Algorithmen im Chip-Entwurf 3

Timing-Analyse
und
Heuristiken

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

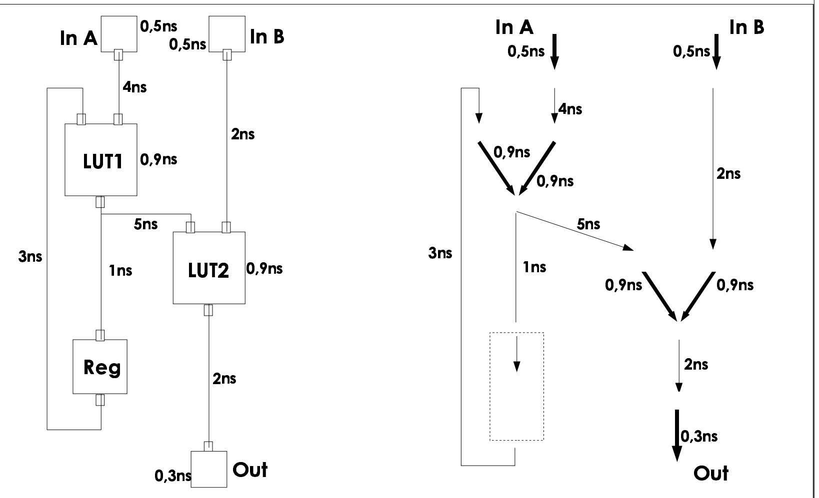
Übersicht

- Timing-Analyse
- Vereinfachtes Beispielproblem
  - Unit-Size Placement Problem (UPP)
- Heuristiken
  - Nachbarsuche
  - Simulated Annealing
  - Tabu-Suche
  - Genetische Algorithmen
- Zusammenfassung

Grundlagen Timing-Analyse

- Wozu?
  - Analysiere fertige Layouts
  - Analysiere einzelne Verbindungen während Layouterzeugung
    - Erkenne kritische Verbindungen
    - Behandele diese mit Vorrang
- Worauf?
  - Schaltungselemente
    - Gatter, Wertetabellen (*LUT*), Register, I/O-Blöcke, ..
    - Bleiben konstant, exakte Verzögerungen bekannt
  - Netze
    - Nur nach Layouterzeug. bekannt, vorher *schätzen*

Modellierung



- Auf „4-partitem“ Graph
  - Externe Ein-/Ausgänge, Ein-/Ausgangs-Ports

Berechnung Ankunftszeit

- **Ankunftszeit (Arrival) an Knoten *v*:**

$$T_a(v) = \underset{(u,v)\in E}{Max}\,(T_a(u) + w(u,v))$$

- **Idee: BFS oder zyklenfreier LP**
  - **Beginne mit $T_a(v) = 0$ mit Knoten *v*:**
    - **Externer Eingang, Registerausgang**
  - **Bearbeite Knoten mit bearbeiteten Vorgängern**
  - **Späteste Gesamtankunftszeit D_{max} = Taktper.**
    - **An externem Ausgang oder Registereingang**
      - **Im Beispiel 13,6ns**

Spätestmögliche Ankunftszeit

- **Wie unwichtig sind unkritische Netze?**
  - **Idee: Verschiebbare Elemente bei Kompakt.**
  - **Hier auf Zeitintervalle anwenden (*slack*)**
  - **„Wieviel langsamer kann ein Netz werden, ohne dass die gesamte Schaltung leidet?"**
- **Berechnung**
  - **Mittels spätestmöglicher Ankunftszeit**
    - **Required time $T_r(u)$ an Knoten *u***
    - **Spätestmöglicher Ankunftszeitpunkt von Signalen**
      - **Sonst Verlangsamung der ganzen Schaltung**
    - **Analog Kompaktierungsbeispiel**
      - **Rechteste Position ohne Breitenvergrößerung**

Berechnung $T_r(u)$ & slack(*u,v*)

- **Beginne mit $T_r(u) = D_{max}$ bei Knoten *u*:**
  - **Externer Ausgang, Registereingang**
- **Nun BFS/LP *rückwärts***
- **Bearbeite Knoten**
  - **Nur mit komplett bearbeiteten Vorgängern**
    - **Rückwärts: Vorgänger hier sind sonst Nachfolger!**

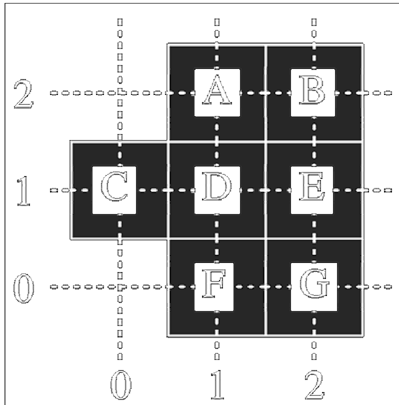
$$T_r(u) = \underset{(u,v)\in E}{Min}\,(T_r(v) - w(u,v))$$

- **Slack einer *Verbindung* von *u* nach *v***

$$\text{slack}(u,v) = T_r(v) - T_a(u) - w(u,v)$$

- **Beachte: Auf kritischem Pfad slack = 0**

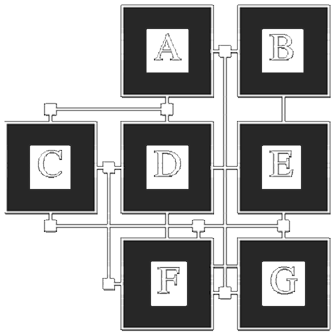
Beispielanwendung UPP 1



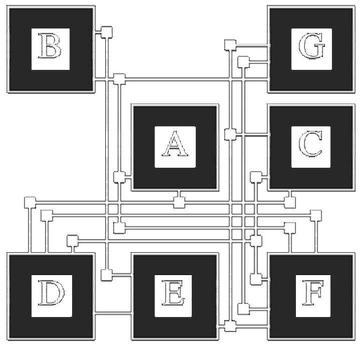
- **Eingabe:**
  - **1x1 Zellen**
  - **Netzliste**
- **Plaziere Zellen**
  - **Auf 1x1 Raster**
  - **Überlappungsfrei**
- **Minimiere Fläche**
  - **Platz für Verdrahtung**

n1: A, B, F, G
n2: B, E
n3: D, E
n4: A, C, D
n5: C, D, F
n6: C, E, F, G
n7: D, F
n8: F, G

Unit-Size Placement 2



Plazierung mit Verdrahtung



Schlechtere Plazierung

- Mehr Verdrahtungsspuren

Problem: Bestimmung der Qualität

- Komplette Verdrahtung dauert zu lange
- Abschätzen

Art der Probleme

- Viele Probleme im Bereich VLSI CAD sind
  - NP-vollständig
  - NP-hart
    - Mindestens so aufwendig wie NP-vollständig

➔ Exakt lösbar nur für kleine Problemgrößen

- Falls sub-optimale Lösungen akzeptabel
  - Näherungsverfahren
    - Garantieren eine vorgegebene Lösungsqualität
    - Nicht allgemein formulierbar
  - Heuristiken
    - In der Praxis: Schwankende Lösungsqualität

Darstellung einer „Lösung“

- Problem-spezifisch
- Algorithmen-spezifisch

- Grundsätzlich unterscheidbar
  - Vollständige Lösung
    - Alle Unbekannten haben gültige Werte
    - ➟ Algorithmus *könnte* beliebig beendet werden
  - Unvollständige Lösung
    - Einige/alle Unbekannte sind noch unbestimmt
    - ➟ Algorithmus *muss* weiterrechnen

Definitionen

- Instanz $I = (F, c)$
  - Lösungsraum F
  - Kostenfunktion $c: F \rightarrow \mathbb{R}$
- Lösung $\underline{f} \in F: \underline{f} = (f_1, \ldots, f_n)^T$
  - Explizite Einschränkungen: Wertebereiche f_i
  - Implizite Einschränkungen: Abhängigkeiten
- Teillösung $\tilde{\underline{f}}$
  - Einige f_i undefiniert
  - Spannt Unterraum von F auf

Nachbarsuche 1

- Starte mit einer vollständigen Lösung
- Bestimme „Nachbarn“ der Lösung
  - Andere Lösungen „nahe“ an existierender
  - Definition von „Nähe“ ist problemspezifisch
- Wähle „besseren“ Nachbarn aus
- Wiederhole

Nachbarsuche 2

- Formal
  - Problem $I = (F, c)$
  - Lösung $\underline{f} \in F$
  - Nachbarschaft $N: F \to 2^F$
    - Potenzmenge 2^F: Menge der Untermengen von F
  - Nachbar $\underline{g} \in N(\underline{f})$
- Beispielzug UPP: Vertausche zwei Zellen
  - n Zellen, $(n-1)$ Partner
  - Komplexere Züge möglich
    - Tausche 3 Zellen, tausche Regionen, ...

$$|N(\vec{f})| = \frac{n(n-1)}{2}$$

Nachbarsuche 3

- Welches $\underline{g} \in N(\underline{f})$ wählen?
- Ziel: Kostenreduzierung bezüglich c
- Also wähle $\underline{g}$ mit
  $c(\underline{g}) < c(\underline{f})$
- Ende mit $\underline{f}$ bei
  $c(\underline{g}) \geq c(\underline{f})$ für alle $\underline{g} \in N(\underline{f})$

Nachbarsuche 4

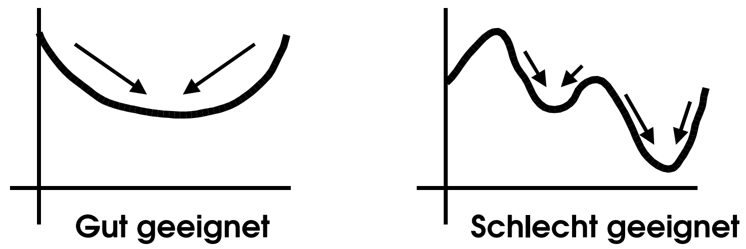
```
local_search() {
    feasible_solution f;
    set<feasible_solution> G;

    f := initial_solution();
    do {
        G := {g | g ∈ N(f) ∧ c(g) < c(f)};
        if (G ≠ Ø)
            f := G.pickany();
    } while (G ≠ Ø);
    report(f);
}
```

- Initialisierung
- Strategien
  - Erste Verbesserung
  - Steilster Abstieg

Nachbarsuche 5

- „Form“ der Kostenfunktionen



- Steckenbleiben in lokalen Minima
  - Betrachte größere Nachbarschaften
  - Mehrere Läufe mit anderen Startlösungen
  - Adaptiere Größe der Nachbarschaft

Simulated Annealing 1

- Akzeptiere verschlechternde Züge
  - Aber bessere Strategie als reiner Zufall!
- Simulated Annealing (SA)
  - Simuliertes Erstarren
  - Inspiriert vom physikalischen Erstarrungsprozessen
    - Schnelles Erstarren ("Schockfrosten")
      - Hohe innere Spannung = hohe Energie
    - Langsames Abkühlen
      - Niedrige innere Spannung = niedrige Energie

Simulated Annealing 2

- Physik
  - Hohe Anfangstemperatur (flüssiges Material)
  - Moleküle können sich frei anordnen
  - Langsames Abkühlen
  - Bewegungsfreiheit wird schrittweise weiter eingeschränkt
  - Moleküle ordnen sich in Konfiguration niedrigster Energie an
  - Am besten bei *sehr langsamer* Abkühlung

Simulated Annealing 3

- Optimierung
  - Energie entspricht Kostenfunktion
  - Bewegung der Moleküle entspricht Zügen
  - Temperatur entspricht Kontrollparameter T
    - Wie frei dürfen sich Moleküle bewegen? = Welche Züge sind noch akzeptabel?
    - Niedrigere Energie/Kosten: Immer akzeptiert

$$c(\vec{g}) \le c(\vec{f})$$

    - Höhere Energie/Kosten: Akzeptiert bei

$$\Delta c = c(\vec{g}) - c(\vec{f}) \quad \text{mit} \quad e^{\frac{-\Delta c}{T}}$$

Simulated Annealing 4

$$\Delta c = c(\vec{g}) - c(\vec{f}) \quad \text{mit} \quad e^{\frac{-\Delta c}{T}} = \frac{1}{e^{\frac{\Delta c}{T}}}$$

- **Hohe Temperaturen**
  - **Akzeptiere fast alle schlechten Züge**
- **Niedrige Temperaturen**
  - **Akzeptiere fast keine schlechten Züge mehr**
- **Physik: Boltzmann-Verteilung**
  - **Statistische Mechanik**

Simulated Annealing 5

```
feasible_solution bsf;

int accept(feasible_solution f, g) {
  float Δc;

  Δc := c(g) - c(f);
  if (Δc ≤  0) {
      if (c(g) < c(bsf))
          bsf := g;
      return (1);
  } else
      return (exp(-Δc/T) > random(1));
}
```

```
simulated_annealing() {
  feasible_solution f, g;
  float T;

  T := initial_temperature();
  f := initial_solution();
  bsf := f;

  do {
      do {
          g := N(f).pickany();
          if (accept(f, g))
              f := g;
      } while (!thermal_equilibrium(T));
      T := new_temperature(T);
  } while (!stop());

  report(bsf);
}
```


Simulated Annealing 6

- **initial_temperature()**
  - **Bestimmt ausreichend hohe Starttemperatur**
- **initial_solution()**
  - **Bestimmt Startlösung**
    - **Zufällige, aber gültige Lösung OK!**
- **thermal_equilibrium()**
  - **Gleichgewicht auf einer Temperaturstufe**
- **new_temperature()**
  - **Bestimmt nächsten Temperaturschritt**
- **stop()**
  - **Abbruchkriterium**
- **BSF: „Best so far“, beste bisherige Lsg.**
  - **Letzte Lösung ist nicht immer die beste!**

Simulated Annealing 7

- **TimberWolf: Standard Cell-Placer**
  - **Start mit T = 4.000.000**
  - **Stop bei T<0,1**
  - **Equilibrium abhängig von Problemgröße**
    - **100 Züge pro Zelle bei 200 Zellen**
    - **700 Züge pro Zelle bei 3000 Zellen**
  - **Abkühlen**
    - **Anfangs mit $T_n = 0{,}8\,T$**
    - **Im Mittelbereich mit $T_n = 0{,}95\,T$**
    - **Gegen Ende mit $T_n = 0{,}8\,T$**

→Cooling Schedule

Simulated Annealing 8

- Bei geeigneter Cooling Schedule
  - SA findet *immer* die optimale Lösung
  - Praktisch aber nicht relevant (zu langsam)
- Viele Variationsmöglichkeiten
  - stop() abhängig von accept()
  - Adaptive Cooling Schedules
- Bibliotheken: ASA, EBSA
- SA ist allgemein verwendbar
- Aber: Spezialisierte Lösungen sind besser

Tabu Suche 1

- Simulated Annealing
  - Aufsteigende Züge zu Beginn akzeptiert
- Tabu-Suche (TS)
  - Aufsteigende Züge werden *immer* akzeptiert
  - Gehe *immer* zu $\underline{g} \in N(\underline{f})$ mit

$$c(\vec{g}) = \min_{\vec{h} \in N(\vec{f})} c(\vec{h})$$

  - Auch, wenn $c(\underline{g}) > c(\underline{f})$!
  - Problem: Zyklen
    - Ständige Wiederholung der letzten Züge

Tabu-Suche 2

- Lösung: Verbiete letzte *k* Lösungen
  - Lösungen sind als „tabu“ markiert
  - Vermeidet Zyklen der Länge *k*
- Realisierung
  - FIFO der Länge *k* von Lösungen

Tabu-Suche 3

```
tabu_search() {
        feasible_solution f, g, bsf;
        set<feasible_solution> G;
        FIFO<feasible_solution,k> Q;

        Q       := Ø;
        f       := initial_solution();
        bsf     := f;
        do {
                G := {s | s ∈ N(f) ∧ s ∉ Q};
                if (G ≠ Ø) {
                        g       := G.findmin(c);
                        Q.shiftin(g);
                        f       := g;
                        if (c(f) < c(bsf))
                                bsf := f;
                }
        } while (G ≠ Ø or stop());
        report(bsf);
}
```

Tabu-Suche 4

- stop()
  - „Keine Verbesserung in den letzten *k* Zügen“
- UPP-Beispiel 10.000 Zellen
  - Lösung beschreibt 10.000 Koordinatenpaare
  - ➢ Sehr große Tabu-Liste
  - Abhilfe: Setze nur einzelne Züge Tabu
  - Aber: Einschränkung des Lösungsraumes
- Viele Variationsmöglichkeiten
- Kein theoretischer Hintergrund
  - Erreichen des Optimums?
  - Wie stop() oder *k* wählen?

Genetische Algorithmen 1

- Auch hier
  - Umgang mit vollständigen Lösungen
- Aber: Gleichzeitig *mehrere* Lösungen
  - Menge *P* von Lösungen: Population
  - Generation *k*
  - Ersetze $P^{(k)}$ durch $P^{(k+1)}$ während Optimierung
- Bestimmung von $\underline{f}^{(k+1)} \in P^{(k+1)}$ mit
  - $\underline{f}^{(k)}, \underline{g}^{(k)} \in P^{(k)}$: Eltern von $\underline{f}^{(k+1)}$
  - Vererbung von Eigenschaften von $\underline{f}^{(k)}, \underline{g}^{(k)}$
    - Crossover
  - Ggf. Mutation von $\underline{f}^{(k+1)}$

Genetische Algorithmen 2

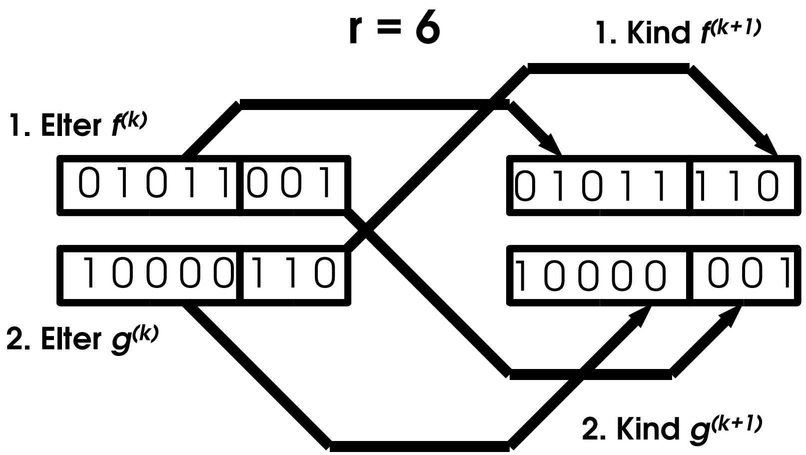
- Kodierung bestimmt Operationen
  - Beispiel: Bitfolge für Lösungsvektor $\underline{f}$
    - Chromosom
  - UPP: 100 Zellen, 10x10 Raster
    - 4 bit pro Koordinate
    - 8 bit pro Koordinatenpaar
    - 100 x 8 bit = 800 bit lange Bitfolge als Chromosom
    - L = Länge des Chromosoms in Bit
- Wichtige Unterscheidung zwischen
  - Lösung
    - Biologie: Phänotyp
  - Kodierung der Lösung
    - Biologie: Genotyp
- Hier aber äquivalent benutzt

Genetische Algorithmen 3

- Vererbung mit dem Crossover-Operator
  - Kombiniere die Bitfolgen der Eltern
- Verschiedenste Realisierungen
- 1. Beispiel
  - Wähle zufällige Crossover-Position $1 \leq r \leq L$
  - Kopiere bits 1...(*r*-1) aus $\underline{f}^{(k)}$ nach $\underline{f}^{(k+1)}$
  - Kopiere bits *r*...*L* aus $\underline{g}^{(k)}$ nach $\underline{f}^{(k+1)}$
    - Ggf.: Erzeuge 2. Kind $\underline{g}^{(k+1)}$ mit vertauschten Rollen

Genetische Algorithmen 4

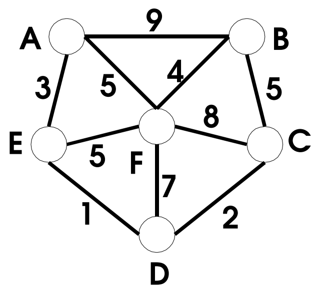
Beispiel: UPP im 10x10 Raster, plaziere einzelne Zelle



Genetische Algorithmen 5

- **Crossover erzeugt ungültige Lösungen**
  - Abhilfe: Mehr Struktur als einfache Bitfolgen
- **Bei UPP: Folgen von 4-bit Koordinaten**
  - Nun zwar intern konsistente Koordinaten
  - Reicht aber nicht aus!

Travelling Salesman Problem



- TSP
- *Einfacher* Zyklus durch alle Knoten mit minimaler Länge
  - Jeder Knoten nur einmal besucht
  - Minimale Kantengewichte
- NP-vollständig

Genetische Algorithmen 6

- Chromosom: Folge von Knoten
- Aber:
  - $\underline{f}^{(k)}$ = v1v3 | v6v5v2v4, $\underline{g}^{(k)}$ = v4v2 | v1v5v3v6, r=3
  - $\underline{f}^{(k+1)}$ = v1v3v1v5v3v6, $\underline{g}^{(k+1)}$ = v4v2v6v5v2v4

Genetische Algorithmen 7

- **Problem-spezifisches Crossover**
- **Bei TSP: z.B. Geordnetes Crossover**
  - **Kopiere Elemente 1...(*r*-1) aus $\underline{f}^{(k)}$ nach $\underline{f}^{(k+1)}$**
  - **Kopiere in $\underline{f}^{(k+1)}$ *fehlende* Elemente nach $\underline{f}^{(k+1)}$**
    - **In der Reihenfolge ihre Auftretens in $\underline{g}^{(k)}$**
  - **Beispiel**
    - $\underline{f}^{(k)} = v_1v_3 \mid v_6v_5v_2v_4$, $\underline{g}^{(k)} = v_4v_2 \mid v_1v_5v_3v_6$, $r=3$
    - $\underline{f}^{(k+1)} = v_1v_3v_4v_2v_5v_6$, $\underline{g}^{(k+1)} = v_4v_2v_1v_3v_6v_5$, $r=3$

Genetische Algorithmen 8

- **Bisher noch keine Optimierung**
  - **Nur neue Lösungen erzeugt**

➔ **Bevorzuge gute Lösungen vor schlechten**
  - **Wähle „gute" Eltern aus: Niedrige Kosten**
  - **Kombiniere gute Eigenschaften in Nachwuchs**
  - **Aber: Auch Gegenteil möglich (*r* zufällig)**
    - **Vererbung schlechter Eigenschaften**
    - **Idee: Schlechte Nachkommen verscheiden in nächster Generation**

Genetische Algorithmen 9

```
genetic() {
        int pop_size;
        set<chromosome> pop, new_pop;
        chromosome parent1, parent2, child;

        pop := Ø;
        for (i:=1; i <= pop.size(); i := i+1)
                pop := pop ∪ {"Chromosom einer zufälligen Lösung"}
        do {
                newpop := Ø;
                for (i:=1; i<= pop.size(); i := i + 1) {
                        parent1     := pop.select();
                        parent2     := pop.select();
                        child       := crossover(parent1, parent2);
                        newpop :    = newpop ∪ {child};
                }
                pop := newpop;
        } while (!stop());
        report(pop.findmin(c));
}
```


Genetische Algorithmen 10

- **stop()**
  - **Keine Verbesserung in den letzten *m* Iterationen**
  - ***m* problemspezifischer Parameter**
- **Mutation**
  - **Fehler beim Kopieren**
  - **Vermeidet Steckenbleiben in lokalen Minima**
- **Sehr viele Variationsmöglichkeiten**
  - **Komplexes Crossover (mehrere *r*)**
  - **Mehrere Generationen gleichzeitig**
  - **Elite-Selektion**
  - **Meta-Genetische Algorithmen**

Allgemeine Heuristiken

- Diverse Alternativen
  - Neuronale Netze
  - Simulierte Evolution
  - Lösen des SAT-Erfüllbarkeitsproblems
- Bei allen allgemeinen Ansätzen
  - Immer schlechter als problemspezifische
    - Z.B. Kernighan-Lin für Partitionierung
  - Aber schneller zu realisieren
    - Bei unbekannten Problemeigenschaften
- Hybride Ansätze
  - z.B. Eingeschränktes SA
    - SDI, TU Braunschweig

Vorbereitung

- Bestimmung von T_a, T_r und slack
  - Für Beispiel auf Folie 4
- Im Buch lesen
  - Kapitel 7.2 - 7.6

Zusammenfassung

- Timing-Analyse
- Unit-Size Placement Problem
- Gierige Nachbarsuche
  - Steckenbleiben in lokalen Optima
- Untersuchen schlechterer Lösungen
  - Simulated Annealing
  - Tabu-Suche
- Genetische Algorithmen
  - Paralleles Untersuchen mehrerer Lösungen
- Hybride Verfahren