Algorithmen im Chip-Entwurf 7

Verdrahtung 1

Andreas Koch
FG Eingebettete Systeme
und ihre Anwendungen
TU Darmstadt

Überblick

- Verdrahtungsproblem
- Flächenverdrahtung
  - Lee's Algorithmus
- Kanalverdrahtung
  - Klassisches Modell
  - Einschränkungen
  - Modellierung
  - Left-Edge Algorithmus
- Zusammenfassung

Problem

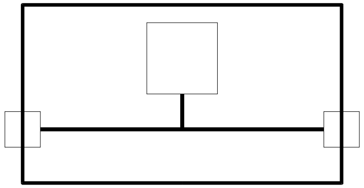
- Eingaben
  - Lage der Terminals (aus Plazierung)
  - Zu verbindende Terminals als Netzliste
  - Verdrahtungsfläche pro Layer
- In der Regel: Zwei Phasen
  - Globale Verdrahtung
    - Bestimmt die Lage ganzer Verdrahtungskanäle
      - Auf dem ganzen Chip
  - Lokale Verdrahtung
    - Bestimmt den Verlauf einzelner Leitungen
      - Innerhalb eines Verdrahtungskanales

Umfeld

- Anzahl der Verdrahtungslagen
  - Abhängig von Technologie
  - bis zu 8 im kommerziellen Einsatz
- Erlaubte Ausrichtung in einem Layer
  - Nur horizontal oder vertikal, beides, 45°
- Verdrahtung frei oder auf Raster
- Behandlung von Hindernissen
- Lage der Terminals
  - Nur an den Grenzen der Verdrahtungsfläche?
  - Mittendrin?

Details

- Feste oder bewegliche Terminals
- Veränderliche Verdrahtungsfläche
- Vertauschbare Terminals
  - z.B. NAND-Eingänge, LUT-Eingänge
- Elektrisch äquivalente Terminals
  - z.B. Duplizierte LUT-Ausgänge

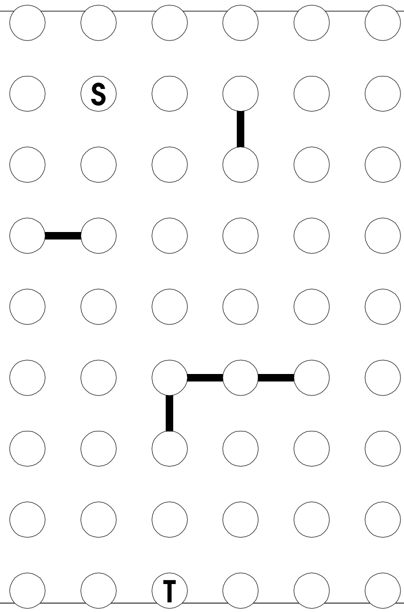


Flächenverdrahtung 1

- Terminals überall in Fläche erlaubt
- Algorithmus nach Lee (1961)
  - Labyrinth-Verdrahtung (Maze Routing)
- Berechnet
  - Verbindung zweier Punkte auf Ebene
    - Quell-Terminal
    - Senke-Terminal
  - Findet kürzesten Pfad um Hindernisse herum
- Arbeitet auf Raster
  - Maß: Kürzester Abstand benachbarter Punkte

Flächenverdrahtung 2

- Hindernisse
  - Rasterpunkte
  - Versperren Weg
- Beispiel



Lee's Algorithmus 1

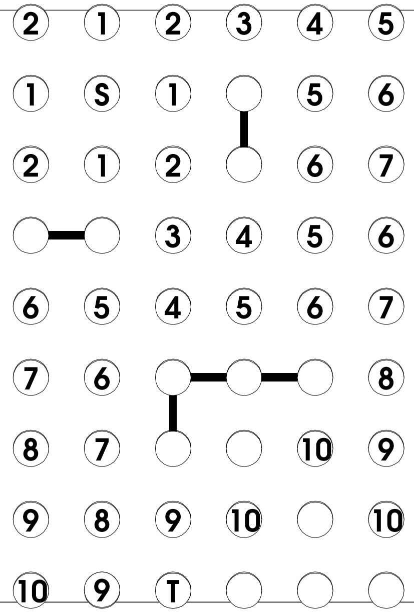
```
class grid_point : point {
  int value;
};
lee(grid_point S, grid_point T) {
  set<grid_point> wave, new_wave;
  grid_point neighbor, elem, path_elem;
  int label;
  /* 1. Schritt: Wellenausbreitung */
  new_wave := {S};
  label := 0;
  while (T ∉ new_wave) {
    ++label;
    wave := new_wave;
    new_wave := Ø;
    foreach element ∈ wave
      foreach neighbor ∈ N(element)
        if (neighbor.value == 0) {
          neighbor.value := label;
          new_wave := new_wave ∪ {neighbor};
        }
  }
  /* 2. Schritt: Rückverfolgung */
  path_elem := T;
  for (i:=label-1; i ≥ 1; --i) {
    path_elem := "Nachbar mit value=i";
    /* ggf. Auswahlheuristik */

    /* Aktuelle Leitung nun Hindernis */
    path_elem.value := -1;
  }

  /* 3. Schritt: Aufräumen */
  foreach "point on grid"
    if (point.value > 0)
      point.value := 0;
}
```

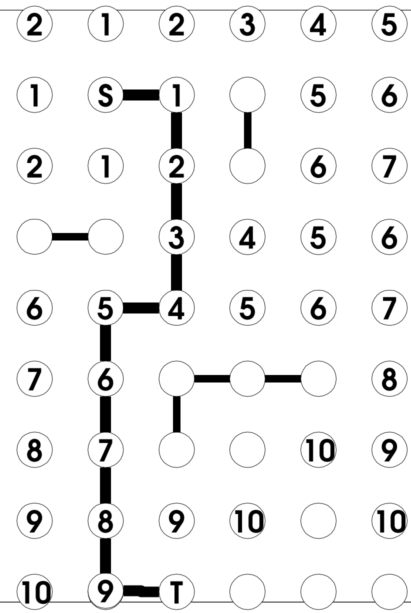
Lee's Algorithmus 2

- Wellenausbreitung



Lee's Algorithmus 3

- Rückverfolgung



Lee's Algorithmus 4

- Auf *n* x *n* Raster: O(n^2), auch Speicher
- Erweiterungen
  - Mehrere Ebenen
    - Dreidimensionaler Ansatz
      - Höhere Kosten für Vias
  - Multi-Terminal Netze
    - Verdrahte zunächst zwei Terminals
    - Benutze dann gesamten Pfad als Quelle/Senke
      - Weitere Terminals werden an bestehende angeschlossen
    - Kürzester Pfad *nicht* mehr garantiert!
      - Wäre Minimaler Rechtwinkliger Steiner-Baum: NP-vollst.

Lee's Algorithmus 5

- Hauptproblem: Sequentielles Vorgehen
- Heuristiken
  - Priorisierung von Netzen
    - Zeitkritische
    - Lange
    - mit hohem Fanout
    - ...
- Aber es existieren unlösbare Probleme
  - Unabhängig von Ordnung

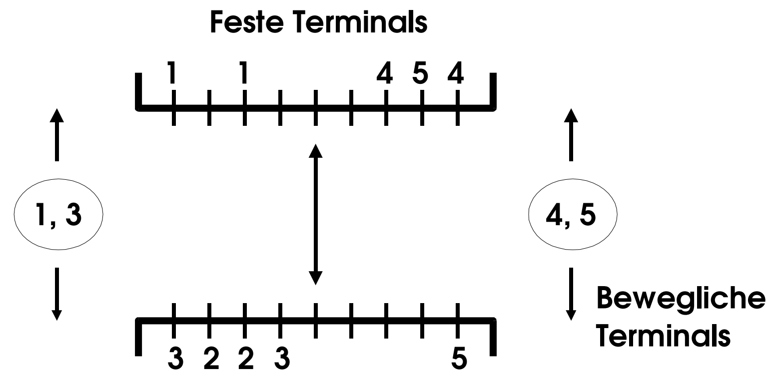
➔ Verwendung bei iterativer Verbesserung

Kanalverdrahtung 1

- Lee's Algorithmus geeignet für
  - Umgebung mit vielen Hindernissen
    - Wenige Pfade mit minimaler Länge
- Schlecht geeignet
  - Umgebung mit wenigen Hindernissen
  - Keine Auswahlmechanismen
    - Bestimmung des "besten" Pfades
- Kanalverdrahtung
  - Anfangs keine Hindernisse
  - ➢ Anderer Ansatz

Kanalverdrahtung 2

- Verdrahtung von Netzen in rechteckigem Kanal



- Ziel: min. Fläche, (min. Länge, min. Vias)

Kanalverdrahtung 3

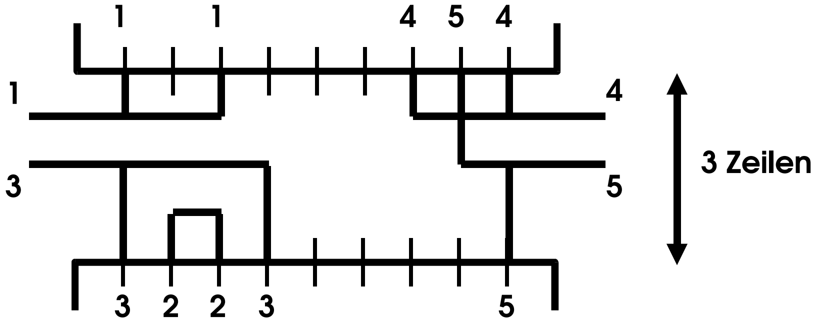
- Variante: Switchbox-Verdrahtung
  - Alle Terminals an allen vier Seiten fest
  - Alle Abmessungen fest
  - Entscheidungsproblem
    - Gibt es überhaupt eine Lösung?
    - Falls ja, optimiere sekundäre Ziele
      - min. Vias
      - min. Länge

Kanalverdrahtung 4

- Klassisches Modell
  - Verdrahtung läuft auf Einheitsraster
  - Zwei Verdrahtungsebenen
    - Getrennt für horizontale/vertikale Segmente
  - Ein (1) horizontales Segment pro Netz
    - Ausnahme: Bei Konfliktauflösung 2 H-Segmente
- Erweiterungen
  - Verdrahtung ohne Raster
  - 45° Verbindungen erlaubt
  - Mehr als zwei Verdrahtungsebenen

Kanalverdrahtung 5

- Beispiel gelöst im klassischen Modell

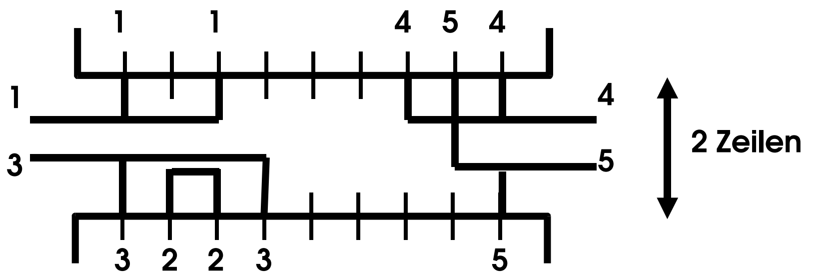


Kanalverdrahtung 6

- Reservierte Ebenen für H/V-Segmente?
  - Vermindern des Übersprechens zwischen überlagerten Segmenten
  - Kleinerer Lösungsraum
    - Schneller zu Lösen
    - Verlust an Qualität
- Moderne Router
  - Ohne reservierte Ebenen
  - Bessere Qualität

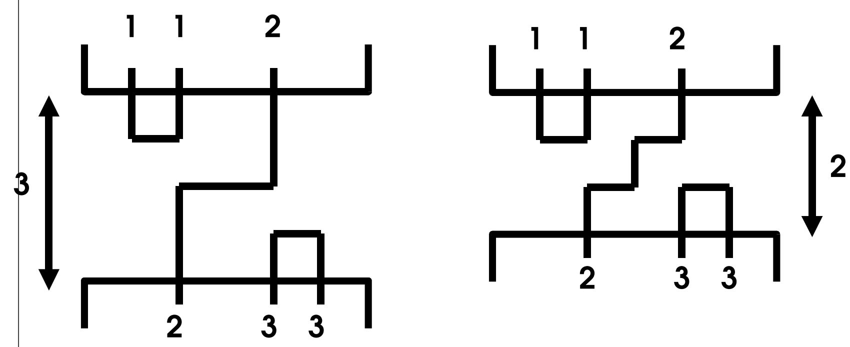
Kanalverdrahtung 7

- Beispiel gelöst ohne reservierte Ebenen



Kanalverdrahtung 8

- Verwendung von *doglegs*
  - Mehr als ein H-Segment pro Netz

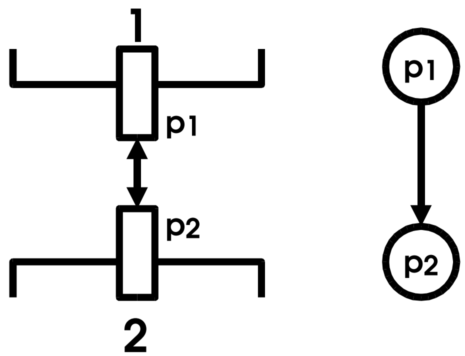


Ohne Doglegs

Mit Doglegs

Vertikale Einschränkungen 1

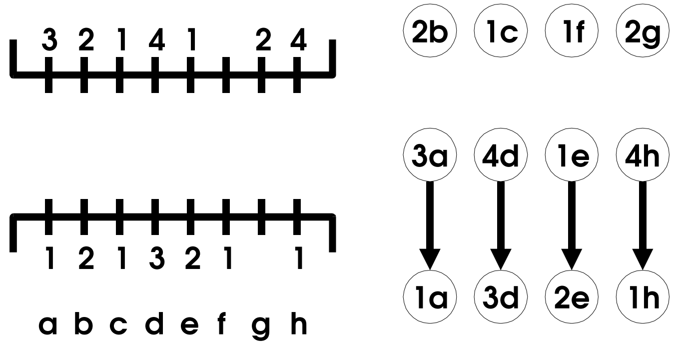
- Zwei gegenüberliegende Terminals
  - Oberes Segment in den Kanal *muß* über unterem Segment in den Kanal liegen
    - Sonst Kurzschluß



Vertical Constraint Graph (VCG)

Vertikale Einschränkungen 2

- VCG: Einzeln betrachtet
  - Wenig aussagekräftig
    - Ein verbundenes Knotenpaar pro gegenüberliegende unverbundene Terminals



Vertikale Einschränkungen 3

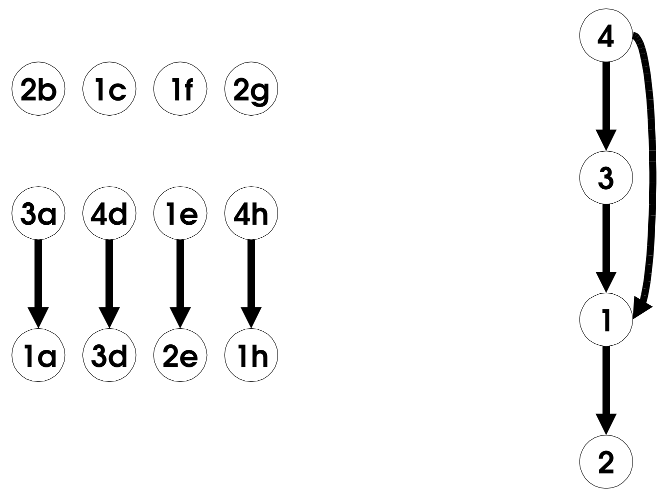
- Aber: Im klassischen Modell
  - Alle Terminals eines Netzes laufen auf *einem* horizontalen Segment

→ Alle Terminalsegmente enden in *einer* Zeile
  - Zusätzliche Abhängigkeit

- Darstellung im VCG
  - Verschmelzen der Terminal-Knoten
  - ... zu einem Knoten *pro Netz*

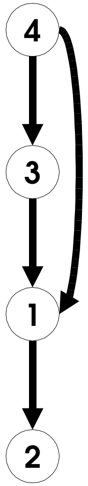
Vertikale Einschränkungen 4

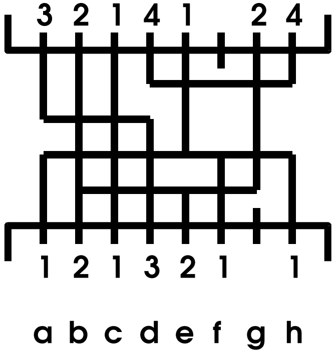
- Fortführung des letzten Beispiels



Vertikale Einschränkungen 5

- Eindeutige Lösung des Beispiels



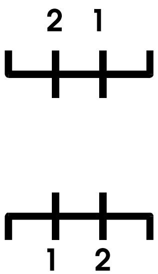


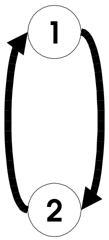
Vertikale Einschränkungen 6

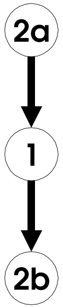
- Extremformen von VCGs
  - Vollständig verschmolzen
  - Vollständig getrennt
- Zwischenstufen möglich
  - Ein Knoten pro horizontalem Segment
    - Auch in nicht-klassischen Modellen verwendbar
    - Mehr als ein H-Segment pro Netz

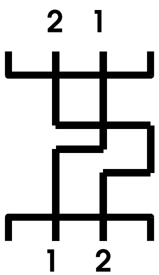
Vertikale Einschränkungen 7

- Zyklen im VCG
  - Mit einzelnem H-Segment pro Netz nicht mehr lösbar









- Lösung: Knoten auftrennen
  - Auch für Doglegs!

Vertikale Einschränkungen 8

- Falls nur vertikale Einschränkungen:
  - Problem leicht lösbar
  - Berechnung des längsten Pfades
    - Analog zur Kompaktierung
- Aber
  - Es gibt auch horizontale Einschränkungen

Horizontale Einschränkungen 1

- **Im klassischen Modell**
  - **Keine Überlappung zwischen H-Segmenten verschiedener Netze in gleicher Zeile**
  - **Sonst Kurzschluß**

➔ Horizontale Einschränkung

- **Falls keine vertikalen Einschränkungen**
  - **Keine gegenüberliegenden Terminals**
  - ➢ **Lösung durch Left-Edge Algorithmus (1971)**

Left-Edge Algorithmus 1

- **Modelliere Netz *i* als Intervall**

$$\left[x_{i_{\min}}, x_{i_{\max}}\right]$$

  - **Begrenzt durch Position der linken/rechten Terminals**
- **Ausreichend Informationen, da**
  - **Kein vertikalen Einschränkungen**
    - ◆ **Zeile des H-Segments kann *überall* erreicht werden**
- **Optimale Lösung**
  - **Nicht-überlappende Intervalle in eine Zeile**
  - ➢ **Minimale Anzahl von Zeilen**

Left-Edge Algorithmus 2

- **Lokale Dichte in Spalte x: d(x)**
  - **Anzahl von Intervallen, die Spalte x enthalten**
- **Maximale lokale Dichte**

$$d_{\max} = \max_{x} \mathrm{d}(x)$$

- **Untere Schranke für Anzahl Zeilen**
  - **Alle überlappenden Intervalle müssen in eigene Zeilen gelegt werden**
- **Left-Edge Algorithmus findet immer Optimum**

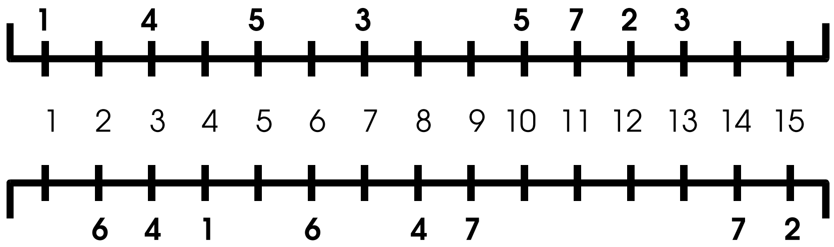
Left-Edge Algorithmus 3

```
left_edge(list<interval> i_list) {
  /* intervalle in i_list nach aufsteigender linker koordinate sortiert */
  set<set<interval>> solution;
  set<interval> row;
  interval f;

  solution := Ø;
  while (!i_list.empty()) {
    f      := i_list.head();
    i_list := i_list.tail();
    row    := Ø;
    do {
      row := row ∪ {f};
      f      := "erstes Element in i_list ohne Überlappung mit f";
      i_list.remove(f);
    } while (f != nil);
    solution := solution ∪ {row};
  }
  return (solution);
}
```

- **Greedy Algorithmus**
  - **Findet aber Optimum**

Left-Edge Algorithmus 4



i_1=[1,4] i_2=[12,15] i_3=[7,13] i_4=[3,8]
i_5=[5,10] i_6=[2,6] i_7=[9,14]

d_{max} = 3

i_list = [1,4], [2,6], [3,8], [5,10], [7,13], [9,14], [12, 15]

Left-Edge Algorithmus 5

solution = ∅

i_list = [1,4], [2,6], [3,8], [5,10], [7,13], [9,14], [12, 15]

f = [1,4]

i_list = [2,6], [3,8], [5,10], [7,13], [9,14], [12, 15]

row = ∅

row = ∅ ∪ {f} = {[1,4]}

f = "ohne Überlappung mit f" = [5,10]

i_list = [2,6], [3,8], [7,13], [9,14], [12, 15]

row = {[1,4]} ∪ {f} = {[1,4],[5,10]}

f = "ohne Überlappung mit f" = [12,15]

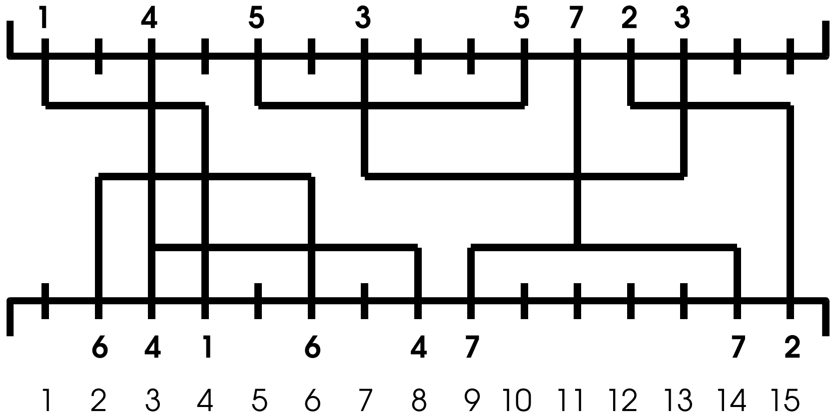
i_list = [2,6], [3,8], [7,13], [9,14]

row = {[1,4],[5,10]} ∪ {f} = {[1,4],[5,10],[12,15]}

f = "ohne Überlappung mit f" = nil

solution = ∅ ∪ {row} = {{[1,4],[5,10],[12,15]}}

Left-Edge Algorithmus 6



solution={{[1,4],[5,10],[12,15]}, {[2,6],[7,13]}, {[3,8],[9,14]}}

Left-Edge Algorithmus 7

- **Komplexität**
  - ***n* Intervalle**
  - ***d* Zeilen**
  - **Sortieren nach linker Koordinate: O(*n* log *n*)**
  - **Äußere Schleife: *d* Durchläufe**
  - **Innere Schleife: max. *n* Intervalle betrachtet**
  - ➢ **O(*n* log *n* + *d n*)**
    - ◆ **Kann noch verbessert werden: $\Theta(n)$**

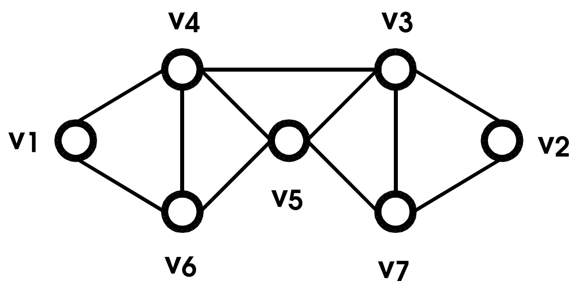
Left-Edge Algorithmus 8

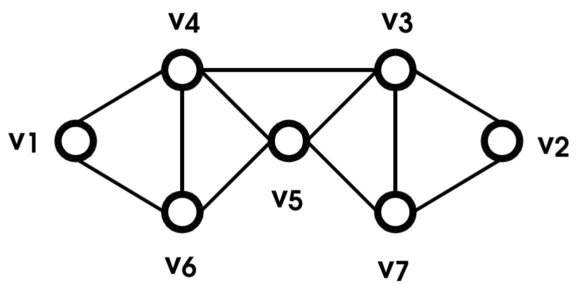
- Als graphentheoretisches Problem
- Intervallgraph *G(V, E)*
  - Knoten pro Intervall
  - Kante zwischen überlappenden Intervallen
- ➢ Untermenge aller Graphen
- Nicht benachbarte Knoten: Intervalle in einer Zeile möglich

Left-Edge Algorithmus 9

- Analog zu
  - Bestimme minimale Anzahl von Farben, so daß benachbarte Knoten unterschiedliche Farben haben
- Farben ⇔ Zeilen
  - Klassisches Problem der Graphentheorie
    - Normalerweise NP-vollständig
    - Für Intervallgraphen aber in P

Left-Edge Algorithmus 10





Weiterer Ablauf

- Di: Realer FPGA-Router „Pathfinder“
  - Wichtig für nächste Praktikumsphase

Zusammenfassung

- Flächenverdrahtung
  - Lee's Algorithmus
- Kanalverdrahtung
  - Klassisches Modell
    - Ausnahmen
  - Einschränkungen
    - Vertikale
    - Horizontale
    - Left-Edge Algorithmus
    - Graphentheoretische Sicht