Algorithmen im Chip-Entwurf 5

Reale Algorithmen zur Partitionierung, Timing-Analyse und Platzierung

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

Übersicht

- Timing-Analyse
  - Mehrere kritische Pfade
- Platzierung
  - Annealing Mechanismus
  - Kostenfunktion
- Optional: Kernighan-Lin
  - Partitionierung via MinCut
- Zusammenfassung

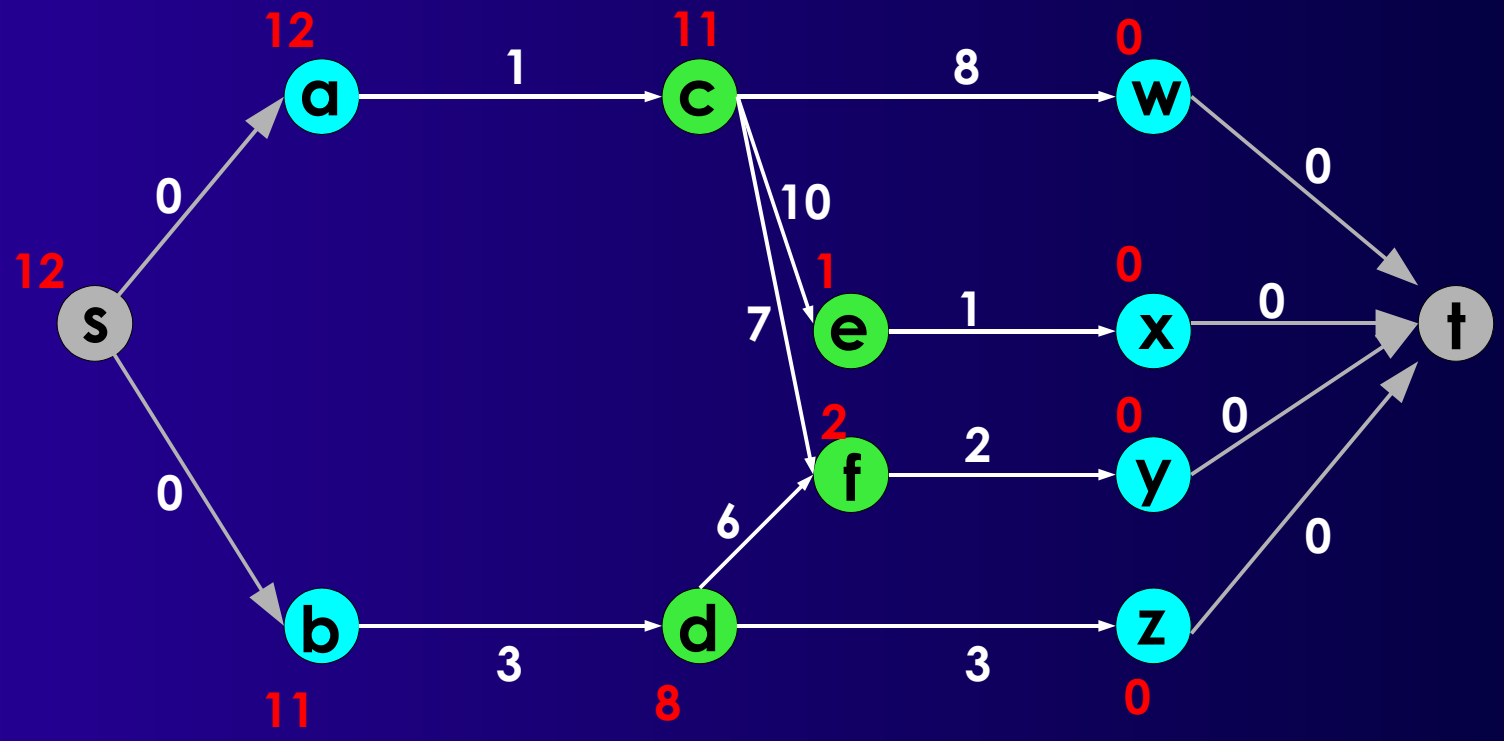
Timing-Analyse

- **Kritischer Pfad**
  - Einfach (slack=0)
  - Nächstkritischerer Pfad?
- **Vorgehensweisen**
  - Alle Pfade berechnen
    - Rechenzeit- und Speicherbedarf
  - *k* längste Pfade en Block berechnen
    - Wenig flexibel: *k* bei Start der Berechnung fest
  - Pfade inkrementell berechnen
    - Flexibel: Rechen- und Speicheraufwand reduziert
- **Idee**
  - Timing-Graph annotieren
  - Pfade aufzählen (enumerate)

Verfahren nach Ju und Saleh

- **Design Automation Conference 1991**
  - Paper auf Web-Seite
  - Details in Abschnitt 3
- **Graphannotation**
  - Längste Verzögerung bestimmen
  - Aber auch an jeder Abzweigung merken
    - Wieviel schneller würde die Alternative sein?
- **Pfadaufzählung**
  - Beginne mit längstem Pfad
  - Wähle minimal schnellere Abzweigung
  - Erzeuge von dort ausgehend längsten Pfad
- **Vorteil**
  - Erzeugung beliebig vieler/weniger Pfade
    - Exakt an Anforderungen anpassbar

Annotation des Timing-Graphen

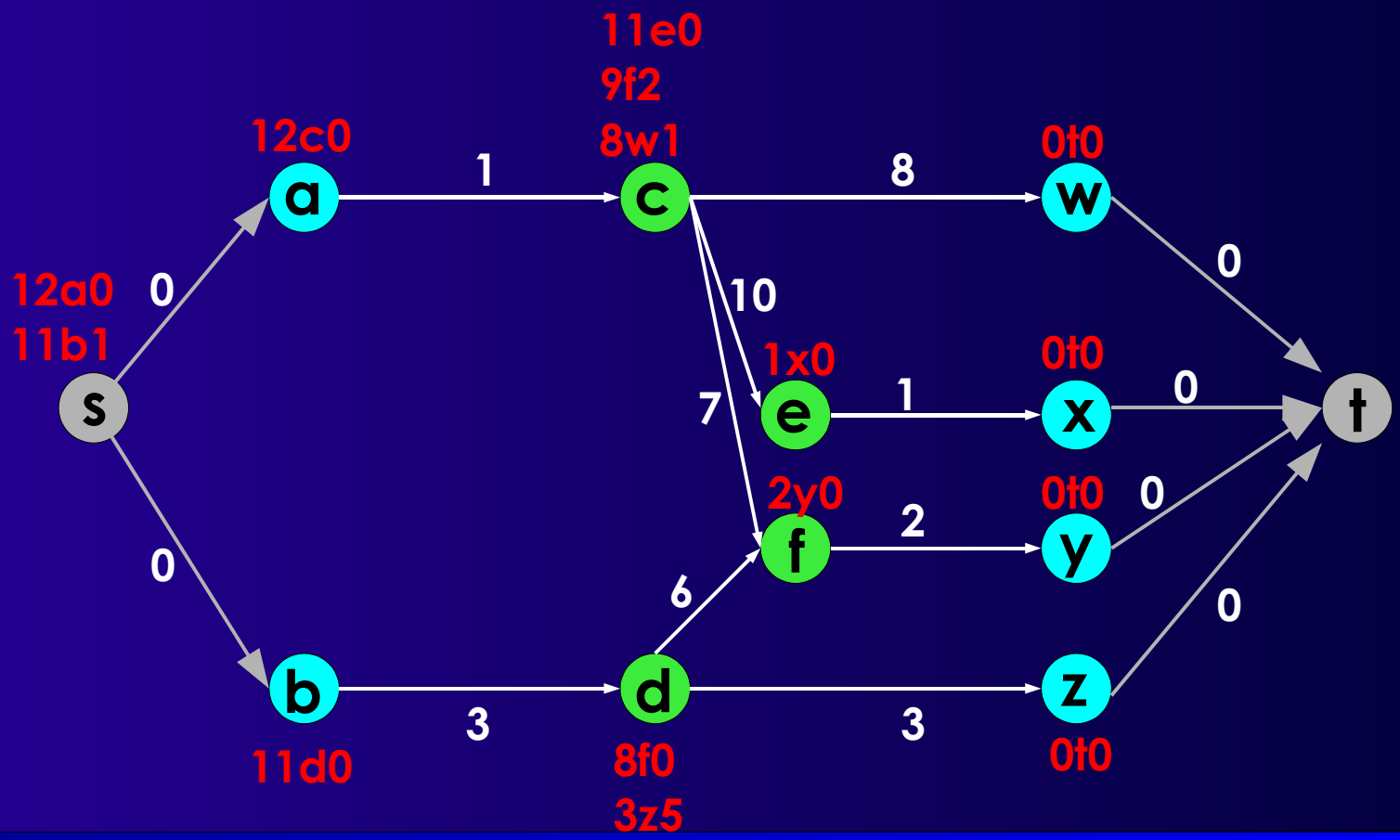


$$T_{sink}(u) = \underset{(u,v)\in E}{Max}\left(T_{sink}(v) + w(u,v)\right)$$

Erweiterung

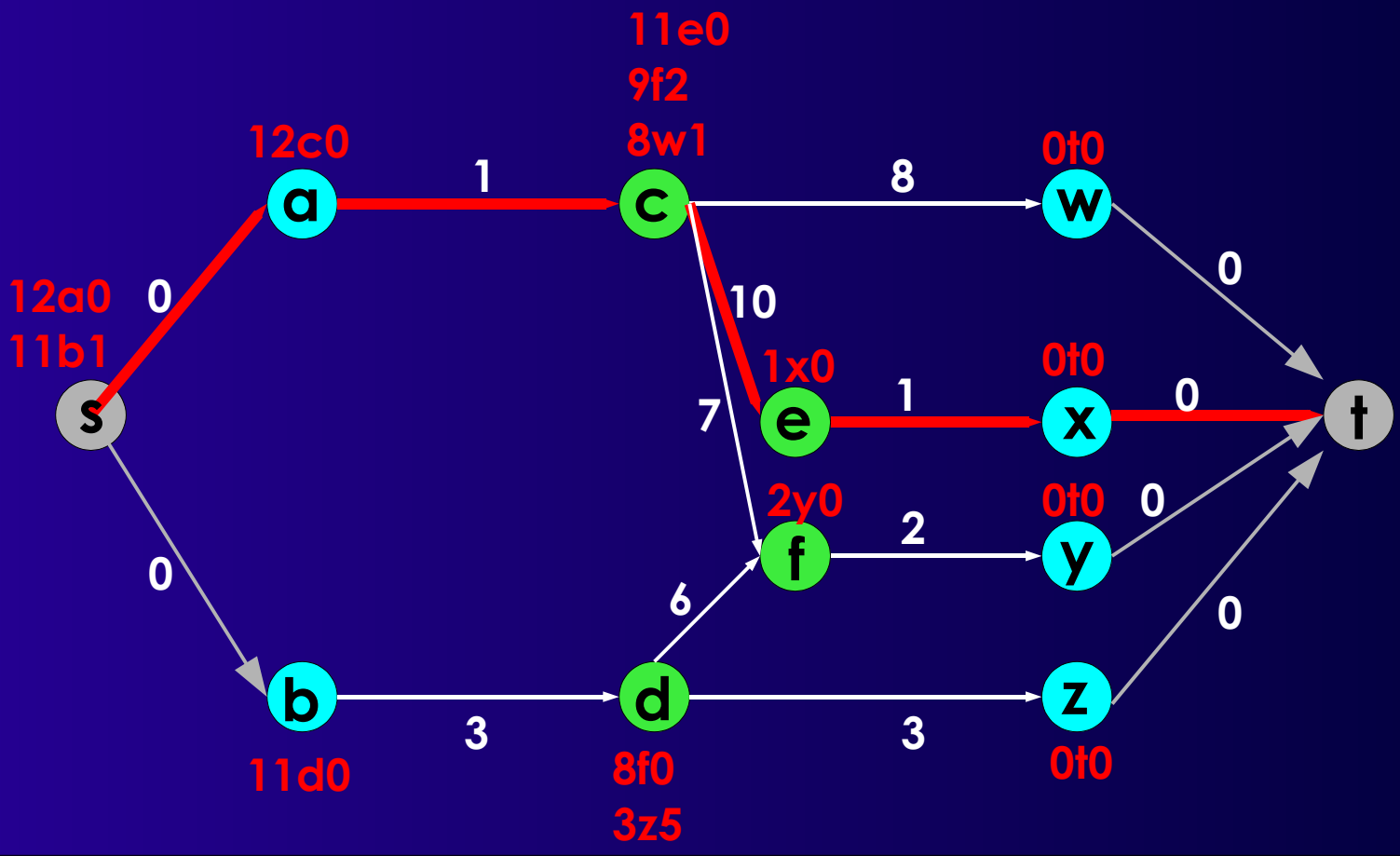
Aber zusätzlich je *u*

- T_{sink} + w((*u*,*v*)) von allen direkten Nachbarn *v* absteigend sortiert merken
- benachbarte Differenzen berechnen: *branch slacks*



Längster Pfad

- Beginn bei *s*
- Dann jeweils Kante mit maximaler T_{sink}
  - Bis *t* erreicht

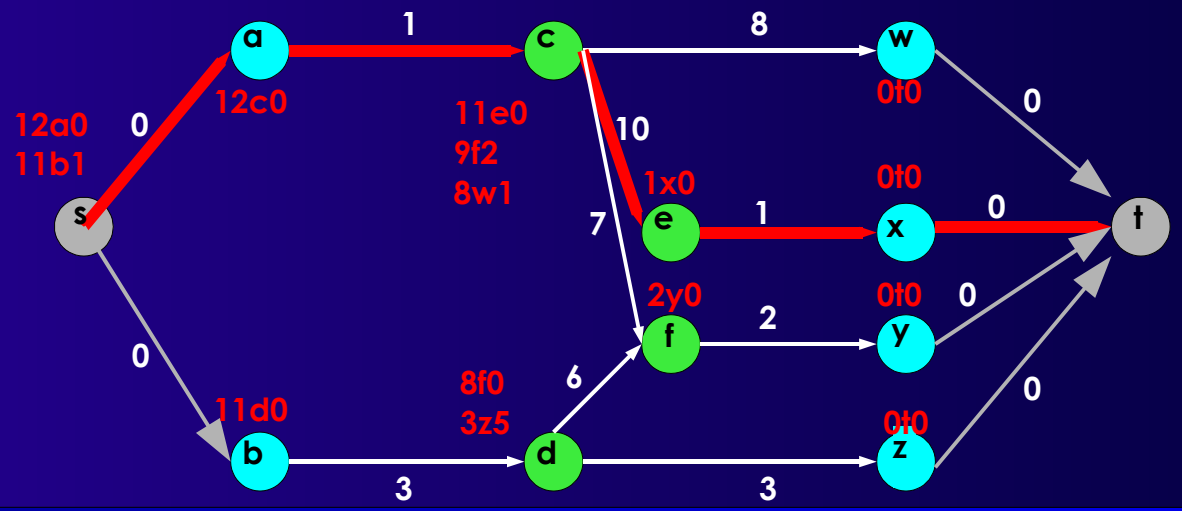


Datenstruktur

```
struct branch {                          ordered<branch, decreasing Tsink> succ(v)
        edge            e;
        unsigned int    slack;
}

struct path {
        list<vertex>                                          vertices;
        unsigned int                                          delay;
        ordered<branch,increasing branch.slack>               branches;
        unsigned int                                          nextdelay;
}
```

p0=(<sacext>, 12, <(sb,1), (cf,2)>, 11)



Vorgehen 1

- longest_path(list<vertex> head)
  - Verlängert *head* zu längstmöglichem Pfad
    - Wählt dazu jeweils Nachbar mit max. T*sink*
  - Merkt sich Nachbarn mit nächstkleinerer T*sink*
    - Also: Den mit kleinstem branch slack
  - Berechnet aktuelles und nächstkleineres Delay
- branch_path(path p)
  - Zweigt an Stelle *v* mit min. branch slack von *p* ab
  - Markiert Abzweigung in *p* als „genommen“
    - Berechne nächstkleineres Delay von *p* neu
  - Berechnet nun longest_path(p.vertices+<*v*>)

Vorgehen 2

- **Kernalgorithmus**
  - Annotiere Graph mit T_{sink} und branch slacks
  - Berechne längsten Pfad p_0=longest_path(<s>)
  - Merkt sich p_0 in P
  - Wiederholt, bis genug Pfade oder Delay=0:
    - Finde p aus P mit nächstkleinerem Delay = Max > 0
    - Generiere neuen Pfad p' = branch_path(p)
      - Verwende langsamste Abzweigung (min. branch slack)
    - Nimm p' in P auf
- **P enthält danach die gesuchten Pfade**

Beispiel

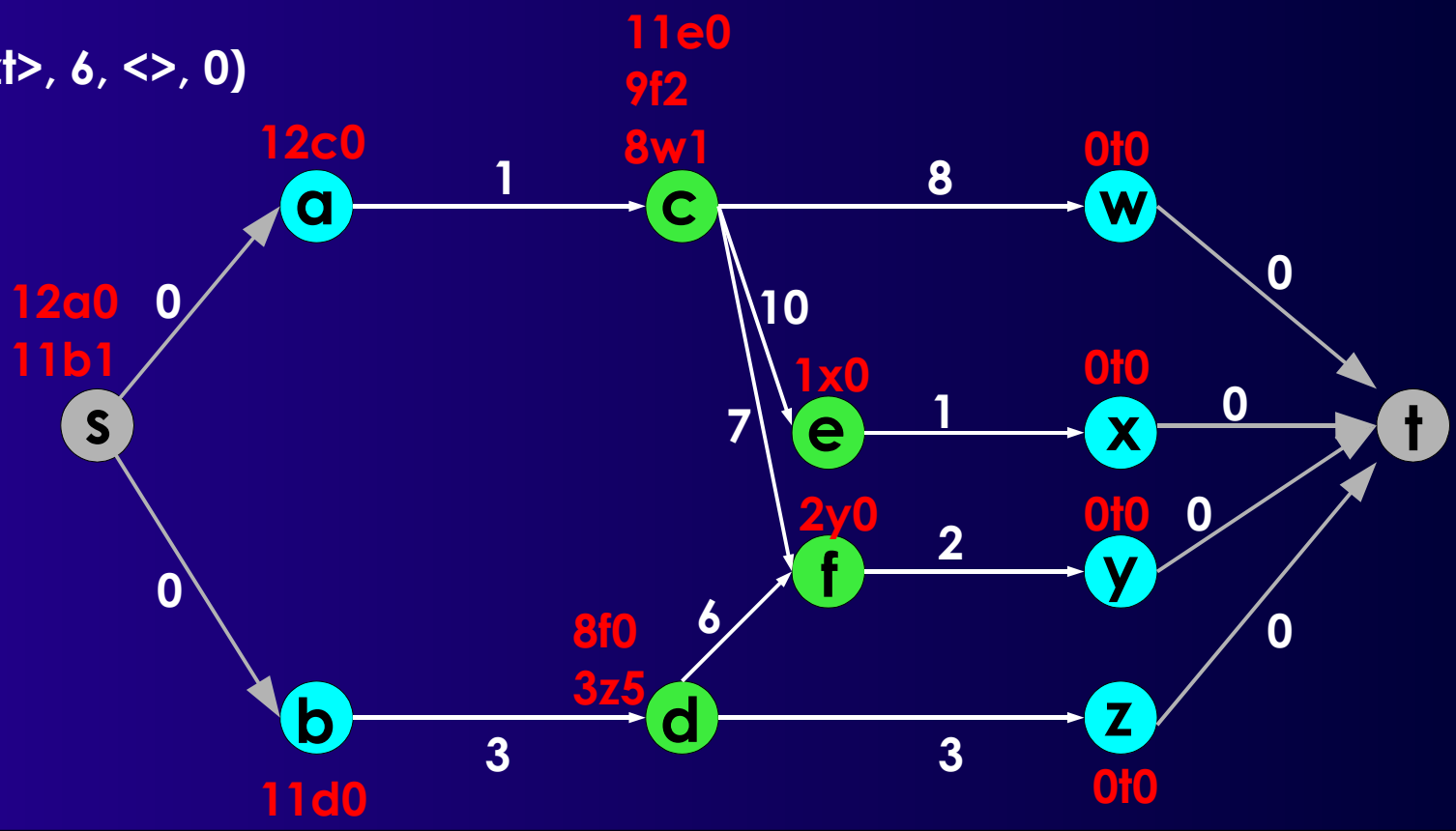
p_0 = (<sacext>, 12, <(~~sb,1~~), (~~cf,2~~)>, ~~11~~) ~~10~~ 0

p_1 = (<|sbdfyt>, 11, <(~~dz,5~~)>, ~~4~~) 0

p_2 = (<sa|cfyt>, 10, <(~~cw,1~~)>, ~~9~~) 0

p_3 = (<sa|cwt>, 9, <>, 0)

p_4 = (<sb|dzt>, 6, <>, 0)



VPR

- **Versatile Place and Route**
  - Betz und Marquardt, U Toronto
- **Platzierer**
  - Simulated Annealing-basiert
    - Adaptive Annealing Schedule
  - Optimiert gleichzeitig
    - Leitungslänge
    - Verzögerung

Züge

- Paarweises Austauschen von Blöcken
  - N_{blocks} = Größe der Schaltung
- Aber nicht ganz wahllos
  - Beschränkung der Entfernung

Starttemperatur

- **Wird automatisch bestimmt**
  - Für aktuelle Schaltung passend
- **Idee:**
  - Anfangs fast alle Züge akzeptieren
  - Wie hoch muss die Starttemperatur sein?
- **Vorgehen**
  - N_{blocks} paarweise Austausche
  - Beobachte Änderung der Kostenfunktion x
    - Standardabweichung

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum_i x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}$$

  - Starttemperatur = 20 x s_x

Thermal Equilibrium

- **Anzahl von Schritten pro Temperaturstufe:**

$$10\, N_{blocks}^{\ 4/3}$$

- **10x schneller, aber ca. 10% schlechter:**

$$N_{blocks}^{\ 4/3}$$

Abkühlen 1

- **Beobachtung**
  - Anfangs: T hoch, fast alle Züge akzeptiert
    - Im wesentlichen zufälliges Bewegen
    - Keine echte Verbesserung der Kostenfunktion
  - Ende: T niedrig, kaum Züge akzeptiert
    - Fast keine Bewegung mehr
    - Wenig Veränderung in Kostenfunktion
- **Idee**
  - Meiste Optimierung passiert dazwischen
  - Bringe T schnell in den produktiven Bereich
  - Halte T lange im produktiven Bereich
- **Vorgehen**
  - Steuere T anhand der Akzeptanzrate

Abkühlen 2

- $T_{new} = \alpha\ T_{old}$

α	Acceptance Rate R_a
0.50	$R_a > 0.96$
0.90	$0.80 < R_a \leq 0.96$
0.95	$0.15 < R_a \leq 0.80$
0.80	$R_a \leq 0.15$

Abkühlen 3

- Vorahnung
  - Gute Fortschritte bei $R_a \approx 0{,}5$
- Am effizientesten $R_a = 0{,}44$
  - Beste Fortschritte
- Idee
  - R_a möglichst auf diesem Wert halten
  - *Nicht* temperaturbasiert (kühlt nur ab!)
  - Sondern: Auswirkungen der Züge beeinflussen
  - Beobachtung
    - Weite Züge: Grosse Änderung der Kostenfunktion
    - Kurze Züge: Kleine Änderung der Kostenfunktion
- Vorgehen
  - Variiere Zugweite D_{limit}, um $R_a \approx 0.44$ zu halten

Abkühlen 4

- D_{limit} klein
  - Kleine Zugreichweite
  - Kleine Änderungen der Kostenfunktion
  - Kleine Verschlechterungen
    - Werden eher angenommen
  - R_a steigt
- D_{limit} gross
  - Grosse Zugreichweite
  - Grosse Änderungen der Kostenfunktion
  - Große Verschlechterungen
    - Werden eher abgelehnt
  - R_a sinkt

Abkühlen 5

- Anfangs: D_{limit} = ganzer Chip L_{Chip}
- Bei jedem Abkühlschritt:

$$D_{limit}^{new} = D_{limit}^{old}\left(1 + R_a^{old} - 0.44\right), 1 \le D_{limit}^{new} \le L_{Chip}$$

  - Zuviel akzeptiert: D_{limit} grösser machen
  - Zuwenig akzeptiert: D_{limit} kleiner machen

Abbruchbedingung

- Wann Abkühlung beenden?
- Idee
  - Erkennung von Stillstand
- Vorgehen
  - Jeder Zug beeinflusst mindestens ein Netz
  - Bestimme die durchschnittlichen Kosten pro Netz
  - Wenn T kleiner als Bruchteil davon ...
    - Nur noch kleine Chance, dass Zug akzeptiert wird
    - T < 0.005 Cost/#Nets

Kostenfunktion

- **Gleichzeitig optimieren**
  - Zeitverhalten
  - Verdrahtungslänge
- **Verdrahtungslänge**
  - Bestimmt als korrigierter halber Netzumfang

$$c_w = \sum_{n \in N} \mathrm{q}(n_{pincount})[\mathrm{bb}_x(n) + \mathrm{bb}_y(n)]$$

q(*i*) = 1 für *i*=1..3, =2.79 für i=50 (Cheng 1994)

  - Web-Seite: Paper, Datei mit Korrekturfaktoren q(*i*)

Inkrementelle Berechnung 1

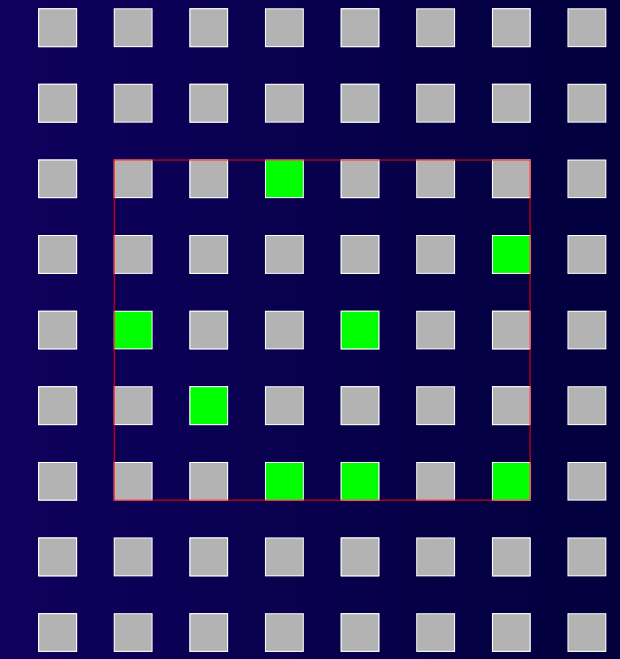
- **Berechnung des Netzumfangs**
  - Simpel: O(*k*), *k* Anzahl der Pins
  - Problem: k = 100 ... 1000 realistisch
  - Nach jedem Zug neu berechnen
- **Besser:**
  - Nach Möglichkeit nur bewegte Pins neu berechnen
    - Ein Pin ist nur in einem Netz
    - Ein Block hat aber mehrere Pins
- **Vorgehen**
  - Je Netz umspannendes Rechteck speichern
    - $(x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max})$
      - Position der Seiten
    - $(N_{xmin}, N_{xmax}, N_{ymin}, N_{ymax})$
      - Anzahl Pins direkt auf den Seiten

Inkrementelle Berechnung 2

Betrachtet nur linke Seite (xmin)

- **Bewege Terminal von x_{old} nach x_{new}**
- **Netz an Terminal: n**

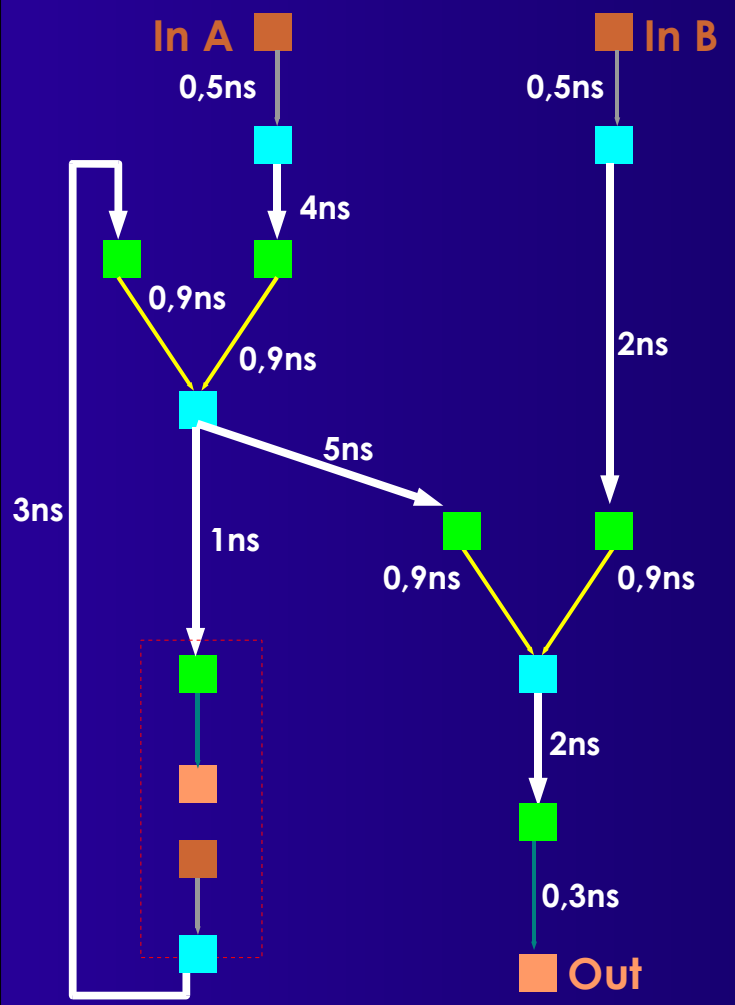
```
If (xnew != xold) {  // horiz. bewegt
        if (xnew < n.xmin) {
                n.xmin = xnew;
                n.Nxmin = 1;
        } else if (xnew == n.xmin) {
                n.Nxmin++;
        } else if (xold == n.xmin) {
                if (n.Nxmin > 1) {
                        n.Nxmin--;
                } else {
                        BruteForce(n);
                }
        }
}
```



(1,1)

xmin=2	Nxmin=1
xmax=7	Nxmax=2
ymin=3	Nymin=3
ymax=7	Nymax=1

Zeitverhalten 1



- **Betrachte**
  - Platzierungs-abhängiges Zeitverhalten
- **Punkt-zu-Punkt Verbind.**
- **Von**
  - Netzquelle *u*
- **Zu**
  - Jeder Netzsenke *v*
- **Sicht: *Two-Terminal-Nets***
  - $E_{NetTiming} \subset E_{Timing}$
- ***Zeitverhalten***
  - Bestimmt aus Slacks
  - Nicht auf Pfaden (langsam)

Zeitverhalten 2

- **„Wichtigkeit“ einer Verbindung**
  - **Punkt-zu-Punkt zwischen Terminals *u* und *v***

$$\text{Criticality}(u,v) = 1 - \frac{\text{slack}(u,v)}{D_{max}}$$

  - **(u,v) auf kritischem Pfad**
    - slack(u,v) = 0 ⇔ Criticality(u,v) = 1
  - **(u,v) absolut unkritisch**
    - slack(u,v) = D_{max} ⇔ Criticality(u,v) = 0

- **Timing Cost: Delay(*u*,*v*) ist Schätzung!**
  - **Noch kein „echtes“ Routing**

$$c_t = \sum_{(u,v) \in E_{NetTiming}} \text{Delay}(u,v)\,\text{Criticality}(u,v)^{CriticalityExponen}$$

Zeitverhalten 3

- **Criticality Exponent**
  - Gewichtet kritischere Verbindungen höher
    - Wenige kritische Verbindungen dominieren c_t
  - Untergewichtet unkritischere Verbindungen
    - Fallen fast ganz aus c_t Berechnung heraus
- **Idee**
  - Gegen Ende auf kritische Netze konzentrieren
- **Vorgehen:**
  - Steigern von ce_{start}=1 auf ce_{final}=8 (experimentell)

$$\mathrm{CritExp} = \left| 1 - \frac{R_{limit}^{now} - 1}{R_{limit}^{start} - 1} \right| \cdot (ce_{final} - ce_{start}) + ce_{start}$$

Zeitverhalten 4

- **slack() ist platzierungsabhängig**
  - Unkritische Netz können kritisch werden
    - Zu lange Leitungslängen
  - Kritische Netze können unkritisch werden
    - Sehr kurze Leitungslängen
- **Slack-Werte müssen aktualisiert werden**
  - Timing-Analyse: T_a, T_r
- **Wie oft?**
  - Nach jedem Zug? Nach N Zügen?
  - N-mal pro Temperaturstufe?
  - Alle N Temperaturstufen?
- **Bewährt:**
  - 1x pro Temperaturstufe

Gesamtkostenfunktion

- **Selbstnormalisierend**

$$\Delta c = \lambda \frac{\Delta c_t}{c_t^{old}} + (1-\lambda) \frac{\Delta c_w}{c_w^{old}}$$

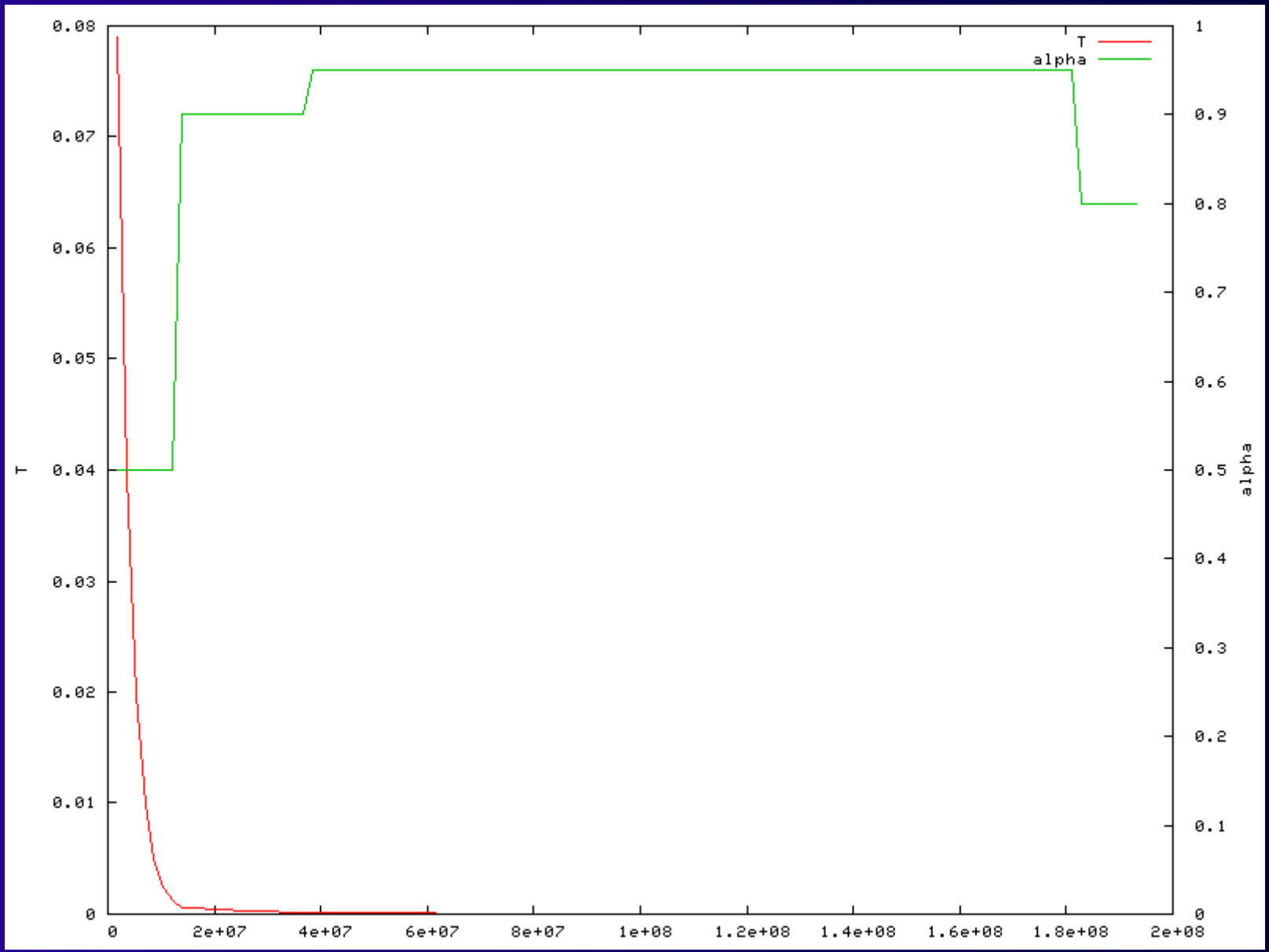
- **λ gewichtet Zeit ./. Längenoptimierung**
  - **Aber λ=1 erzeugt nicht die schnellste Lösung**
  - **Netze wechselnd kritisch/unkritisch**
    - Nicht erkannt, da Timing-Analyse nur 1x pro Temp.
  - **Besser λ=0.5**
    - Längenmaß wirkt als Dämpfer für Oszillation

Gesamtalgorithmus

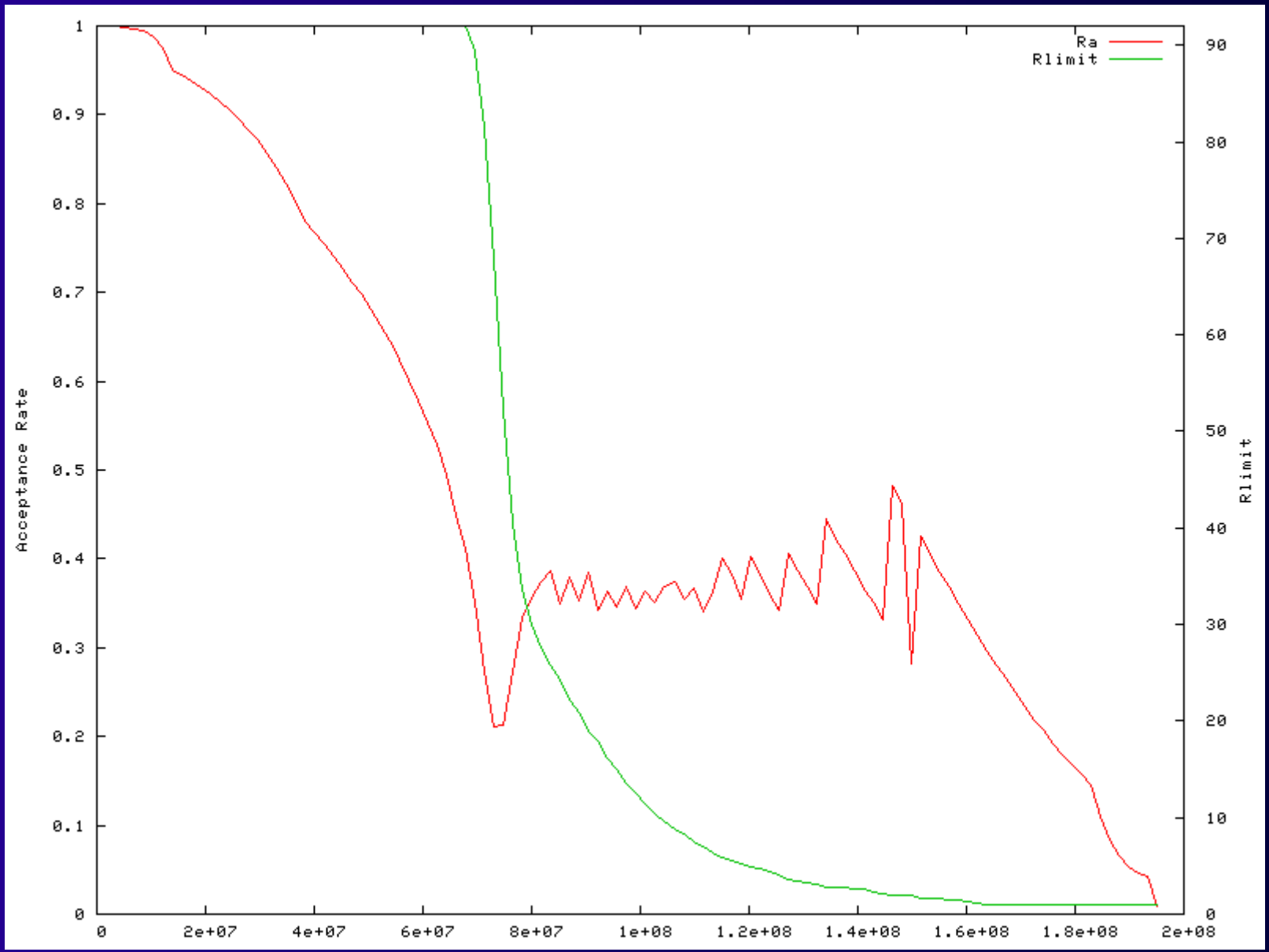
```
S = RandomPlacement();
T = InitialTemperature();
Rlimit = InitialRlimit();
CritExp = ComputeNewExponent(Rlimit);

while (!ExitCriterion()) {
    TimingAnalyze();                    // Bestimme Ta, Tr und slack()
    OldWiringCost = WiringCost(S);      // für Normalisierung der Kostenterme
    OldTimingCost = TimingCost(S);
    while (InnerLoopCriterion()) {      // eine Temperaturstufe
        Snew = GenerateSwap(S, Rlimit);
        ΔtimingCost = TimingCost(Snew) – TimingCost(S);
        ΔwiringCost = WiringCost(Snew) – WiringCost(S);
        ΔC = λ (ΔtimingCost/OldTimingCost) + (1-λ) (ΔwiringCost/OldWiringCost);
        if (ΔC < 0)
            S = Snew;
        else
            if (random(0,1) < exp(-ΔC/T))
                S = Snew
    }
    T = UpdateTemp();
    Rlimit = UpdateRlimit();
    CritExp = ComputeNewExponent(Rlimit);
}
```

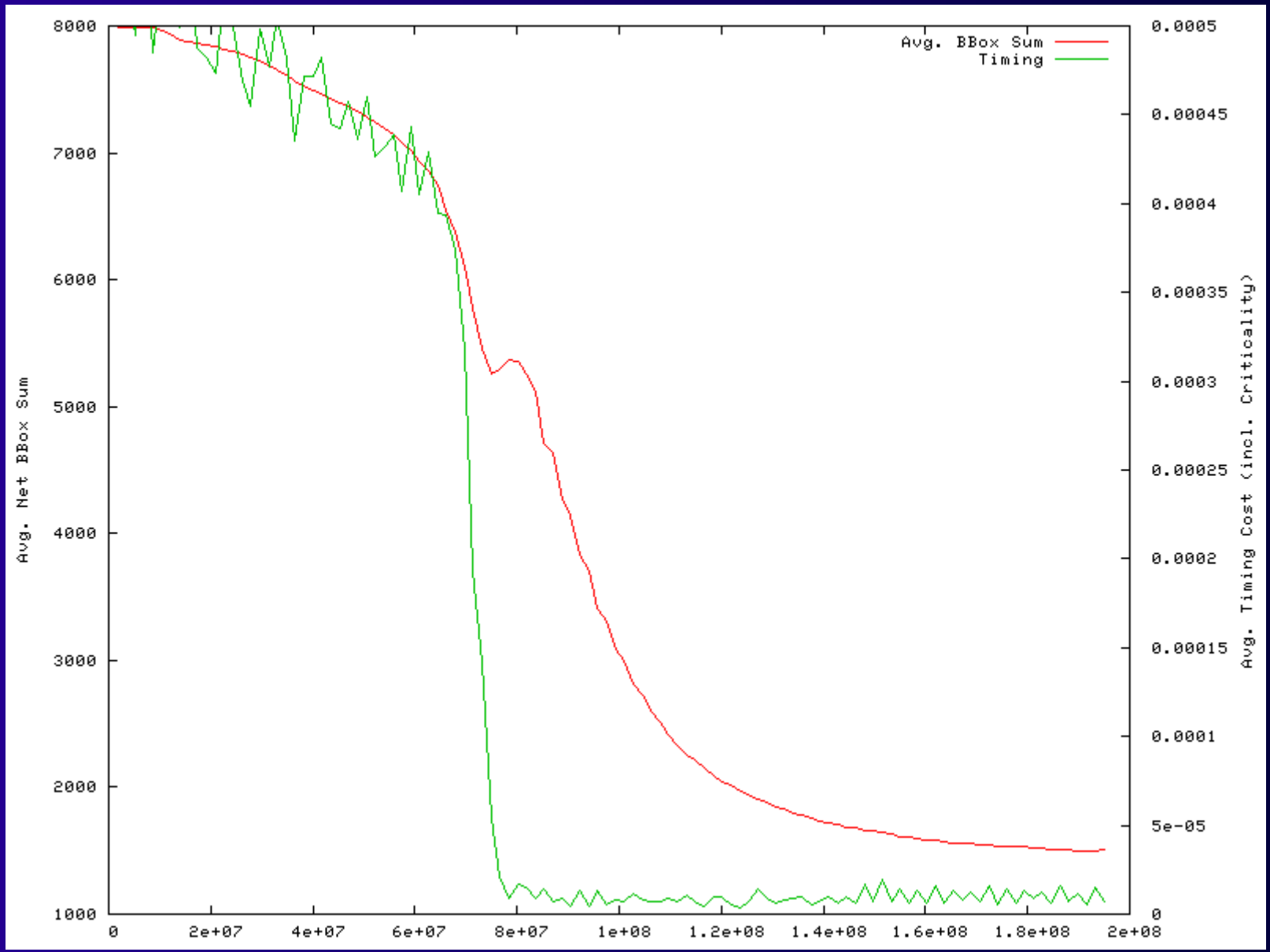
VPR Simulated Annealing 1



VPR Simulated Annealing 2



VPR Simulated Annealing 3



Partitionierung

- Aufteilen eines Graphen
- Hier motiviert durch Plazierung
  - Min-Cut
- Andere Anwendungen
  - Aufteilen einer Schaltung auf mehrere Chips
  - Verkleinern der Problemgröße
    - Vorbearbeitung vor anderem Algorithmus
- Viele Verfahren
  - Beispiel: Kernighan-Lin

Kernighan-Lin Partitionierung 1

- **Problem**
  - Gewichteter, ungerichteter Graph $G(V,E)$
  - $|V| = 2n$
  - γ_{ab}: Gewicht von $(a,b) \in E$, $\gamma_{ab} = 0$ bei $(a,b) \notin E$
  - Finde Mengen A und B mit
    - $A \cup B = V$, $A \cap B = \emptyset$, $|A| = |B| = n$
  - Minimiere

$$\sum_{(a,b) \in A \times B} \gamma_{ab}$$

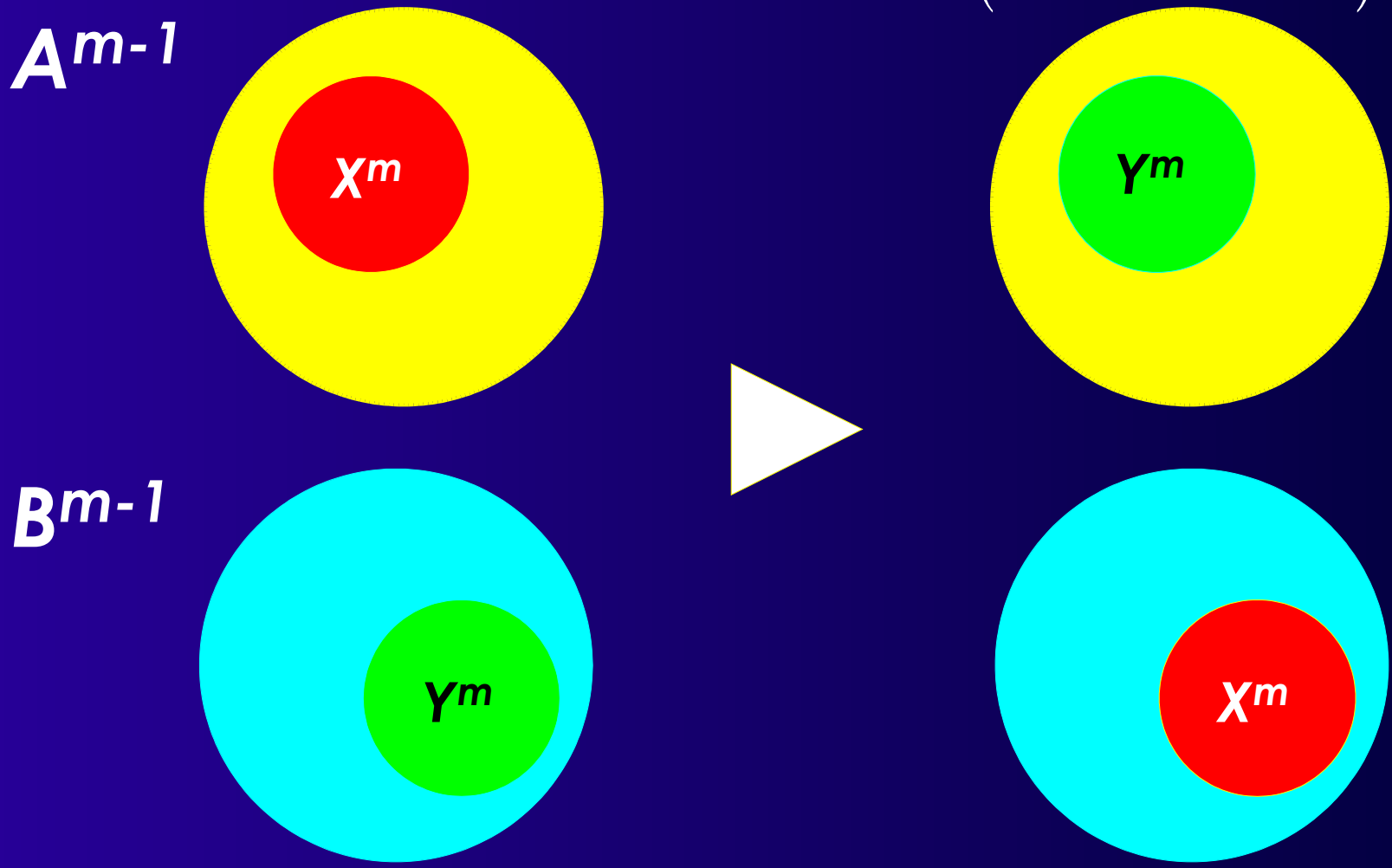
- **Arbeitet auf Cliquen-Modell**

Kernighan-Lin Partitionierung 2

- Partitionierungsproblem ist NP-vollständig
- KL ist eine Heuristik
  - Im praktischen Einsatz bewährt
- Vorgehensweise
  - Anfangslösung bestehend aus A^0 und B^0
    - I.d.R. nicht optimal
  - Isoliere Untermengen von A^{m-1} und B^{m-1}
  - Tausche diese aus um A^m und B^m zu bestimmen
  - Wiederhole, solange Verbesserung erreichbar

Kernighan-Lin Partitionierung 3

$$A^m = (A^{m-1} \setminus X^m) \cup Y^m$$



$$B^m = (B^{m-1} \setminus Y^m) \cup X^m$$

Kernighan-Lin Partitionierung 4

- Optimum immer in einem Schritt erzielbar
  - Bei geeignetem X^m und Y^m
- Problem: Wie X^m und Y^m bestimmen?
  - Schwer zu finden

→ Suche Lösung in mehreren Schritten

  - Wiederhole, bis keine Verbesserung mehr
- Anzahl Schritte unabhängig von *n*
  - In der Praxis <= 4.

Kernighan-Lin Partitionierung 5

- Konstruktion von X^m und Y^m
- Externe Kosten

$$E_a = \sum_{y \in B^{m-1}} \gamma_{ay} \quad , a \in A^{m-1}$$

- Interne Kosten

$$I_a = \sum_{x \in A^{m-1}} \gamma_{ax} \quad , a \in A^{m-1}$$

- Analog für B

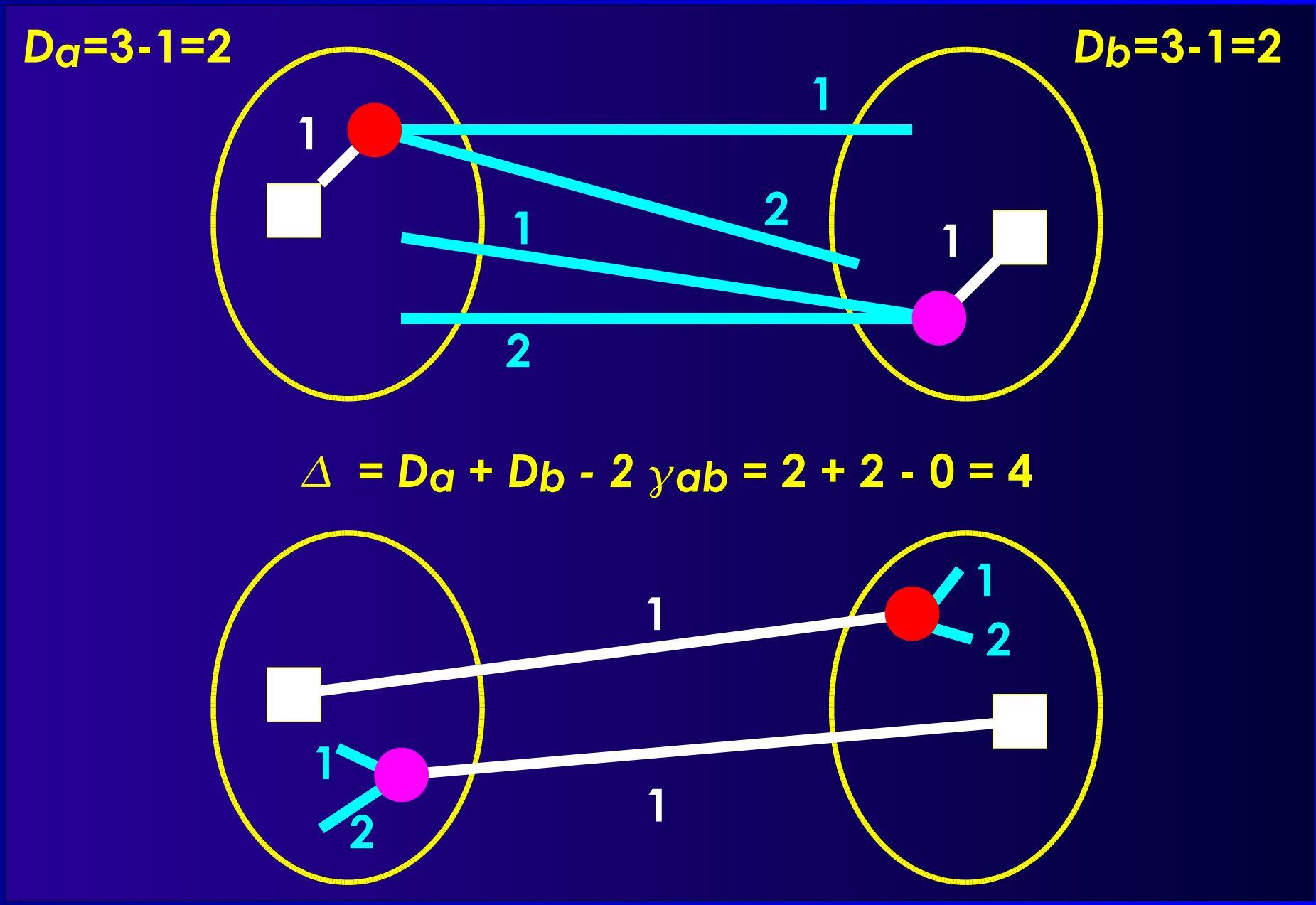
Kernighan-Lin Partitionierung 6

- $D_a = E_a - I_a$ für $a \in A^{m-1}$ (desirability)
  - >0: Knoten sollte nach *B* getauscht werden
  - <0: Knoten sollte in *A* bleiben
- Verbesserung Δ der Schnittkosten
  - Bei Austausch von $a \in A^{m-1}$ und $b \in B^{m-1}$

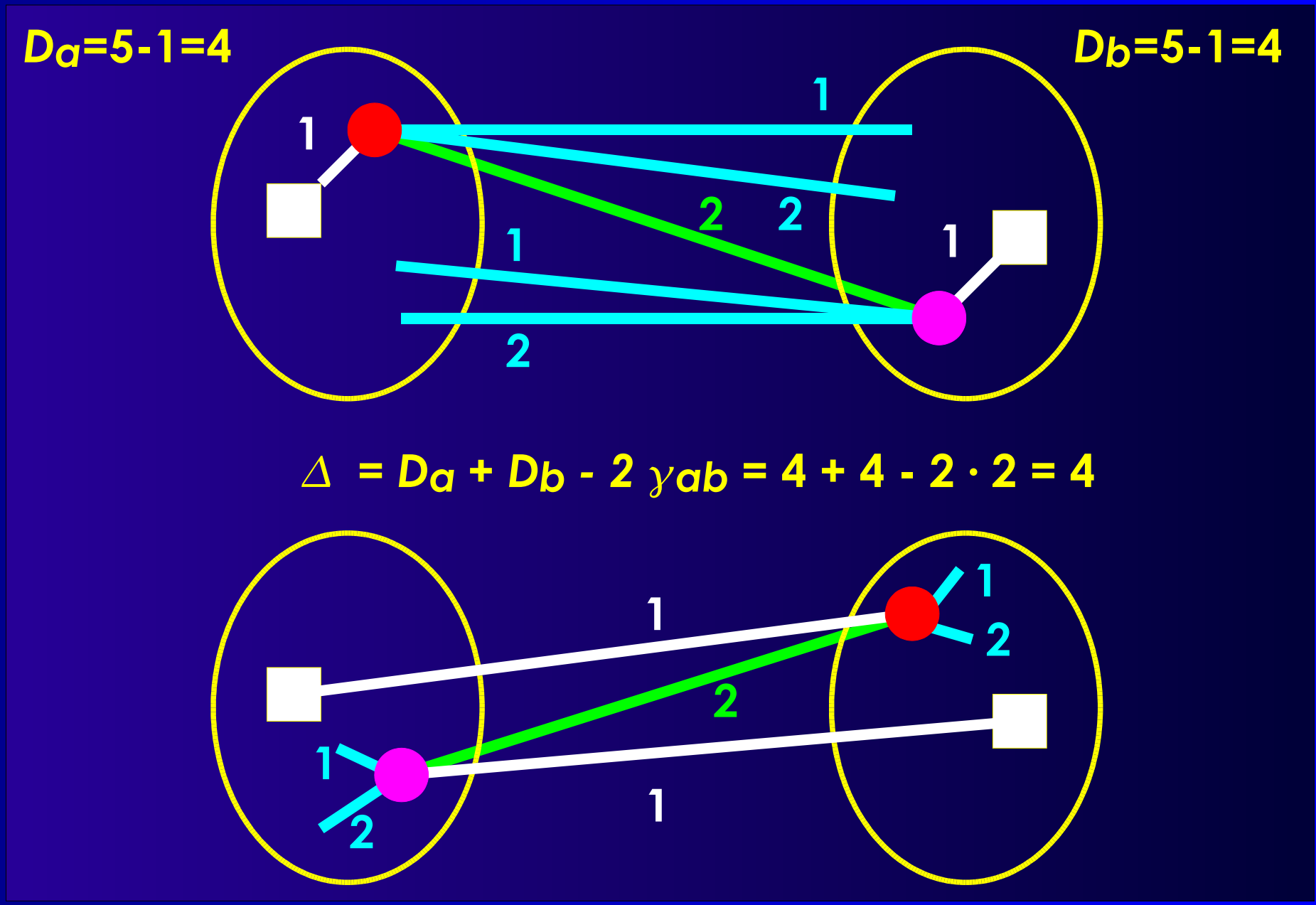
$$\Delta = D_a + D_b - 2\gamma_{ab}$$

  - Δ kann negativ sein!

Kernighan-Lin Partitionierung 7



Kernighan-Lin Partitionierung 8



Kernighan-Lin Partitionierung 9

initialize(A^0, B^0);
m := 1;
do {
  foreach $a \in A^{m-1}$
    "berechne D_a";
  foreach $b \in B^{m-1}$
    "berechne D_b"
  for (i:=1; i <= n; ++i) {
    "finde freie $a_i \in A^{m-1}$, $b_i \in B^{m-1}$ mit
      $\Delta_i := D_{ai} + D_{bi} - 2\,\gamma_{aibi}$ maximal"
    "sperre a_i und b_i"
    foreach "freies" $x \in A^{m-1}$
      $D_x := D_x + 2\,\gamma_{xai} - 2\,\gamma_{xbi}$;
    foreach "freies" $y \in B^{m-1}$
      $D_y := D_y - 2\,\gamma_{yai} + 2\,\gamma_{ybi}$;
  }
  "finde ein k mit $\sum_{i=1}^{k} \Delta_i$ ist max."
  $G := \sum_{i=1}^{k} \Delta_i$

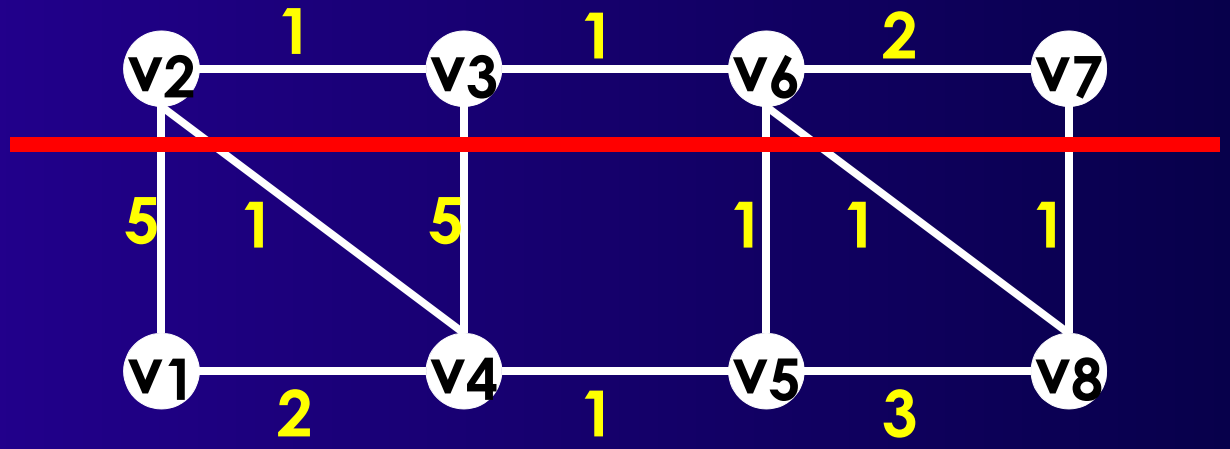
$$D_x = E_x - I_x$$
$$= E_x^{old} + \gamma_{ax} - \gamma_{bx} - (I_x^{old} - \gamma_{ax} + \gamma_{bx})$$
$$= D_x^{old} + 2\gamma_{ax} - 2\gamma_{bx}$$

  if (G > 0) {
    $X^m := \{a_1, \ldots a_k\}$;
    $Y^m := \{b_1, \ldots, b_k\}$;
    $A^m := (A^{m-1} \setminus X^m) \cup Y^m$;
    $B^m := (B^{m-1} \setminus Y^m) \cup X^m$;
    "entsperre alle Knoten in A^m and B^m"
    m := m + 1;
  }
} **while** (G > 0);

Kernighan-Lin Partitionierung 10

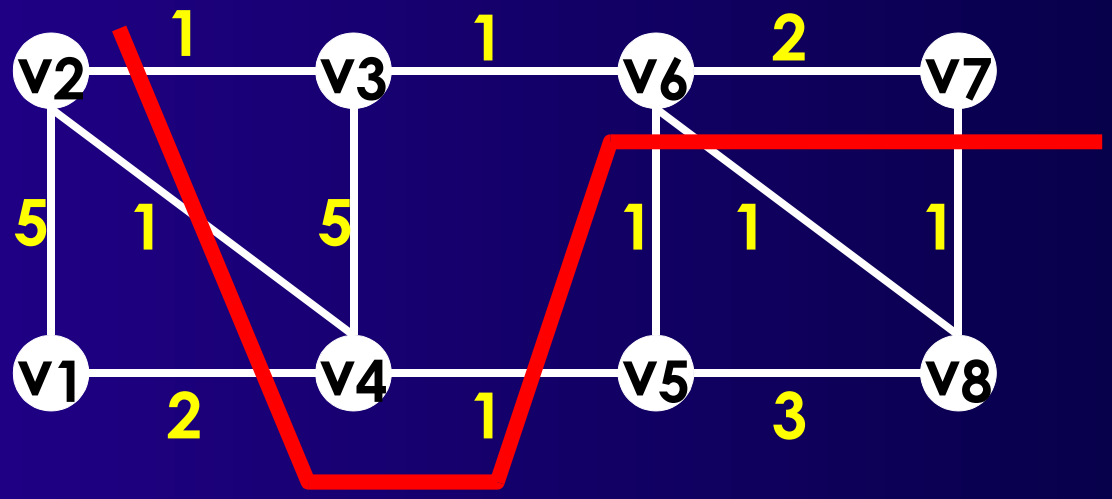
- Δ_i kann negativ werden
- $\sum \Delta_i$ kann zeitweise auch negativ sein
  - Dicht verbundene Teilmengen
    - Keine Verbesserung bei Austausch von Einzelknoten
    - Erst bei Austauch der gesamten Teilmenge

Kernighan-Lin Partitionierung 11



i	A^0 V2	V3	V6	V7	B^0 V1	V4	V5	V8	Δ_i	$\Sigma\Delta_i$
1	**5**	3	-1	-1	3	**3**	-3	-1	6	6
2		-5	-1	**-1**	-3		**-1**	-1	-2	4
3		-5	**1**		-3			**3**	2	6
4		**-3**			**-3**				-6	0

Kernighan-Lin Partitionierung 12



i	A^1				B^1				Δ_i
	v3	v4	v6	v7	v1	v2	v5	v8	
1	-5	-1	-1	-1	-3	-3	-1	-1	-2
2	5		-3	-3	-7	-5	3		8
3			-3	-3	-7	-7			-10
4				1		3			4

$\Sigma \Delta_i$

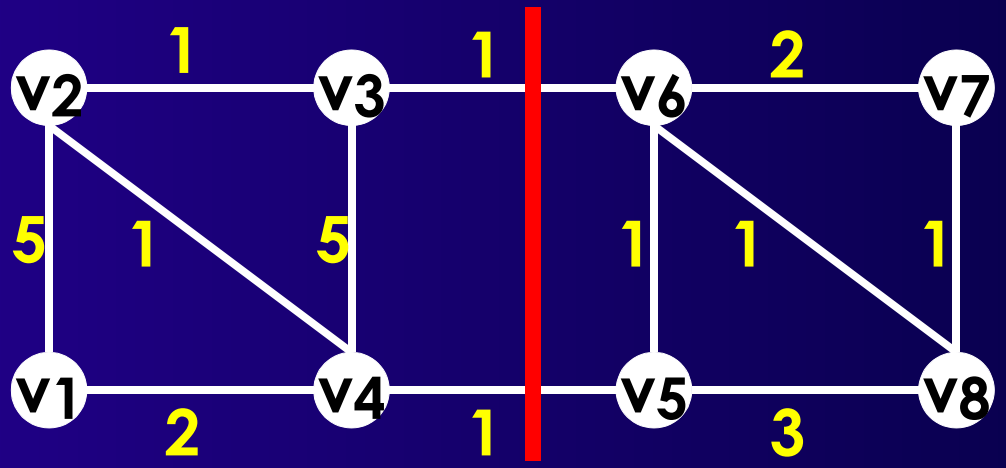
-2

6

-4

0

Kernighan-Lin Partitionierung 13



- Danach keine Verbesserung mehr in G
- Innere Schleife: *n* Iterationen
  - Finden des Paares mit bestem Δ: $O(n^2)$
  - Nach Δ sortiert: $O(n \log n)$

→ $O(n^3)$ oder $O(n^2 \log n)$

Kernighan-Lin Partitionierung 14

- KL: Lokale Suche mit variabler Nachbarschaft
- Schnellere Verfahren
  - Fiduccia-Mattheyses (FM)
    - Wesentlich schneller: O(*n*)
    - Aber schlechtere Qualität der Lösungen
  - QuickCut (QC): avg. O(|E| log *n*)
    - Gleiche Qualität wie KL
- Diverse Alternativen
  - Spectral Partitioning, Multi-Level-FM, ...

Weiteres Vorgehen

- **Bewertung der Abgaben**
  - Bescheid über Platzzuteilung via E-Mail
  - Bis Mittwoch 18:00 Uhr
  - Zuweisung von Kolloquiums-Slot
- **Donnerstag**
  - Gruppenweise 30-minütige Kolloquien
  - Anwesenheitspflicht!
- **Freitag**
  - Gruppenweise 10-minütige Vorträge
  - Nicht überziehen!
  - Ausgabe der nächsten Aufgabe
- **VL Dienstag: 5.2-5.4 Exakte Optim.verfahren**

Zusammenfassung

- Schnelle pfadorientierte Timing-Analyse
- VPR
  - Adaptives Simulated Annealing
  - Selbstnormalisierende Kostenfunktion
  - Schnelle Netzumfangsberechnung
  - Gesamtalgorithmus
- Kernighan-Lin MinCut-Partitionierung

- Papers auf Web-Seite
  - Ju & Saleh 1991: Kritische Pfadaufzählung
    - Nur Abschnitt 3 relevant
  - Cheng 1994: q(i) Korrekturfaktoren
    - ... sonst eher schlecht zu lesen
  - Marquardt & Betz: VPR
    - 1997 Grundlagen
    - 2000 Timing-gesteuerte Betriebsart (Criticality, etc.)