box (+ etwas *Luft*) beschränken
  - ▶ Gerichtete Tiefensuche auf das Ziel zu

- ▶ Verdrahtung von Netzen in rechteckigem Kanal



- ▶ Oben und unten feste Terminals, links und rechts bewegliche
- ▶ Ziel: Minimiere Fläche (min. Länge, min. Vias)

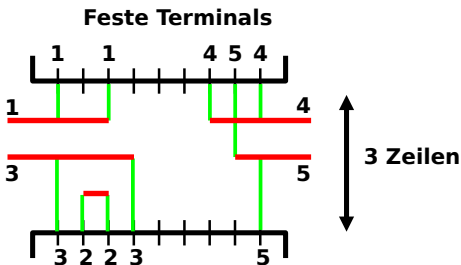


- ▶ Variante: Switchbox-Verdrahtung
  - ▶ Alle Terminals und Abmessung an allen Seiten fest
- ▶ Klassisches Modell:
  - ▶ Verdrahtung läuft auf Einheitsraster
  - ▶ Zwei Verdrahtungsebenen
    - ▶ Getrennt für horizontale und vertikale Segmente
    - ▶ Vermindert übersprechen
    - ▶ Kleinerer Lösungsraum (schnellere aber potentiell schlechtere Lösung)
  - ▶ Ein (1) horizontales Segment pro Netz  
Ausnahme: Bei Konfliktauflösung 2 H-Segmente
- ▶ Mögliche Erweiterungen:  
Rasterlos, 45°-Verbindungen, mehr als 2 Ebenen, Doglegs, ...

# Kanalverdrahtung

## Beispiel im klassischen Modell

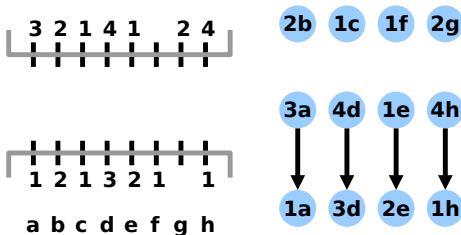
- ▶ Verdrahtung von Netzen in rechteckigem Kanal



# Kanalverdrahtung

## Vertikale Einschränkungen

- ▶ Zwei *gegenüberliegende* Terminals
  - ▶ Oberes Segment in den Kanal **muß** über unterem Segment im Kanal liegen (sonst Kurzschluß)
  - ▶ Vertikaler Einschränkungsgraph (Vertical Constraint Graph/VCG)
  - ▶ VCG alleine: Wenig aussagekräftig
- Ein verbundenes Knotenpaar pro gegenüberliegenden Terminals

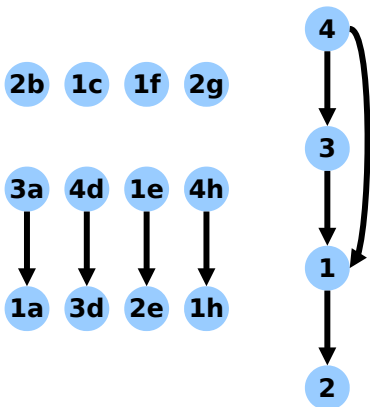




# Kanalverdrahtung

## Vertikale Einschränkungen

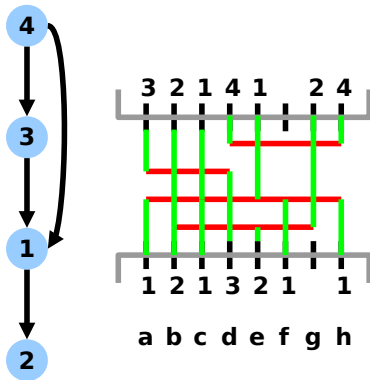
- ▶ Zusätzliche Forderung im klassischen Modell
  - ▶ Alle Terminals eines Netzes laufen auf *einem* horizontalem Segment
- ⇒ Alle Segmente eines Netzen enden in *einer* Zeile
- ▶ Darstellung im VCG
  - ▶ Verschmelzen der Terminal-Knoten zu einem Knoten pro Netz



# Kanalverdrahtung

## Vertikale Einschränkungen

- Eindeutige Lösung des Beispiels



# Kanalverdrahtung

## Vertikale Einschränkungen



- ▶ Hier gezeigt: Extremformen von VCGs
  - ▶ Vollständig verschmolzen/getrennt
- ▶ Auch möglich: Zwischenstufen
  - ▶ Ein Knoten pro horizontalem Segment
- ▶ Was tun bei Zyklen im VCG?
  - ▶ Mehr als ein H-Segment pro Netz notwendig
  - ▶ Lösung: Knoten auftrennen!
  - ▶ Führt zu VCG-Zwischenformen



- ▶ Einschränkungen

Vertikale: VCG

Horizontale: Im klassischen Modell:

- ▶ Keine Überlappung zwischen H-Segmenten verschiedener Netze in gleicher Zeile (sonst Kurzschluß)
- ▶ Falls nur vertikale Einschränkungen:
  - ▶ Berechnung des längsten Pfades
- ▶ Falls keine vertikalen Einschränkungen:
  - ▶ Keine gegenüberliegenden Terminals  
⇒ Left-Edge Algorithmus (1971)
- ▶ Falls horiz. und vertikale existieren  
⇒ NP-Vollständig!

# Kanalverdrahtung

## Left-Edge Algorithmus



- ▶ Modelliere Netz  $i$  als Intervall

$$[X_{i_{min}}, X_{i_{max}}]$$

- ▶ Begrenzt durch Position der linken und rechten Terminals
  - ▶ Ausreichend, da keine vertikalen Einschränkungen  
Zeile des H-Segments kann *überall* erreicht werden
  - ▶ Lokale Dichte in Spalte  $x$ :  $d(x)$   
Anzahl von Intervallen, die Spalte  $x$  enthalten
  - ▶ Maximale lokale Dichte  $d_{max} = \max_x d(x)$  ist untere Schranke für Anzahl Zeilen
  - ▶ Optimale Lösung:
    - ▶ Packe nicht-überlappende Intervalle in eine Zeile
    - ▶ Greedy
- ⇒ Minimale Anzahl von Zeilen

# Left-Edge Algorithmus

## Algorithmus

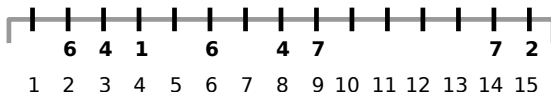


```
leftEdge(list<interval> i_list) begin
```

```
    /* intervalle in i_list nach aufsteigender linker koordinat sortiert */ set<set<interval > > solution ;  
    set<interval> row ;  
    interval f ;  
    solution :=  $\emptyset$  ;  
    while !i_list.empty() do  
        f := i_list.head() ;  
        i_list := i_list.tail() ;  
        row :=  $\emptyset$  ;  
        repeat  
            row := row  $\cup$  {f} ;  
            f := erstes Element in i_list ohne Überlappung mit f ;  
            i_list.remove(f) ;  
        until f = nil ;  
        solution := solution  $\cup$  {row} ;  
    return (solution);
```

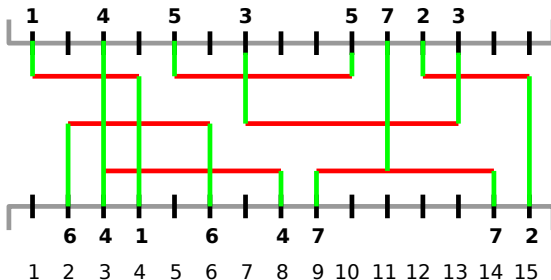
# Left-Edge Algorithmus

## Beispiel



# Left-Edge Algorithmus

## Beispiel





# Left-Edge Algorithmus

## Komplexität

- ▶ Entspricht als graphentheoretisches Problem dem Färbeproblem:  
Bestimme minimale Anzahl von Farben, so dass keine benachbarten Knoten die gleiche Farbe haben (Farben  $\leftrightarrow$  Zeilen)
  - ▶ Klassisches NP-vollständiges Problem
  - ▶ Für Intervallgraphen aber in P
  - ▶  $n$  Intervalle
  - ▶  $d$  Zeilen
  - ▶ Sortieren nach linker Koordinate  $\mathcal{O}(n \log n)$
  - ▶ Äußere Schleife:  $d$  Durchläufe
  - ▶ Innere Schleife: max.  $n$  Intervalle betrachten
- $\Rightarrow \mathcal{O}(n \log n + d n)$   
Kann noch verbessert werden:  $\Theta(n)$

# Kanalverdrahtung

## Robuster Kanalrouter (Yoeli)



- ▶ Heuristik (Yoeli, 1991)
- ▶ Iteriert über alle Zeilen im Kanal
- ▶ Verkleinert Problem mit jeder Iteration
- ▶ Wechselt zwischen oberster/unterster Zeile  
Arbeitet sich zur Kanalmitte vor
- ▶ Zwei Phasen
  1. Berechnen von Gewichten für Netze  
Wie gut wäre aktuelle Zeile für Netz?
  2. Selektion von Untermenge mit maximalem Gewicht  
Heuristik bei Verletzung vertikaler Einschränkungen

# Robuster Kanal-Router

## Berechnung der Gewichte $w_i$ für Netz $i$

1. Falls  $i$  Spalten der maximalen Dichte überspannt:

$$w_i = w_i + B \quad (B \text{ groß})$$

Hoffe auf Verringerung der max. Dichte, unabhängig von Seite (steepest descent)

2. Falls  $i$  ein Terminal auf der *aktuellen* Seite (oben/unten) auf Spalte  $x$  hat:

$$w_i = w_i + d(x) \quad (\forall \text{ Spalten } x)$$

Bevorzuge Netze mit Terminals auf aktueller Seite

3. Für alle Spalten  $x$  bei denen eine vertikale Einschränkung verletzt würde:

$$w_i = w_i - K d(x) \quad (5 \leq K \leq 10)$$

Bestrafe verletzte Einschränkung



- ▶ Regeln typisch für Heuristiken
  - ▶ Robust
    - ▶ Unempfindlich gegen kleine Änderungen
  - ▶ Nach Bestimmung der Gewichte
    - ▶ Finde Netz-Untermenge mit maximalem Gewicht, die in dieselbe Zeile passen
      - ▶ Ohne Verletzung horizontaler Einschränkungen
    - ▶ Verwende Intervallgraphen
      - ▶ Kante zwischen Knoten überlappender Intervalle
    - ▶ Unabhängige Menge (Menge unverbundener Knoten)
    - ▶ Unabhängige Menge maximalen Gewichts
      - Für Intervallgraphen in P, allgemein NP-vollständig
    - ▶ Vorgehensweise: Dynamisches Programmieren
      - ▶ Konstruiere optimale Lösungen aus Teillösungen
- Komplexitätsparameter  $\gamma : 1 \leq \gamma \leq \text{Kanallänge}$

# Robuster Kanal-Router

## Dynamisches Programmieren



- ▶  $\gamma =$  Spalte  $c$   
Betrachte nur Netze mit **rechtem** Ende  $\leq c$
- ▶ Bestimme Lösung  $\gamma = c$  aus Lösung  $\gamma < c$ 
  - ▶ Altes Maximalgewicht plus Netz  $n$  mit rechtem Ende in Spalte  $c$   
Es exist. max. zwei solcher Netze (Terminals oben und unten)
  - ▶  $n$  Teil der optimalen Lösung, falls  
Gewicht von  $n$  plus Gewicht bestehender Netze **ohne Überlappung** mit  $n \geq$  max. Gewicht ohne  $n$



- ▶ Für Spalte  $c$  ausgewähltes Netz merken
  - ▶ In `selected_net[c]`
  - ▶ Kann leer sein (= 0, kein neues dazugekommen)
  - ▶ Letztes (=rechtes) Netz immer in Lösung
  - ▶ Dann nach links suchen
    - Nach **nicht-überlappendem** Netz
  - ▶ Wiederhole bis linker Rand erreicht



- ▶ Annahme:  $d_{max}$  (untere Schranke) Durchgänge reichen  
⇒ Wäre optimale Lösung
- ▶ Nur der *Versuch* der Vermeidung von V-Konflikten, keine Garantie
- ▶ Falls V-Konflikte unvermeidbar:
  - ▶ Entferne ein oder mehrere Netze (Auswahl heuristisch)
  - ▶ Verdrahte Netze mit Maze-Routing
  - ▶ Rip-up and re-route Ansatz
  - ▶ Garantiert keine Lösung!
- ▶ Falls sich herausstellt, dass keine Lösung:
  - ▶ Erneuter Durchlauf mit zusätzlicher Zeile  
Ggf. auch zusätzlicher Spalte

# Robuster Kanalrouter Algorithmus



```
RobustRouter(placed_netlist N) begin
  set<int> row ;
  seq<set<int> > S ;
  int[channel_width+1] totalwght, selected_net ;
  bool top ;
  int height, c, r, i ;
  top := true ;
  height := N.dmax() ;
  for (r := 1 ; r ≤ height ; ++r) do
    *SIEHE RECHTE SPALTE* ;
    while c > 0 do
      if (selected_net[c] != 0) then
        n := selected_net[c];
        row := row ∪ {n} ;
        c :=  $x_{n_{min}} - 1$  ;
      else
        c := c-1 ;
      end if
    end while
    S.append(row);
    top := !top;
    N := N ohne Netze in row;
  *Im Falle von V-Konflikten Maze-Routing anwenden*
```

```
foreach Netze  $i \in$  netlist N do
   $w_i := i.compute\_weight(N, top)$  ;
  totalwght[0] := 0 ;
  for (c:=1; c ≤ channel_width; ++c) do
    selected_net[c] := 0 ;
    totalwght[c] := totalwght[c-1] ;
    if ( $\exists$  Netz n:rechtes Terminal Spalte c, oben) then
      if ( $w_n + totalwght[x_{n_{min}} - 1] > totalwght[c]$ ) then
        totalwght[c] :=  $w_n + totalwght[x_{n_{min}} - 1]$ ;
        selected_net[c] := n;
      end if
    end if
    if ( $\exists$  Netz n:rechtes Terminal Spalte c, unten) then
      if ( $w_n + totalwght[x_{n_{min}} - 1] > totalwght[c]$ ) then
        totalwght[c] :=  $w_n + totalwght[x_{n_{min}} - 1]$  ;
        selected_net[c] := n ;
      end if
    end if
  end for
  row :=  $\emptyset$  ;
  c := channel_width ;
```

► Ggf. Wiederholung mit erhöhter Breite/Länge





- ▶ Wo sind die Kanäle? Channel Definition Problem (CDP)
- ▶ Reihenfolge für die Verdrahtung der Kanäle?  
Channel Ordering Problem (COP)
- ▶ Standardzellen-Entwurf
  - ▶ Bei rein lokaler Verdrahtung  
⇒ Reihenfolge egal, Kanäle sind zwischen den Zellreihen
  - ▶ Bei nicht lokaler: Globale Verdrahtung
    - ▶ Trennt Netze auf einzelne Kanäle auf
    - ▶ Übergang zwischen den Kanälen  
(Feedthroughs, reservierte Verdrahtungsebenen)
    - ▶ Idee: RSMT
- ▶ Bei Slicing Floorplans einfache Lösung:
  - ▶ Schnittlinien bilden Kanäle
  - ▶ Form/Größe abhängig von Reihenfolge
  - ▶ Reihenfolge definiert durch Schnittbaum (DFS mit Post-Order Durchlauf)



- ▶ Verdrahtung
- ▶ Globale, lokale und Kanalverdrahtung
- ▶ Lösungsalgorithmen:
  - ▶ Maze-Algorithmus (Lees Algorithmus)
  - ▶ Liniensuche
  - ▶ A\*-Suche
  - ▶ Pathfinder
  - ▶ ILP-Formulierung
  - ▶ Left-Edge Algorithmus
  - ▶ Robuster Kanalrouter