

Technische Grundlagen der Informatik – Kapitel 1



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Prof. Dr. Andreas Koch
Fachbereich Informatik
TU Darmstadt



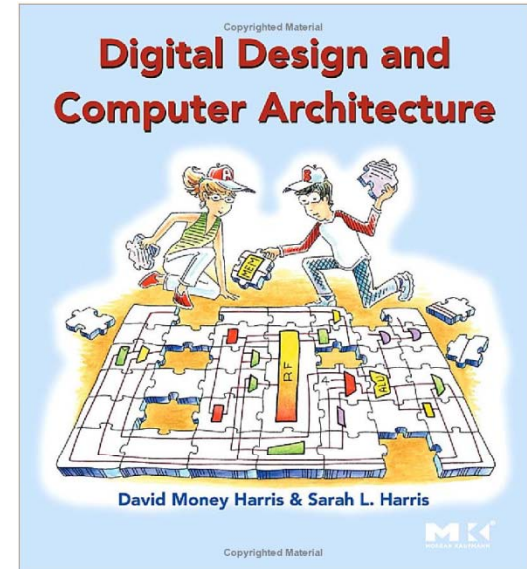
Lehr- und Anschauungsmaterial

- Aus dem Lehrbuch

Digital Design and Computer Architecture

von David M. Harris & Sarah L. Harris

- Diese Folien nach englischen Originalvorlagen erstellt
 - Originale sind © 2007 Elsevier
- Buch wird an Studierende **subventioniert** abgegeben
 - Organisiert durch Fachschaft Informatik
- Mehr **Hintergrundmaterial** auf Web-Seite zu Buch



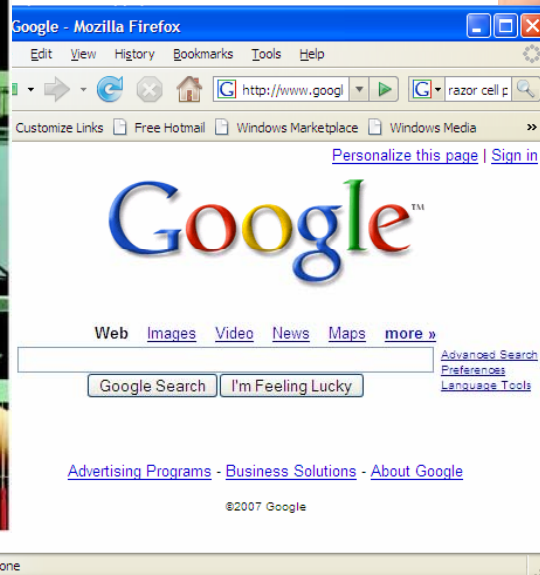
Kapitel 1: Von 0 nach 1



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- **Hintergrund**
- **Vorgehensweise**
- **Beherrschen von Komplexität**
- **Die digitale Abstraktion**
- **Zahlensysteme**
- **Logikgatter**
- **Darstellung als elektrische Spannungen**
- **CMOS Transistoren**
- **Elektrische Leistungsaufnahme**

- Mikroprozessoren haben die Welt verändert
 - Handys, Internet, Medizintechnik, Unterhaltung, ...
- Umsatzwachstum in der Halbleiterindustrie von \$21 Milliarden in 1985 auf \$213 Milliarden in 2004



Themen dieser Veranstaltung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Interner Aufbau und Funktion eines Computers
- Entwurf digitaler Logikschaltungen
- Systematische Fehlersuche in digitalen Logikschaltungen
- Entwurf und Realisierung eines Mikroprozessors

Beherrschen von Komplexität

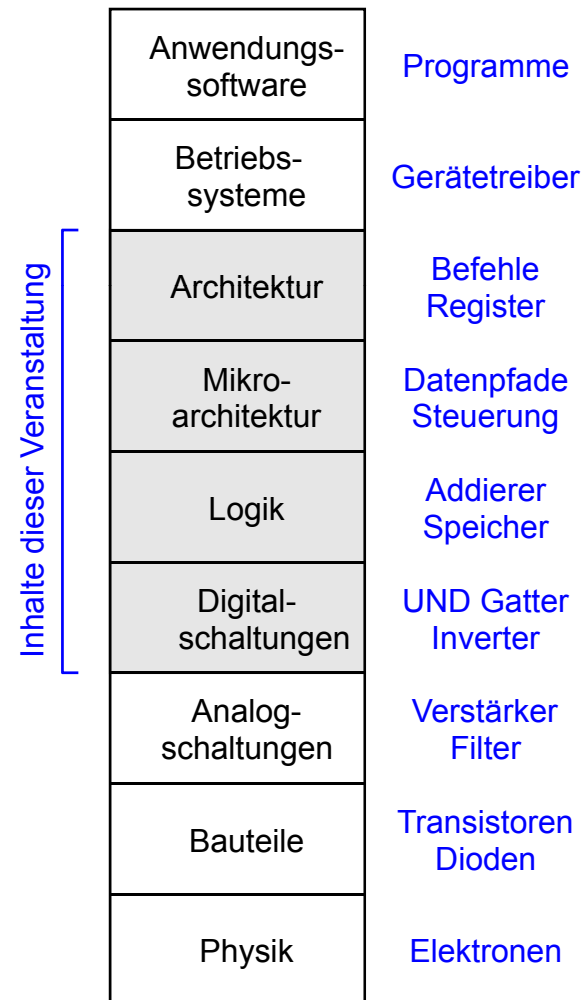


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Abstraktion
- Disziplin
- Wesentliche Techniken (die drei Y's)
 - Hierarchie (*hierarchy*)
 - Modularität (*modularity*)
 - Regularität (*regularity*)

Abstraktion

- Verstecken unnötiger Details
- „unnötig“
 - Für *diese* spezielle Aufgabe unnötig!
- Für alle Aufgaben hilfreich
 - Verstehen der **anliegenden** Abstraktionsebenen



- **Wissentliche Beschränkung der Realisierungsmöglichkeiten**
 - Erlaubt produktivere Arbeit auf **höheren** Entwurfsebenen
- **Beispiel: Digitale Entwurfsdisziplin**
 - Arbeite mit **diskreten** statt mit stetigen Spannungspegeln
 - Digitalschaltungen sind **einfacher** zu entwerfen als analoge
 - Erlaubt den Entwurf komplexerer Schaltungen
 - Digitale Systeme **ersetzen** zunehmend analoge
 - Digitalkamera, digitales Fernsehen, moderne Handys, CD, DVD, ...

Wesentliche Techniken (Die Drei-Y's)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- **Hierarchie**
 - Aufteilen eines Systems in Module und Untermodule
- **Modularität**
 - Wohldefinierte Schnittstellen und Funktionen
- **Regularität**
 - Bevorzuge einheitliche Lösungen für einfachere Wiederverwendbarkeit

Beispiel: Steinschlossgewehr

- Frühes Beispiel für Anwendungen der Drei-Y's
- **Komplexer** Gebrauchsgegenstand
- Entwicklung begann im 16. Jahrhundert
 - Aber noch sehr unzuverlässig
- Höhere Stückzahlen ab dem 17. Jahrhundert
 - Aber alles **Einzelanfertigungen** von Büchsenmachern
- Bis zum 19. Jahrhundert zunehmende Vereinheitlichung



Hierarchie: Zerlegung in Module



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Hierarchie: Zerlegung in Untermodule

- Untermodule des Schlosses



Modularität: Schaft und Lauf

- Funktion des **Schafts**
 - Schloss und Lauf stabil zusammenfügen
- Funktion des **Laufes**
 - Projektil während Beschleunigung zu führen und mit Drall zu versehen
- Im Idealfall sind Funktionen **unabhängig** und beeinflussen sich nicht
- **Schnittstelle** zwischen Schaft und Lauf
 - Gemeinsame Haltevorrichtung



Regularität: Austauschbare Teile



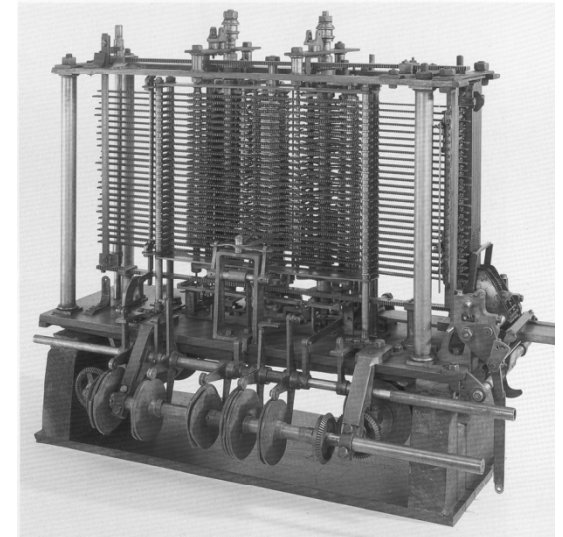
- **Gleiche** Schlösser in **unterschiedlichen** Schäften
 - Passender Ausschnitt in Schaft
- **Unterschiedliche** Läufe in **gleichen** Schäften
 - Passende Länge und Haltemechanismus
- Voraussetzung für industrielle **Massenproduktion**

- Die meisten **physikalischen** Größen haben **stetige** Werte
 - Elektrische Spannung auf einem Leiter
 - Frequenz einer Schwingung
 - Position einer Masse
- Berücksichtigen alle Werte der Größe (**unendlich** viele)
- Digitale Abstraktion: Berücksichtigt nur **endlich** viele Werte
 - **Untermenge** aus einem stetigen Wertebereich

Analytische Maschine



- *Analytical engine*
- Entworfen durch **Charles Babbage** von 1834 – 1871
- Erster Digitalrechner
- Aufgebaut als **mechanischer** Rechner
 - Zahnstangen und –räder
 - Stellungen repräsentieren **Ziffern 0-9**
 - Genau 10 Stellungen je Zahnrad
- Babbage verstarb vor Fertigstellung
- Entwurf hätte aber **funktioniert**



Digitale Disziplin: Binärwerte



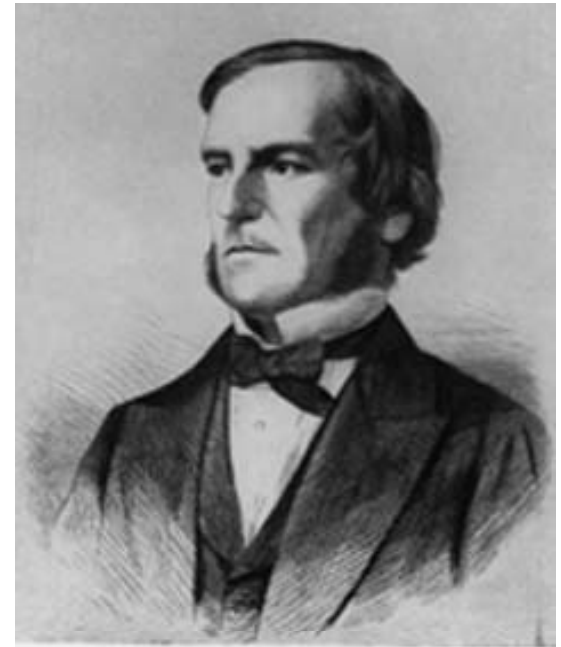
- Digitale Disziplin heute
 - In der Regel Beschränkung auf nur **zwei** unterschiedliche Werte
 - Binärsystem
 - Können unterschiedlich heißen
 - 1, WAHR, TRUE, HIGH, ...
 - 0, FALSCH, FALSE, LOW, ...
- Unterschiedlichste **Darstellungen** der beiden Werte möglich
 - Spannungspegel, Zahnradstellungen, Flüssigkeitsstände, Quantenzustände, ...
- Digitalschaltungen verwenden üblicherweise unterschiedliche **Spannungspegel**
- *Bit* (*Binary digit*): Maßeinheit für Information
 - 1 b = Eine Ja/Nein-Entscheidung

George Boole, 1815 - 1864



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- In einfachen Verhältnissen geboren
- Brachte sich **selbst** Mathematik bei
- Später **Professur** am Queen's College in Irland
- Verfasste *An Investigation of the Laws of Thought*
 - 1854
- Einführung **binärer** Variablen
- Einführung der drei grundlegenden **Logikoperationen**
 - UND (*AND*)
 - ODER (*OR*)
 - NICHT (*NOT*)
- Verknüpfen binäre Werte mit binärem Ergebnis



GEORGE BOOLE

Scanned at the American
Institute of Physics

▪ Dezimalzahlen

$$\begin{array}{l} 1's \text{ column} \\ 10's \text{ column} \\ 100's \text{ column} \\ 1000's \text{ column} \end{array} 5374_{10} =$$

▪ Binärzahlen

$$\begin{array}{l} 1's \text{ column} \\ 2's \text{ column} \\ 4's \text{ column} \\ 8's \text{ column} \end{array} 1101_2 =$$



▪ Dezimalzahlen

1's column
10's column
100's column
1000's column

$$5374_{10} = 5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

five thousands three hundreds seven tens four ones

▪ Binärzahlen

1's column
2's column
4's column
8's column

$$1101_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13_{10}$$

one eight one four no two one one

Zweierpotenzen



■ $2^0 =$

■ $2^1 =$

■ $2^2 =$

■ $2^3 =$

■ $2^4 =$

■ $2^5 =$

■ $2^6 =$

■ $2^7 =$

■ $2^8 =$

■ $2^9 =$

■ $2^{10} =$

■ $2^{11} =$

■ $2^{12} =$

■ $2^{13} =$

■ $2^{14} =$

■ $2^{15} =$

Zweierpotenzen



- $2^0 = 1$
 - $2^1 = 2$
 - $2^2 = 4$
 - $2^3 = 8$
 - $2^4 = 16$
 - $2^5 = 32$
 - $2^6 = 64$
 - $2^7 = 128$
 - $2^8 = 256$
 - $2^9 = 512$
 - $2^{10} = 1024$
 - $2^{11} = 2048$
 - $2^{12} = 4096$
 - $2^{13} = 8192$
 - $2^{14} = 16384$
 - $2^{15} = 32768$
- Sehr nützlich, wenigstens die ersten 10 im **Kopf** zu haben



- **Binär** nach **dezimal** umrechnen:
 - Wandele 10011_2 ins Dezimalsystem um

- **Dezimal** nach **binär** umrechnen
 - Wandele 47_{10} ins Binärsystem um



- **Binär nach dezimal umrechnen:**
 - Wandele 10011_2 ins Dezimalsystem um
 - **$16 \times 1 + 8 \times 0 + 4 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 1 = 19_{10}$**
- **Dezimal nach binär umrechnen**
 - Wandele 47_{10} ins Binärsystem um
 - **$32 \times 1 + 16 \times 0 + 8 \times 1 + 4 \times 1 + 2 \times 1 + 1 \times 1 = 101111_2$**
 - Auf zwei Arten möglich
 - Jeweils nach größter noch passender Zweierpotenz suchen
 - Durch immer größer werdende Zweierpotenzen dividieren



Binärzahlen und Wertebereiche

- N -stellige Dezimalzahl
 - Wie viele verschiedene Werte? 10^N
 - Wertebereich? $[0, 10^N - 1]$
 - Beispiel: 3-stellige Dezimalzahl:
 - $10^3 = 1000$ mögliche Werte
 - Wertebereich: $[0, 999]$
- N -bit Binärzahl
 - Wie viele verschiedene Werte? 2^N
 - Wertebereich : $[0, 2^N - 1]$
 - Beispiel : 3-bit Binärzahl
 - $2^3 = 8$ mögliche Werte
 - Wertebereich : $[0, 7] = [000_2, 111_2]$

Hexadezimale Zahlen



Hex-Ziffer	Entspricht Dezimal	Entspricht Binär
0	0	
1	1	
2	2	
3	3	
4	4	
5	5	
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	
A	10	
B	11	
C	12	
D	13	
E	14	
F	15	

Hexadezimale Zahlen



Hex-Ziffer	Entspricht Dezimal	Entspricht Binär
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

Hexadezimalzahlen

- Schreibweise zur Basis 16
- Kürzere Darstellung für lange Binärzahlen

Umwandeln von Hexadezimaldarstellung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Umwandeln von **hexadezimal** nach **binär**:
 - Wandele $4AF_{16}$ (auch geschrieben als $0x4AF$) nach binär

- Umwandeln von **hexadezimal** nach **dezimal**:
 - Wandele $0x4AF$ nach dezimal

Umwandeln von Hexadezimaldarstellung



- Umwandeln von **hexadezimal** nach **binär**:
 - Wandle $4AF_{16}$ (auch geschrieben als $0x4AF$) nach binär
 - $0100\ 1010\ 1111_2$
- Umwandeln von **hexadezimal** nach **dezimal**:
 - Wandle $0x4AF$ nach dezimal
 - $16^2 \times 4 + 16^1 \times 10 + 16^0 \times 15 = 1199_{10}$

Bits, Bytes, Nibbles...

- Bits (Einheit b)
 - Höchstwertiges Bit (msb)
 - Niedrigstwertiges Bit (lsb)
- Bytes (Einheit B) & Nibbles
- Bytes
 - Höchstwertiges Byte (MSB)
 - Niedrigstwertiges Byte (LSB)

10010110

most significant bit least significant bit

byte

10010110

nibble

CEBF9AD7

most significant byte least significant byte

Zweierpotenzen und Präfixe



- $2^{10} = 1 \text{ Kilo}$ (K) ≈ 1000 (1024)
- $2^{20} = 1 \text{ Mega}$ (M) $\approx 1 \text{ Million}$ (1,048,576)
- $2^{30} = 1 \text{ Giga}$ (G) $\approx 1 \text{ Milliarde}$ (1,073,741,824)

- Beispiele
 - 4 GB: Maximal adressierbare Speichergröße für 32b-Prozessoren
 - 16M x 32b: erste GDDR5-Speicherchips für Grafikkarten

- Vorsicht Falle:
 - Deutsch $10^9=1 \text{ Milliarde}$
 - US English $10^9=1 \text{ billion}$

Zweierpotenzen schnell schätzen

- Was ist der Wert von 2^{24} ?
- Wie viele verschiedene Werte kann eine 32b Variable annehmen?

Zweierpotenzen schnell schätzen

- Was ist der Wert von 2^{24} ?

$$2^4 \times 2^{20} \approx 16 \text{ Millionen}$$

- Wie viele verschiedene Werte kann eine 32b Variable annehmen?

$$2^2 \times 2^{30} \approx 4 \text{ Milliarden}$$

Addition

- Dezimal

$$\begin{array}{r} 11 \leftarrow \text{Überträge} \\ 3734 \\ + 5168 \\ \hline 8902 \end{array}$$

- Binär

$$\begin{array}{r} 11 \leftarrow \text{Überträge} \\ 1011 \\ + 0011 \\ \hline 1110 \end{array}$$

Beispiele für Addition von Binärzahlen



- Addiere die 4-bit Binärzahlen

$$\begin{array}{r} 1001 \\ + 0101 \\ \hline \end{array}$$

- Addiere die 4-bit Binärzahlen

$$\begin{array}{r} 1011 \\ + 0110 \\ \hline \end{array}$$

Beispiele für Addition von Binärzahlen

- Addiere die 4-bit Binärzahlen

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1001 \\ + 0101 \\ \hline 1110 \end{array}$$

- Addiere die 4-bit Binärzahlen

$$\begin{array}{r} 111 \\ 1011 \\ + 0110 \\ \hline 10001 \end{array}$$

Überlauf!

- Digitale Systeme arbeiten mit einer **festen** Anzahl an Bits
 - In der Regel, es gibt aber durchaus Ausnahmen!
- Eine Addition **läuft über**, wenn ihr Ergebnis nicht mehr in die verfügbare Anzahl von Bits hineinpasst
- Beispiel: $11+6$, gerechnet mit 4b Breite

Vorzeichenbehaftete Binärzahlen



- Darstellung als Vorzeichen und Betrag
- Zweierkomplement

Darstellung als Vorzeichen und Betrag

- 1 Vorzeichenbit, $N-1$ Bits für Betrag

$$A : \{a_{N-1}, a_{N-2}, \dots, a_2, a_1, a_0\}$$

- Vorzeichenbit ist höchstwertiges Bit (msb)

$$A = (-1)^{a_{n-1}} \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

- Positive Zahl: Vorzeichenbit = 0
- Negative Zahl: Vorzeichenbit = 1

- Beispiel: 4-bit Vorzeichen/Betrag-Darstellung von ± 6 :

$$+6 =$$

$$-6 =$$

- Wertebereich einer Zahl in Vorzeichen/Betrag-Darstellung :

Darstellung als Vorzeichen und Betrag

- 1 Vorzeichenbit, $N-1$ Bits für Betrag

$$A : \{a_{N-1}, a_{N-2}, \dots, a_2, a_1, a_0\}$$

- Vorzeichenbit ist höchstwertiges Bit (msb)

$$A = (-1)^{a_{n-1}} \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

- Positive Zahl: Vorzeichenbit = 0
- Negative Zahl: Vorzeichenbit = 1

- Beispiel: 4-bit Vorzeichen/Betrag-Darstellung von ± 6 :

$$+6 = \mathbf{0110}$$

$$-6 = \mathbf{1110}$$

- Wertebereich einer Zahl in Vorzeichen/Betrag-Darstellung :

$$\mathbf{[-(2^{N-1}-1), 2^{N-1}-1]}$$

Darstellung als Vorzeichen/Betrag: Probleme



- Addition schlägt **fehl**
 - Beispiel: $-6 + 6$:

$$\begin{array}{r} 1110 \\ + 0110 \\ \hline 10100 \text{ (falsch!)} \end{array}$$

- **Zwei** Darstellungen für Null (± 0):

$$\begin{array}{ll} 1000 & (-0) \\ 0000 & (+0) \end{array}$$

Zahldarstellung im Zweierkomplement



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- **Behebt** Probleme der Vorzeichen/Betrag-Darstellung
 - Addition liefert wieder **korrekte** Ergebnisse
 - Nur **eine** Darstellung für Null

Zahldarstellung im Zweierkomplement



- Wie **vorzeichenlose** Binärdarstellung, aber ...
 - msb hat nun einen Wert von -2^{N-1}

$$A = a_{n-1} \left(-2^{n-1} \right) + \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

- **Größte** positive 4b Zahl :
- **Kleinste** negative 4b Zahl :
- msb gibt immer noch das **Vorzeichen** an
 - 1=negativ, 0=positiv
- **Wertebereich** einer N -bit Zweierkomplementzahl:

Zahldarstellung im Zweierkomplement



- Wie **vorzeichenlose** Binärdarstellung, aber ...
 - msb hat nun einen Wert von -2^{N-1}

$$A = a_{n-1} \left(-2^{n-1} \right) + \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

- **Größte** positive 4b Zahl : **0111** = $2^2 + 2^1 + 2^0 = 7$
- **Kleinste** negative 4b Zahl : **1000** = $-2^3 = -8$
- msb gibt immer noch das **Vorzeichen** an
 - 1=negativ, 0=positiv
- **Wertebereich** einer N -bit Zweierkomplementzahl:
 $[-(2^{N-1}), 2^{N-1}-1]$

Darstellung im Zweierkomplement



- Annahme: Umzuwandelnde Zahlen liegen im Wertebereich
 - N bit breites Zweierkomplement
 - Stelle Wert k im Zweierkomplement z dar

- Positive Zahlen $k \geq 0$
 - Normale Binärdarstellung, restliche Bits bis einschließlich **msb** mit 0 auffüllen
 - Beispiel: $N = 5b$, $k = 3_{10} \rightarrow z = 00011$

- Negative Zahlen $k < 0$
 - **msb** auf 1 setzen, Wert soweit ist nun -2^{N-1}
 - Nun muss aufaddiert werden, bis gewünschter Zielwert k erreicht
 - Differenz $d = 2^{N-1} + k$, diese binär in untere Bits eintragen (Beginn bei lsb)
 - Beispiel: $N = 5b$, $k = -3_{10} \rightarrow d = 2^4 - 3 = 16 - 3 = 13 \rightarrow z = 11101$

Zweierkomplement arithmetisch bilden



- In beide Richtungen anwendbar
 - Vorzeichenwechsel: $k \rightarrow -k$
- Algorithmus
 1. Alle Bits invertieren ($0 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 0$)
 2. Dann 1 addieren
- Beispiel: Vorzeichenwechsel von $3_{10} = 00011_2$
- Beispiel: Vorzeichenwechsel von $-3_{10} = 11101_2$

Zweierkomplement arithmetisch bilden



- In beide Richtungen anwendbar
 - Vorzeichenwechsel: $k \rightarrow -k$
- Algorithmus
 1. Alle Bits invertieren ($0 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 0$)
 2. Dann 1 addieren
- Beispiel: Vorzeichenwechsel von $3_{10} = 00011_2$
1. 11100_2 , 2. $11101_2 = -3_{10}$
- Beispiel: Vorzeichenwechsel von $-3_{10} = 11101_2$
1. 00010_2 , 2. $00011_2 = 3_{10}$

Weitere Beispiele Zweierkomplement

- Bestimme Zweierkomplement von $6_{10} = 0110_2$
- Was ist der Dezimalwert der Zweierkomplementzahl 1001_2 ?

Weitere Beispiele Zweierkomplement

- Bestimme Zweierkomplement von $6_{10} = 0110_2$

1. 1001
2. + 1

 1010₂ = -6₁₀

- Was ist der Dezimalwert der Zweierkomplementzahl 1001_2 ?

1. 0110
2. + 1

 0111₂ = 7₁₀, msb war vorher 1 also negativ: $1001_2 = -7_{10}$

Addition im Zweierkomplement



- Addiere $6 + (-6)$

$$\begin{array}{r} 0110 \\ + 1010 \\ \hline \end{array}$$

- Addiere $-2 + 3$

$$\begin{array}{r} 1110 \\ + 0011 \\ \hline \end{array}$$

Addition im Zweierkomplement

- Addiere $6 + (-6)$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 0110 \\ + 1010 \\ \hline 10000 \end{array}$$

- Addiere $-2 + 3$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 1110 \\ + 0011 \\ \hline 10001 \end{array}$$

Überlauf:

Ignorieren, wenn
Positive und negative
Zahlen gleicher
Bitbreite addiert
werden

Erweitern von Zahlen auf höhere Bitbreite



- Verknüpfen von Zahlen **unterschiedlicher** Bitbreite?
- Anzahl Bits N der **schmaleren** Zahl erhöhen auf Breite M der anderen Zahl
- Zwei Möglichkeiten
 - Auffüllen mit führenden **Nullen** (*zero extension*)
 - Auffüllen mit dem bisherigen **Vorzeichen** (*sign extension*)

Erweitern durch Auffüllen mit Vorzeichenbit



- Vorzeichenbit nach **links** kopieren bis gewünschte Breite erreicht
- Zahlenwert bleibt **unverändert**
 - Auch bei negativen Zahlen!
- **Beispiel 1:**
 - 4-bit Darstellung von 3 = 0011
 - 8-bit aufgefüllt durch Vorzeichen: 00000011
- **Beispiel 2:**
 - 4-bit Darstellung von -5 = 1011
 - 8-bit aufgefüllt durch Vorzeichen : 11111011

Erweitern durch Auffüllen mit Nullbits

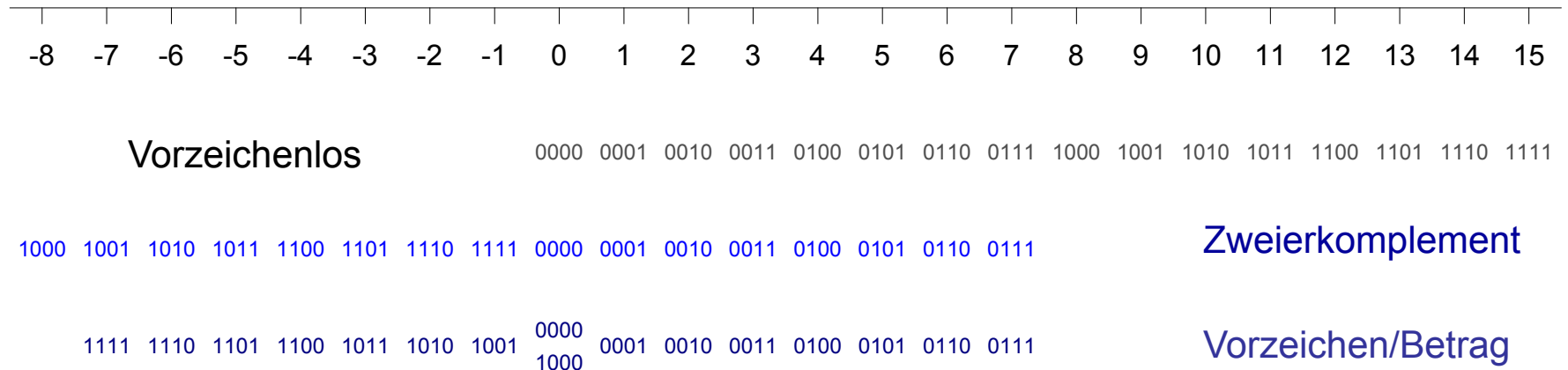


- Nullen nach **links** anhängen bis gewünschte Breite erreicht
- **Zerstört** Wert von negativen Zahlen
 - Positive Zahlen bleiben **unverändert**
- **Beispiel 1:**
 - 4-bit Wert = $0011_2 = 3_{10}$
 - 8-bit durch Auffüllen mit Nullbits: $00000011 = 3_{10}$
- **Beispiel 2:**
 - 4-bit Wert = $1011 = -5_{10}$
 - 8-bit durch Auffüllen mit Nullbits : $00001011 = 11_{10}$, falsch!

Vergleich der Zahlensysteme

Zahlensystem	Wertebereich
Vorzeichenlos	$[0, 2^N-1]$
Vorzeichen/Betrag	$[-(2^{N-1}-1), 2^{N-1}-1]$
Zweierkomplement	$[-2^{N-1}, 2^{N-1}-1]$

Beispiel 4-bit breite Darstellung:

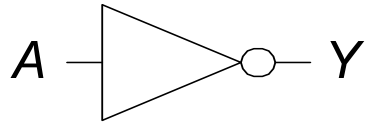




- Berechnen **logische** Funktionen:
 - Inversion (NICHT), UND, ODER, ...
 - NOT, AND, OR, NAND, NOR, ...
- **Ein** Eingang:
 - NOT Gatter, Puffer (*buffer*)
- **Zwei** Eingänge:
 - AND, OR, XOR, NAND, NOR, XNOR
- **Viele** Eingänge

Logikgatter mit einem Eingang

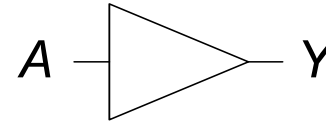
NOT



$$Y = \overline{A}$$

A	Y
0	1
1	0

BUF

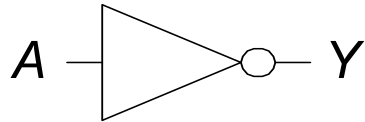


$$Y = A$$

A	Y
0	0
1	1

Logikgatter mit einem Eingang

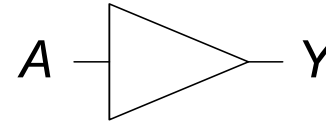
NOT



$$Y = \overline{A}$$

A	Y
0	1
1	0

BUF



$$Y = A$$

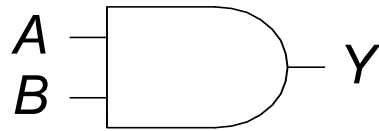
A	Y
0	0
1	1

Alternative Schreibweisen

$$Y = !A, Y = \sim A, Y = \neg A, Y = A'$$

Logikgatter mit zwei Eingängen

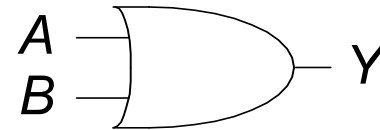
AND



$$Y = AB$$

A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

OR

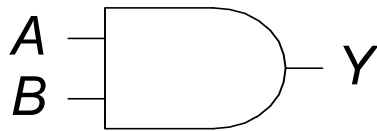


$$Y = A + B$$

A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Logikgatter mit zwei Eingängen

AND



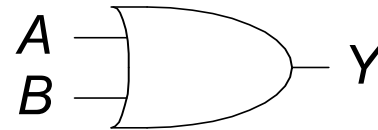
$$Y = AB$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Alternative Schreibweisen

$$Y = A \& B, Y = A * B, Y = A \cap B$$

OR



$$Y = A + B$$

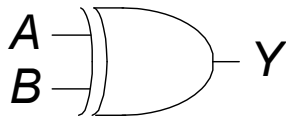
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Alternative Schreibweisen

$$Y = A | B, Y = A \cup B$$

Weitere Logikgatter mit zwei Eingängen

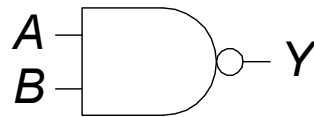
XOR



$$Y = A \oplus B$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

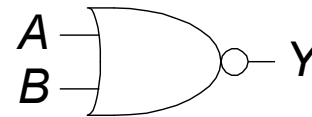
NAND



$$Y = \overline{AB}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

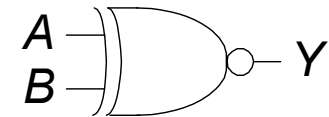
NOR



$$Y = \overline{A + B}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

XNOR

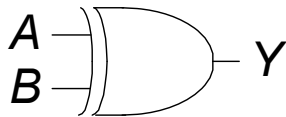


$$Y = \overline{A \oplus B}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Weitere Logikgatter mit zwei Eingängen

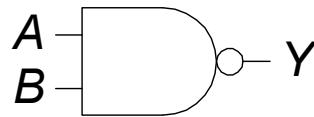
XOR



$$Y = A \oplus B$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

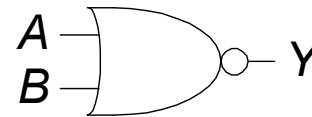
NAND



$$Y = \overline{AB}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

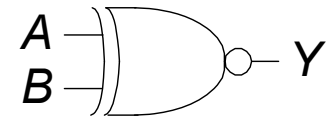
NOR



$$Y = \overline{A + B}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

XNOR



$$Y = \overline{A \oplus B}$$

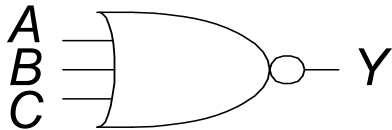
A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Alternative
Schreibweise

$$Y = A \wedge B$$

Logikgatter mit mehr als zwei Eingängen

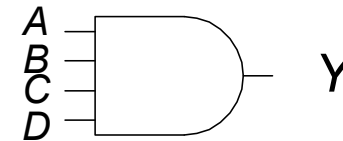
NOR3



$$Y = \overline{A+B+C}$$

A	B	C	Y
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

AND4

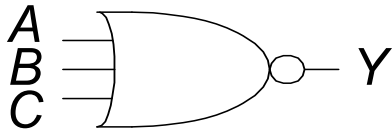


$$Y = ABCD$$

A	B	C	Y
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Logikgatter mit mehr als zwei Eingängen

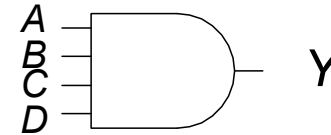
NOR3



$$Y = \overline{A+B+C}$$

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

AND4



$$Y = ABCD$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

XOR mit mehreren Eingängen

- Paritätsfunktion
 - Erkennt **gerade** oder **ungerade** Anzahl von Eingängen mit Wert 1
- XOR
 - **Ungerade** Paritätsfunktion
 - Liefert 1 am Ausgang, wenn **ungerade** Anzahl von Eingängen den Wert 1 haben

Darstellung von Binärwerten durch Spannungen



- Definiere **Spannungspegel** für die Werte 0 und 1
 - Logikpegel (*logic levels*)
- Beispiel:
 - 0 Volt (Erde, **ground**) entspricht Binärwert 0
 - 5 Volt (Versorgungsspannung, V_{DD}) entspricht Binärwert 1
- Probleme
 - Wofür steht **4,99 V**? Den Wert 0 oder 1?
 - Wofür steht **3,2V**?
- Reale Schaltungen haben **keine** ganz exakten Spannungspegel
 - Teils sogar Umgebungsabhängig (Temperatur, Einstreuen, ...)
 - Solche Spannungsschwankungen werden **Rauschen** genannt

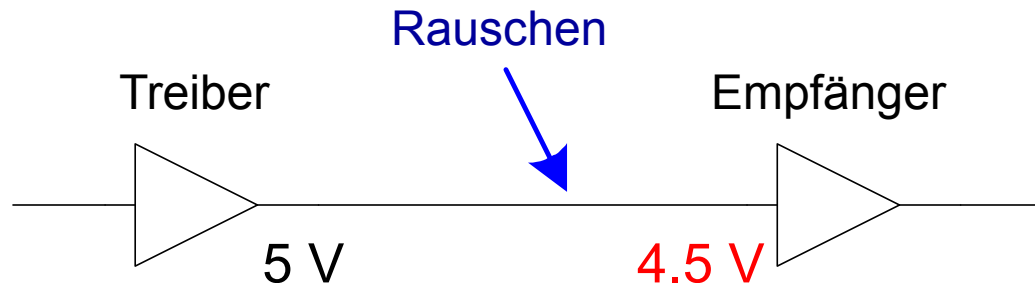
Was ist Rauschen?

▪ Jede Störung der Nutzsignale

- Unerwünschte Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten
- Instabile Betriebsspannung
- Übersprechen von benachbarten Leitungen
- ...

▪ Beispiel

- Gatter gibt 5V aus (Treiber, *driver*)
- Lange Leitung hat hohen Widerstand (Spannungsabfall 0,5V)
- Am Empfänger (*receiver*) kommen nur 4,5V an



Darstellung von Binärwerten durch Spannungen



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

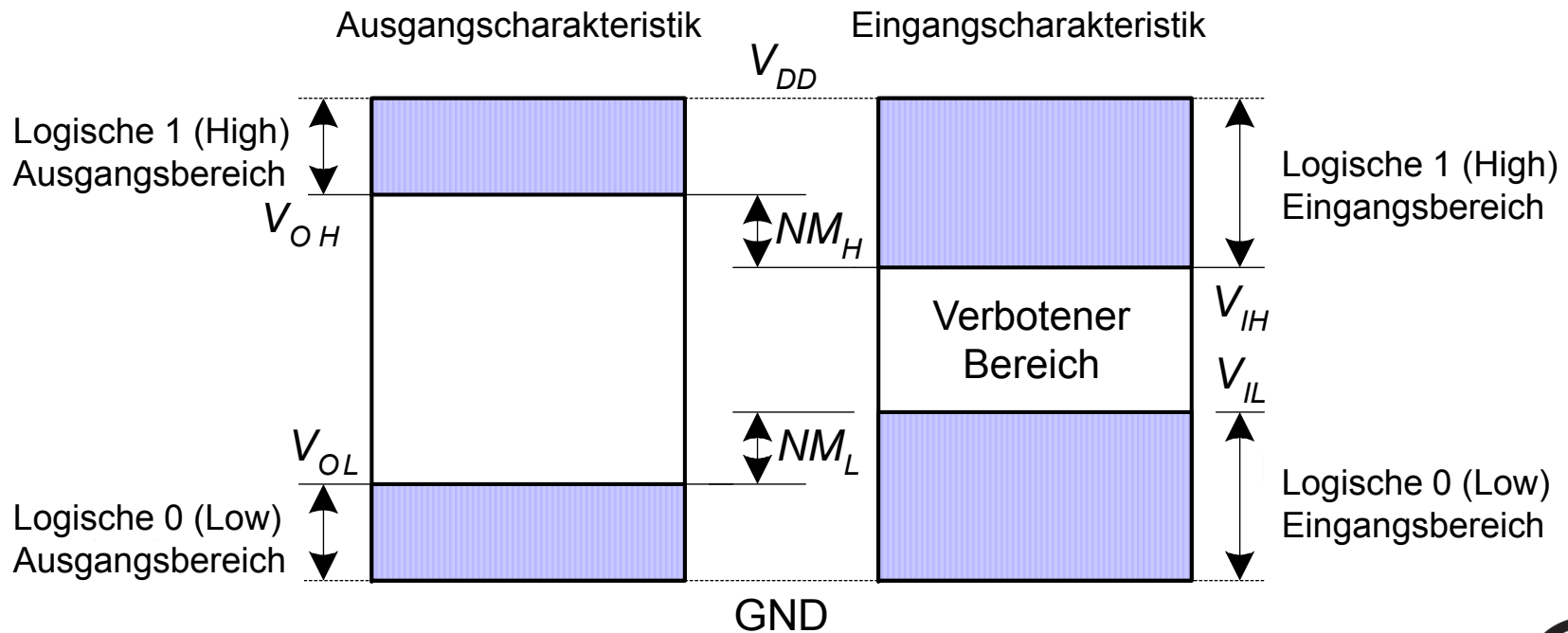
- Lösung
 - Statt **einzelner Spannungspegel** für 0 und 1 ...
 - ... verwende **Bereiche** von Spannungspegeln für 0 und 1

- Steigere Robustheit durch **unterschiedliche** Bereiche für
 - Eingänge
 - Ausgänge

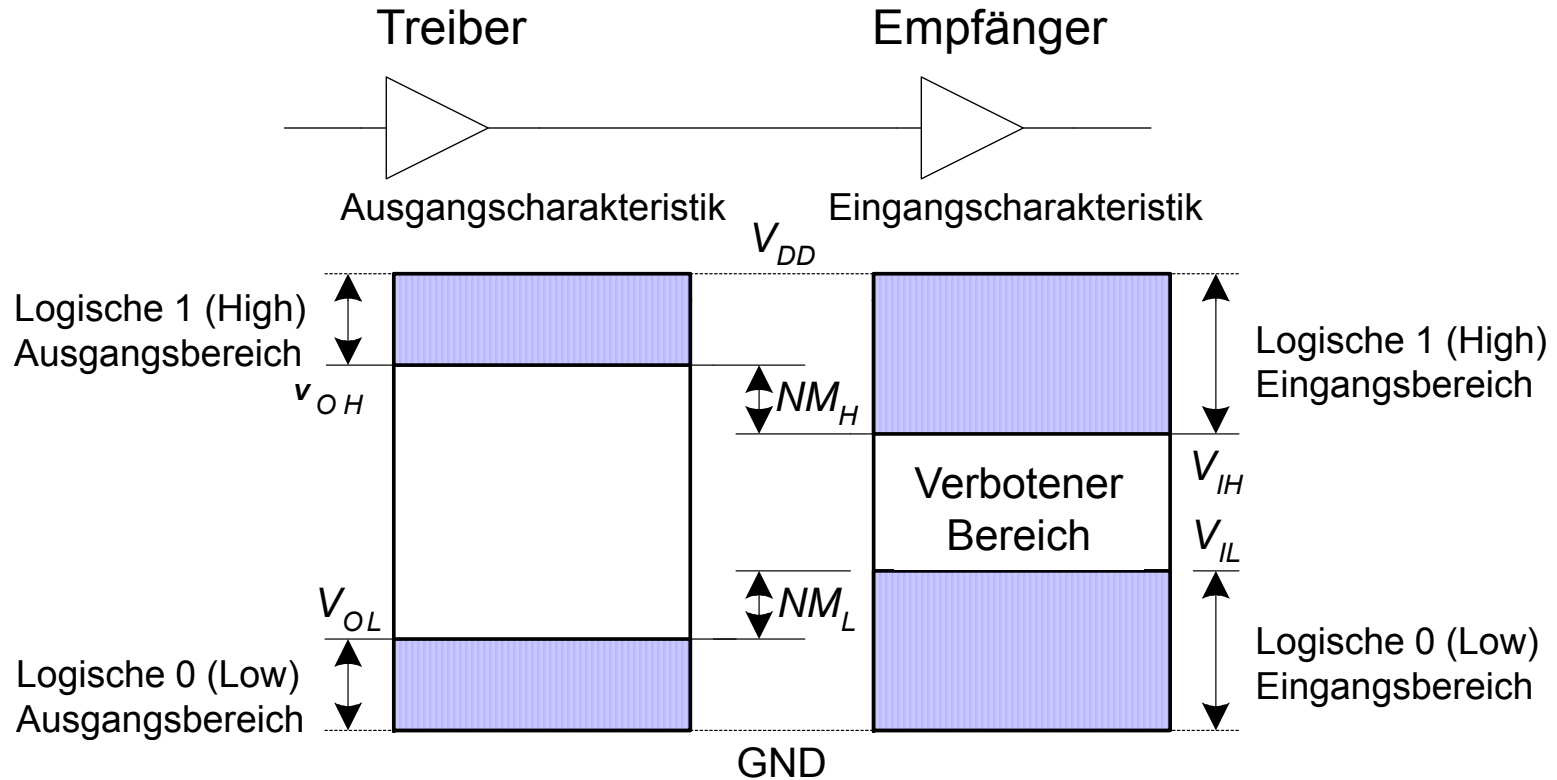
Statische Entwurfsdisziplin

- Jedes Schaltungselement muss bei **Eingabe** gültiger Logikpegel auch am **Ausgang** einen gültigen Logikpegel liefern
- Verwende nur **einen Satz** Spannungsbereiche für Logikpegel in gesamter Schaltung
 - Wird manchmal bewusst missachtet
 - Optimierung von Platz, Geschwindigkeit, Energiebedarf, Kosten, ...
 - ... bedarf aber großer **Vorsicht**

Logikpegel



Störabstand (*noise margin*)

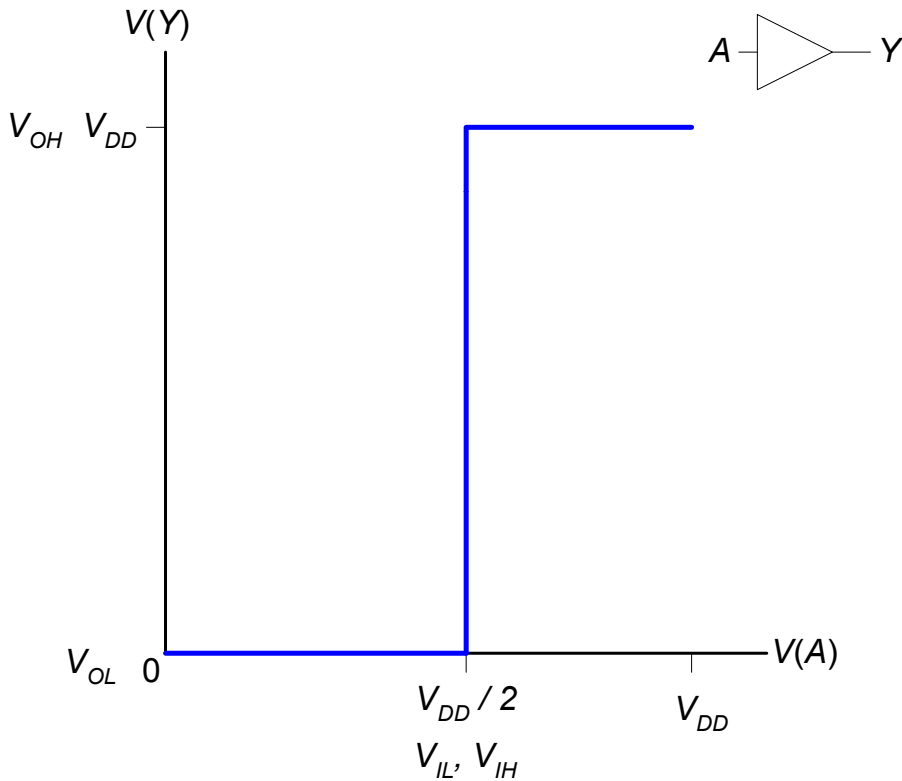


$$NM_H = V_{OH} - V_{IH}$$

$$NM_L = V_{IL} - V_{OL}$$

Gleichstrom-Transferkurve (*DC transfer characteristics*)

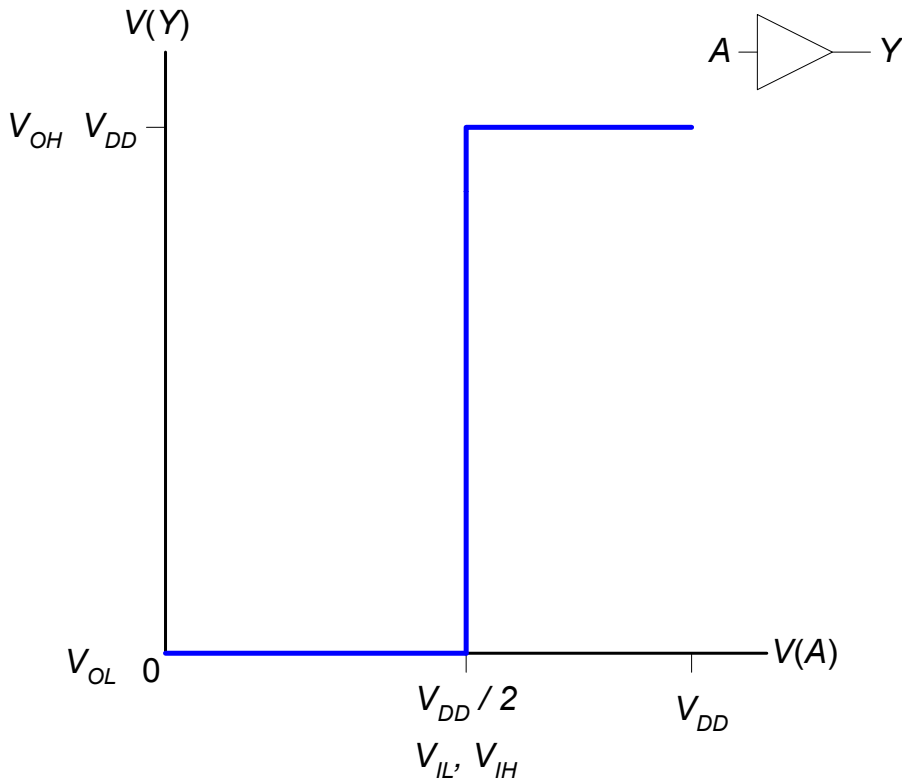
Idealer Buffer:



$$NM_H = NM_L = V_{DD}/2$$

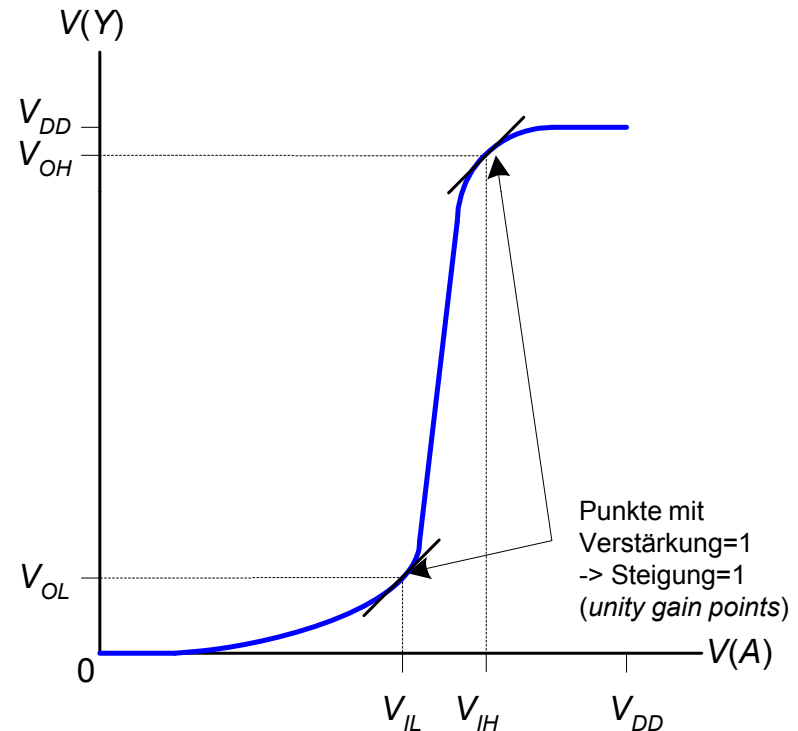
Gleichstrom-Transferkurve (DC transfer characteristics)

Idealer Buffer:



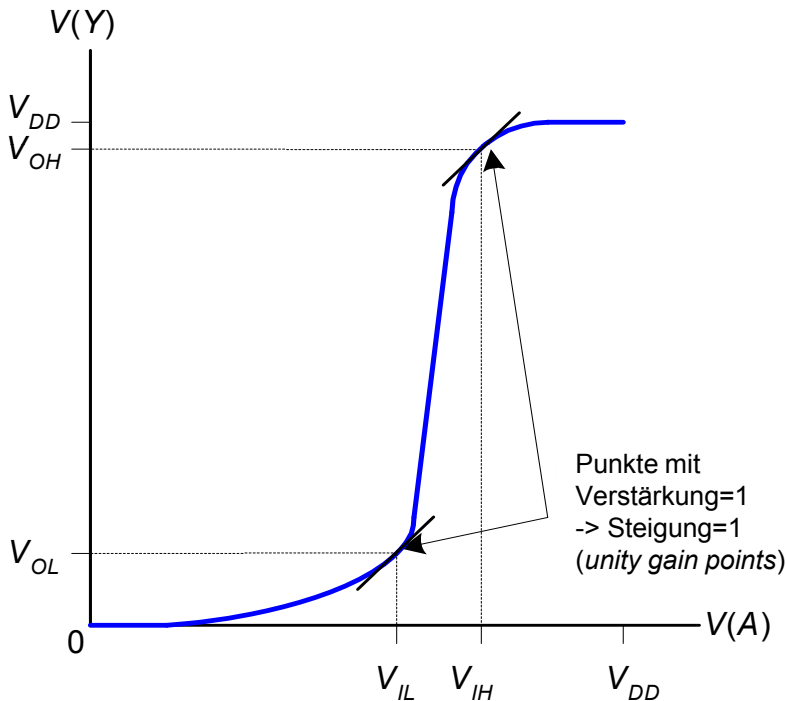
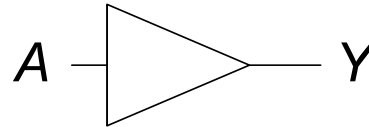
$$NM_H = NM_L = V_{DD}/2$$

Realer Buffer:

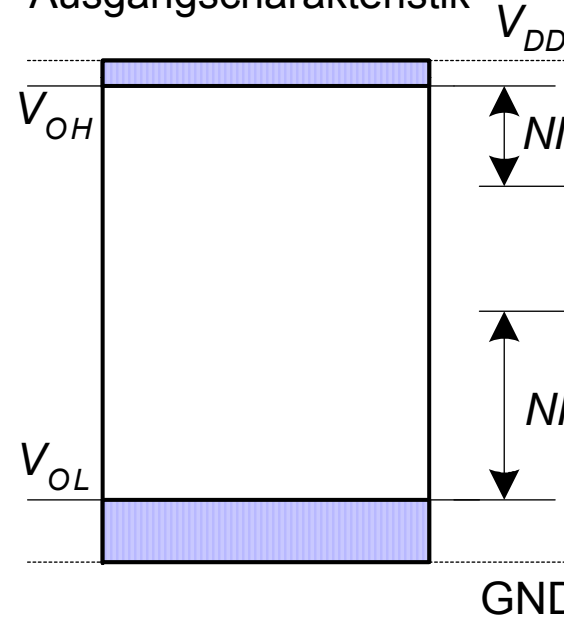


$$NM_H, NM_L < V_{DD}/2$$

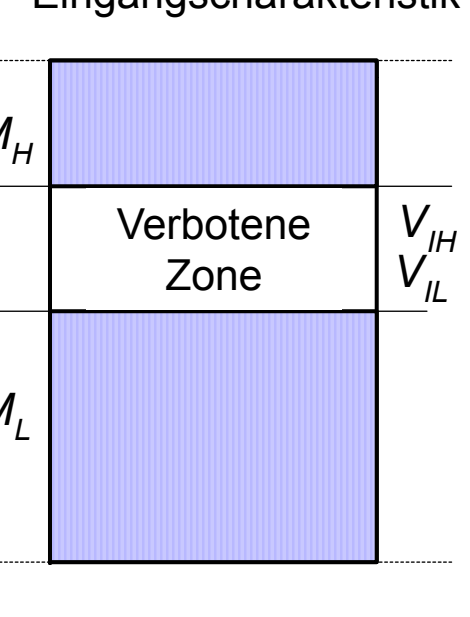
Gleichstrom-Transferkurve



Ausgangscharakteristik



Eingangscharakteristik



Absenken der Versorgungsspannung V_{DD}

- **Versorgungsspannung** in den 70er-80er Jahren: $V_{DD} = 5\text{ V}$
- Verbesserte Chip-Fertigungstechnologie erforderten **Absenkung** von V_{DD}
 - Hohe Spannungen würden nun sehr kleine Transistoren **beschädigen**
 - **Energiebedarf** reduzieren
- 3.3 V, 2.5 V, 1.8 V, 1.5 V, 1.2 V, 1.0 V, ...
- Vorsicht beim Verbinden von Chips mit **unterschiedlichen** Versorgungsspannungen!

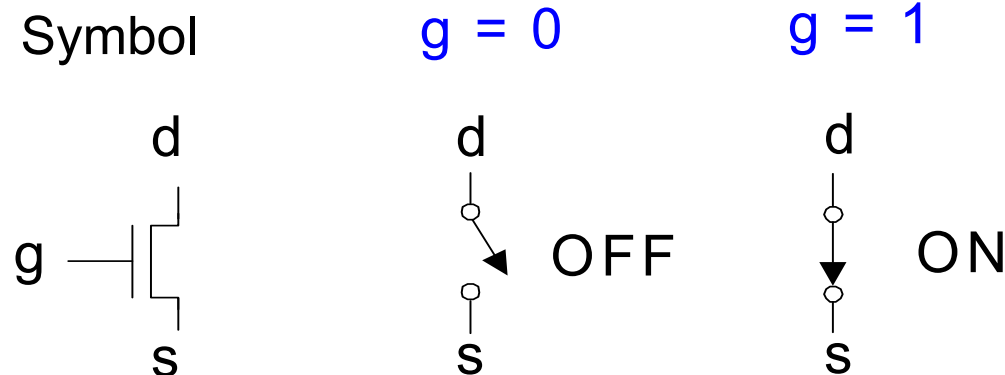


Beispiele für Logikfamilien

- Bausteine mit **kompatiblen** Spannungspegeln

Logikfamilie	V_{DD}	V_{IL}	V_{IH}	V_{OL}	V_{OH}
TTL	5 (4.75 - 5.25)	0.8	2.0	0.4	2.4
CMOS	5 (4.5 - 6)	1.35	3.15	0.33	3.84
LVTTL	3.3 (3 - 3.6)	0.8	2.0	0.4	2.4
LVC MOS	3.3 (3 - 3.6)	0.9	1.8	0.36	2.7

- Logikgatter werden üblicherweise aus **Transistoren** aufgebaut
 - Heute überwiegend **Feldeffekttransistoren** (FET)
 - Weiteres bezieht sich implizit auf **FETs**, nicht Bipolartransistoren
- Transistoren sind spannungsgesteuerte **Schalter**
 - Zwei Anschlüsse werden abhängig von Spannung an einem dritten **geschaltet**
 - Verbunden oder getrennt
 - **Beispiel**: Verbindung zwischen d,s verbunden wenn $g=1$, getrennt wenn $g=0$

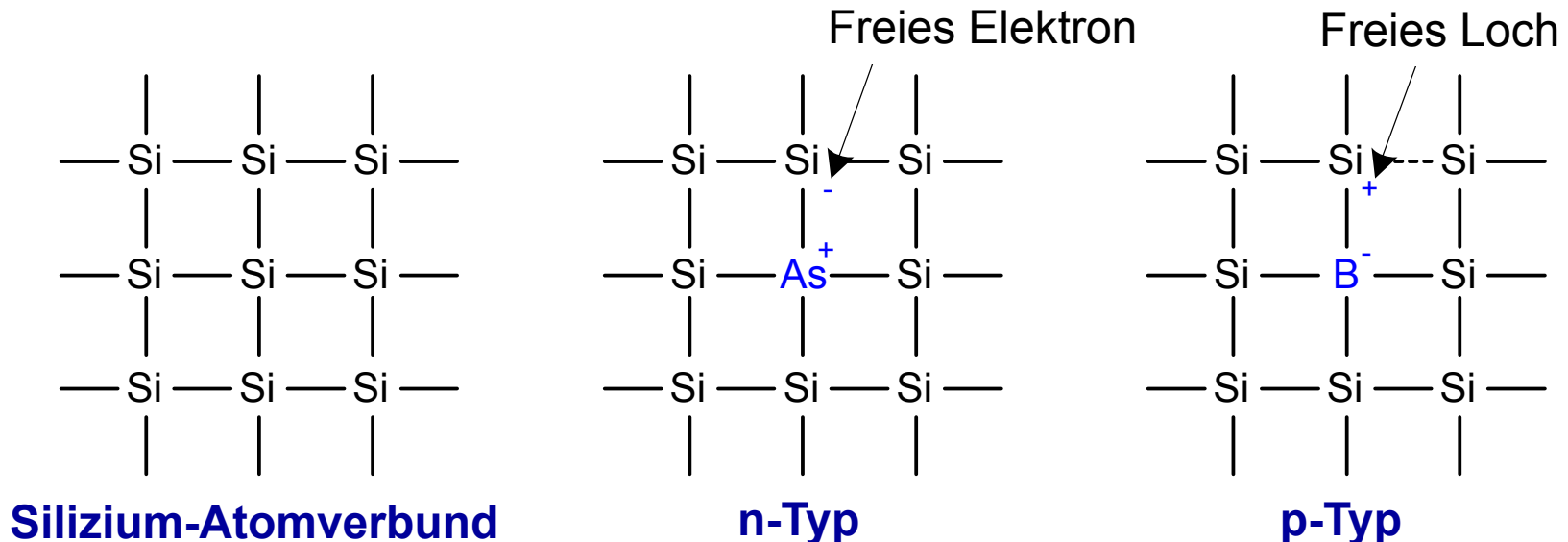


Robert Noyce, 1927 - 1990

- Spitzname “Bürgermeister von Silicon Valley”
- Mitgründer von Fairchild Semiconductor in 1957
- Mitgründer von Intel in 1968
- Miterfinder der integrierten Schaltung

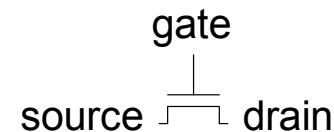
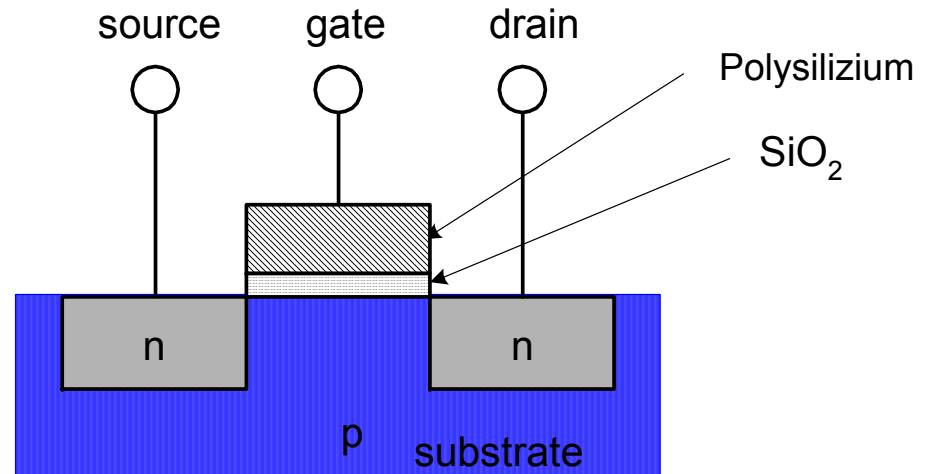


- Transistoren werden üblicherweise aus **Silizium** (Si, Gruppe IV) gefertigt
- Reines Silizium ist ein **schlechter** Leiter (keine freien Ladungsträger)
- Dotiertes Silizium ist ein **guter** Leiter (freie Ladungsträger)
 - n-Typ (freie **negative** Ladungsträger, Elektronen, dotiert mit Arsen, Gruppe V)
 - p-Typ (freie **positive** Ladungsträger, Löcher, dotiert mit Bor, Gruppe III)



MOS Feldeffekttransistoren (MOSFETs)

- Metalloxid-Silizium (MOS) Transistoren
 - Polysilizium (früher **Metallschicht**) Gate
 - **Oxid** (Siliziumdioxid = Glas) als Isolator
 - Dotiertes Silizium

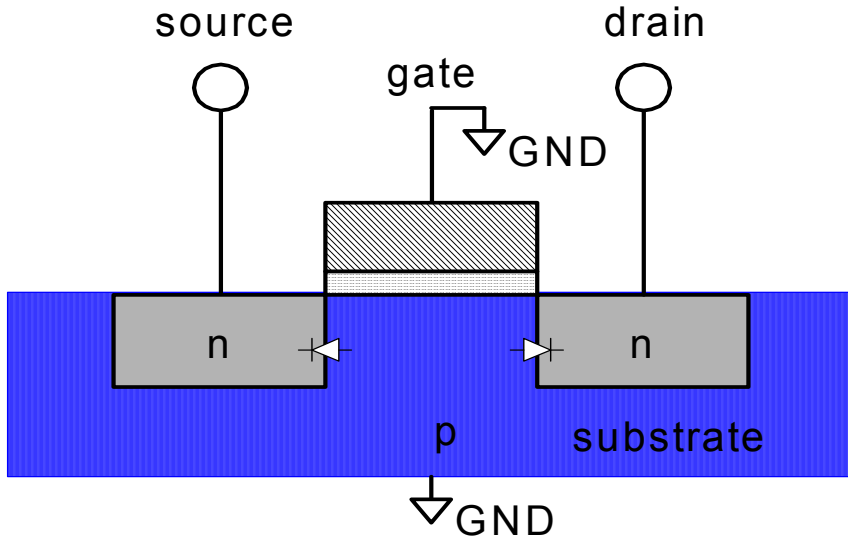


nMOS

Transistor: nMOS

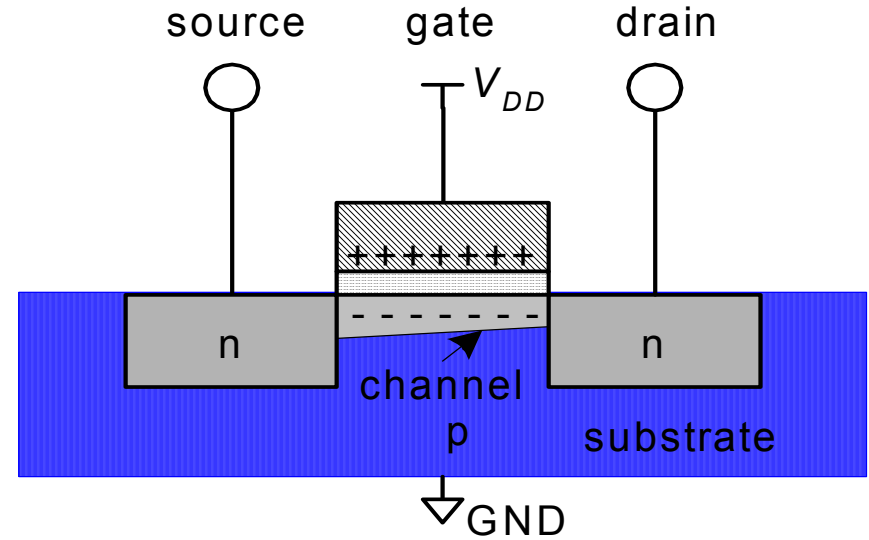
Gate = 0, ausgeschaltet

- keine Verbindung zwischen Source und Drain



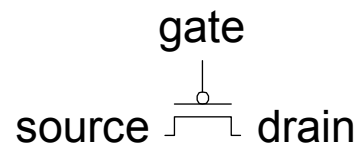
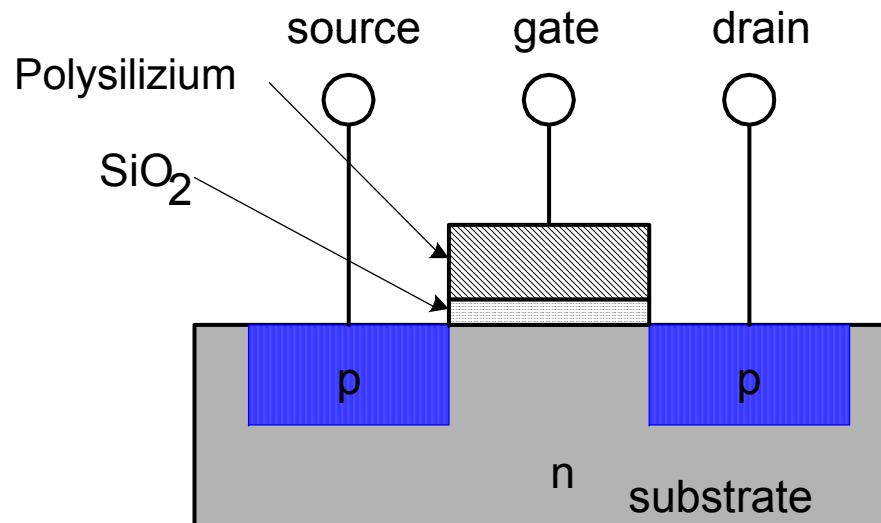
Gate = 1, eingeschaltet

- leitfähiger Kanal zwischen Source und Drain)

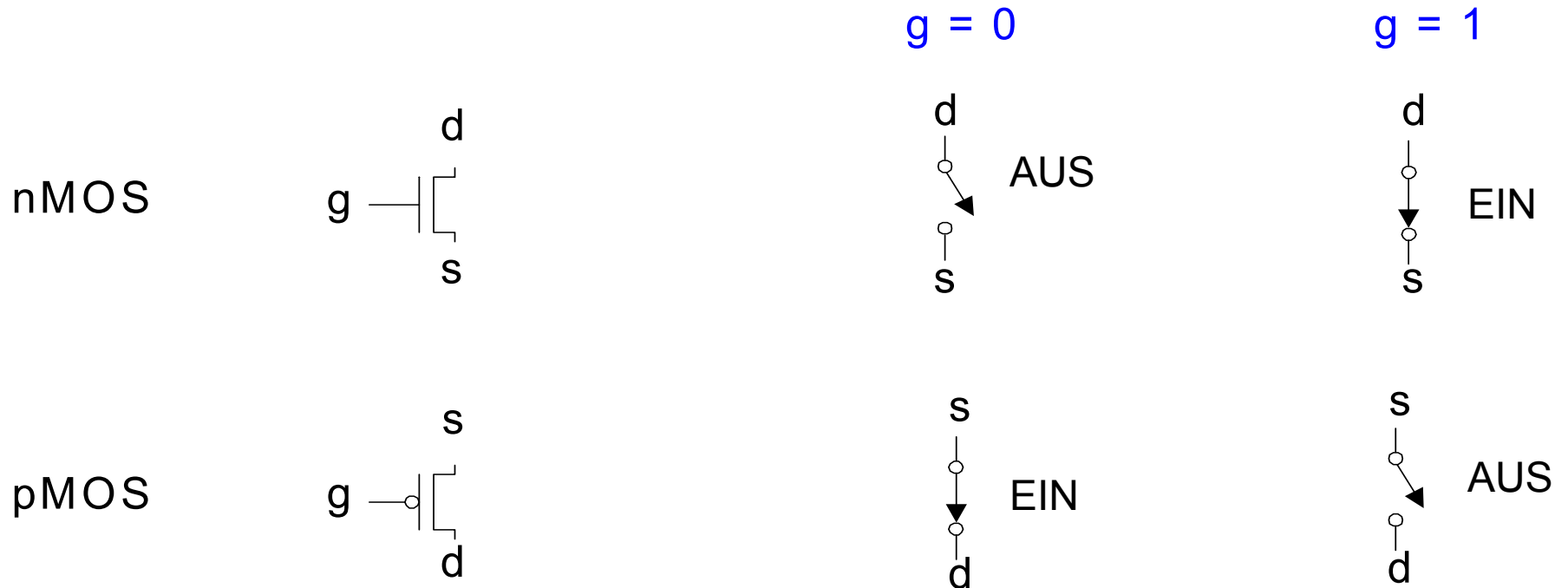


Transistor: pMOS

- Verhalten von pMOS Transistor ist genau umgekehrt
 - EIN wenn Gate = 0
 - AUS wenn Gate = 1



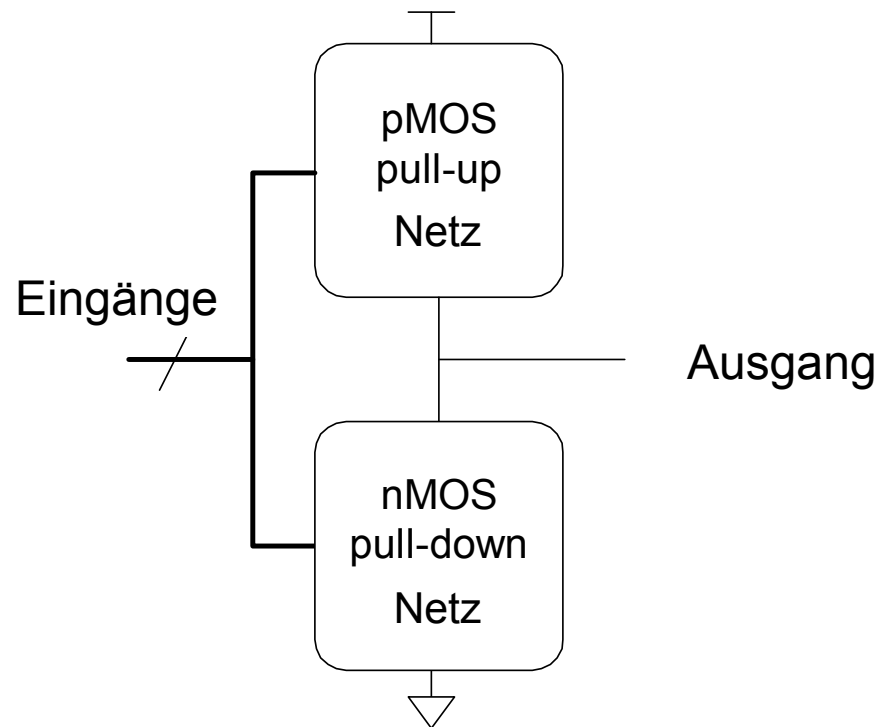
Übersicht über Funktion von Transistoren



Kombinieren von komplementären Transistoren (CMOS)

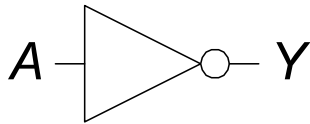


- nMOS Transistoren leiten 0'en **gut** zwischen S und D weiter
 - 1'en werden **abgeschwächt** → S an **GND** anschließen
- pMOS Transistoren leiten 1'en **gut** zwischen S und D weiter
 - 0'en werden **abgeschwächt** → S an V_{DD} anschließen



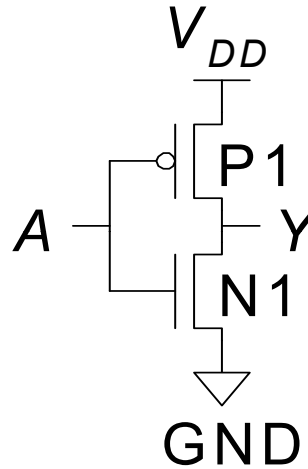
CMOS Gatter: NOT

NOT



$$Y = \overline{A}$$

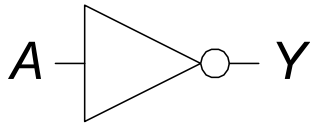
A	Y
0	1
1	0



A	P1	N1	Y
0			
1			

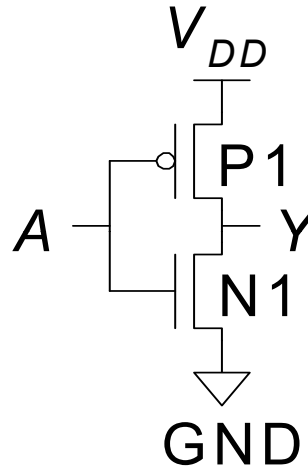
CMOS Gatter: NOT

NOT



$$Y = \overline{A}$$

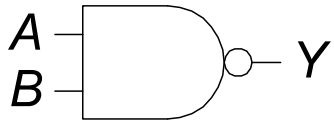
A	Y
0	1
1	0



A	P1	N1	Y
0	EIN	AUS	1
1	AUS	EIN	0

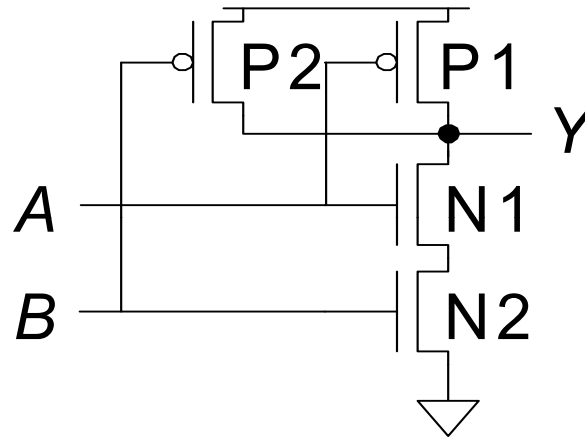
CMOS Gatter: NAND

NAND



$$Y = \overline{AB}$$

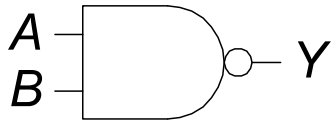
A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



A	B	P1	P2	N1	N2	Y
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

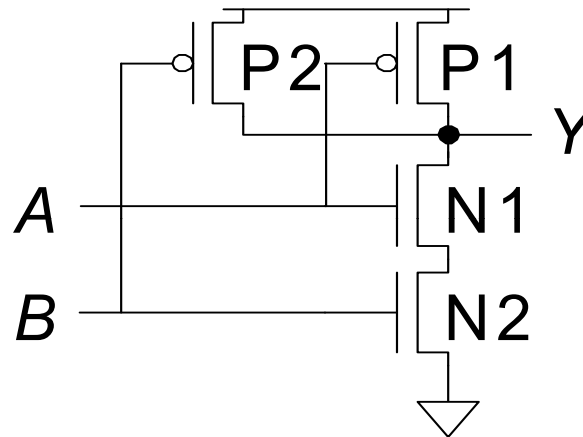
CMOS Gates: NAND Gate

NAND



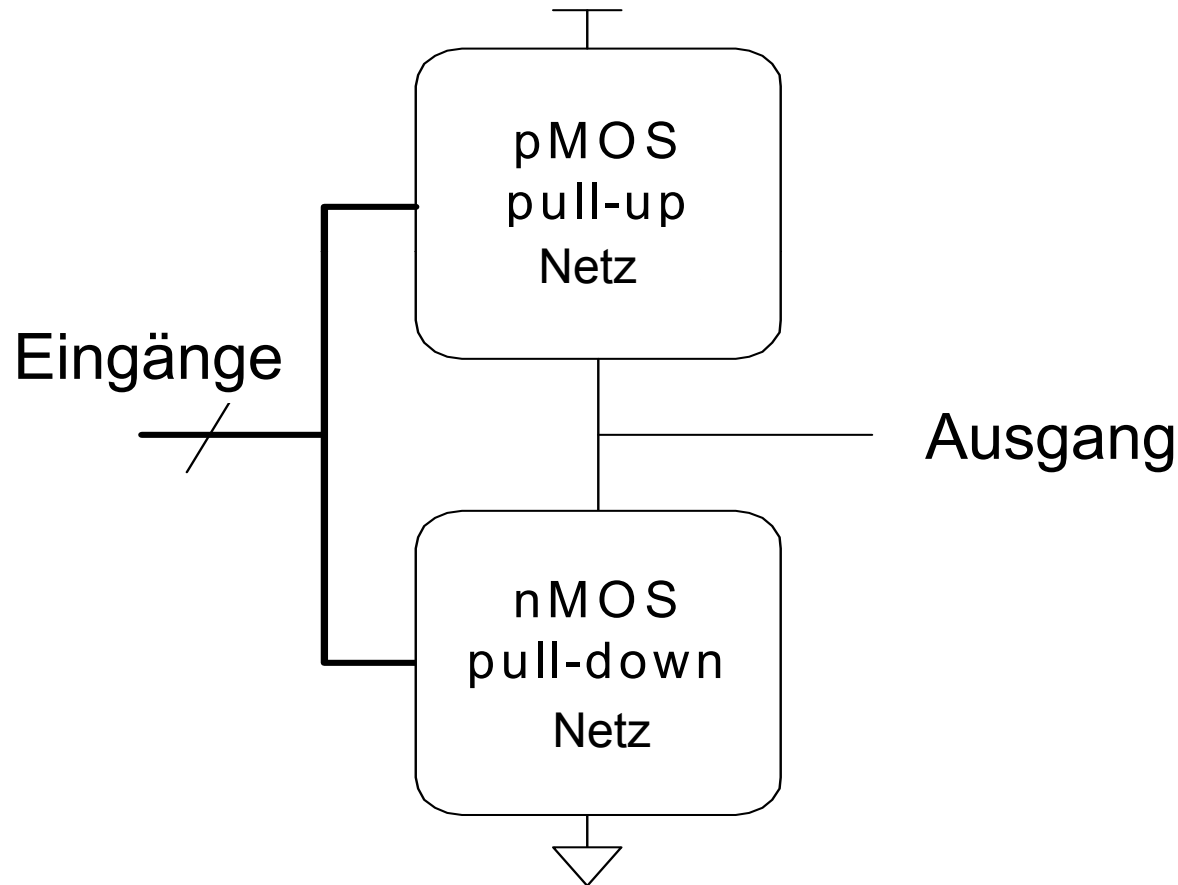
$$Y = \overline{AB}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



A	B	P1	P2	N1	N2	Y
0	0	EIN	EIN	AUS	AUS	1
0	1	EIN	AUS	AUS	EIN	1
1	0	AUS	EIN	EIN	OFF	1
1	1	AUS	AUS	EIN	EIN	0

Struktur eines CMOS Gatters



Aufbau eines NOR-Gatters mit drei Eingängen

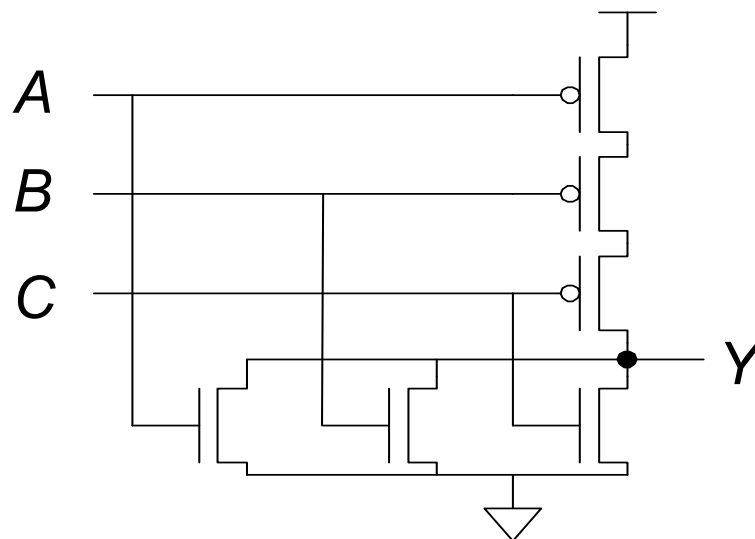


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Aufbau eines NOR-Gatters mit drei Eingängen



NOR Gatter mit drei Eingängen



Aufbau eines AND-Gatters mit zwei Eingängen

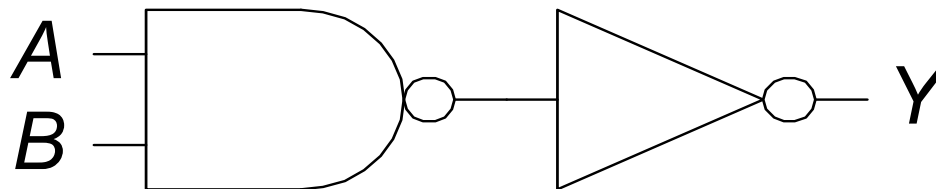


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Aufbau eines AND-Gatters mit zwei Eingängen



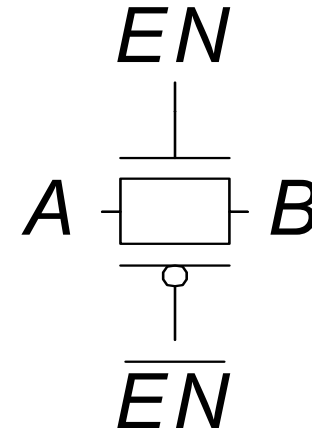
AND Gatter mit zwei Eingängen



Transmissionsgatter (*transmission gates*)

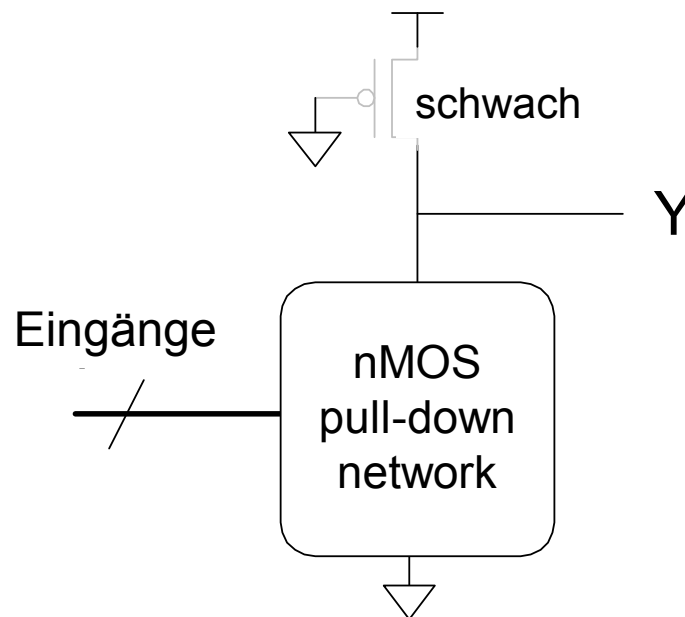


- nMOS leiten 1'en **schlecht** weiter
- pMOS leiten 0'en **schlecht** weiter
- **Transmissionsgatter** ist ein besserer Schalter
 - Leitet 0 und 1 gut weiter
- Wenn $EN = 1$, Schalter ist EIN:
 - $\overline{EN} = 0$
 - A ist verbunden mit B
- Wenn $EN = 0$, Schalter ist AUS:
 - $\overline{EN} = 1$
 - A ist nicht verbunden mit B



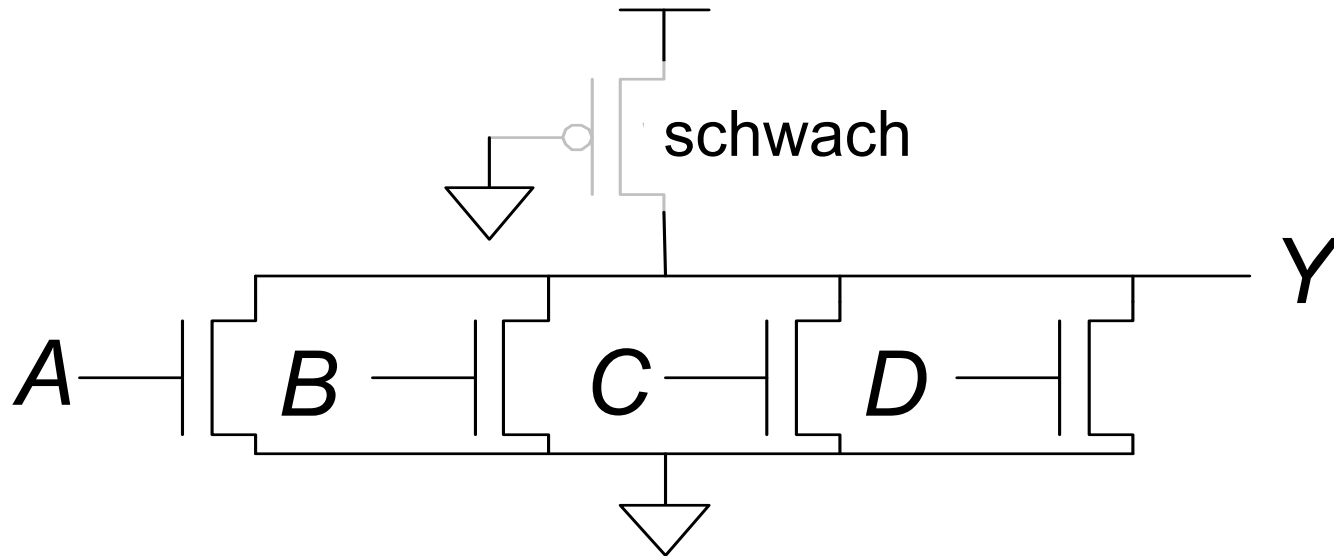
Tricks: Pseudo-nMOS Gatter

- Pseudo-nMOS Gatter **ersetzen** das Pull-Up Netz
- Durch **schwachen immer eingeschalteten** pMOS Transistor
 - Schwach heißt: Seine 1 kann durch das Pull-Down Netz neutralisiert werden
- Nützlich um lange Reihen von Transistoren zu vermeiden: breite NORs



Beispiel für Pseudo-nMOS Gatter

Pseudo-nMOS NOR4

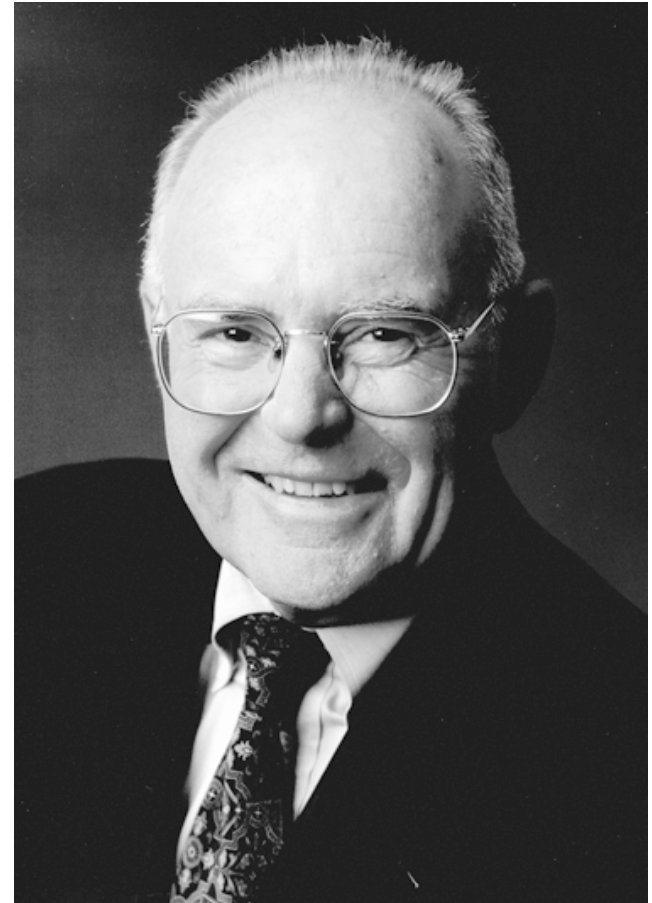


Verbraucht aber mehr Energie: Schwacher Dauerkurzschluss bei $Y=0$

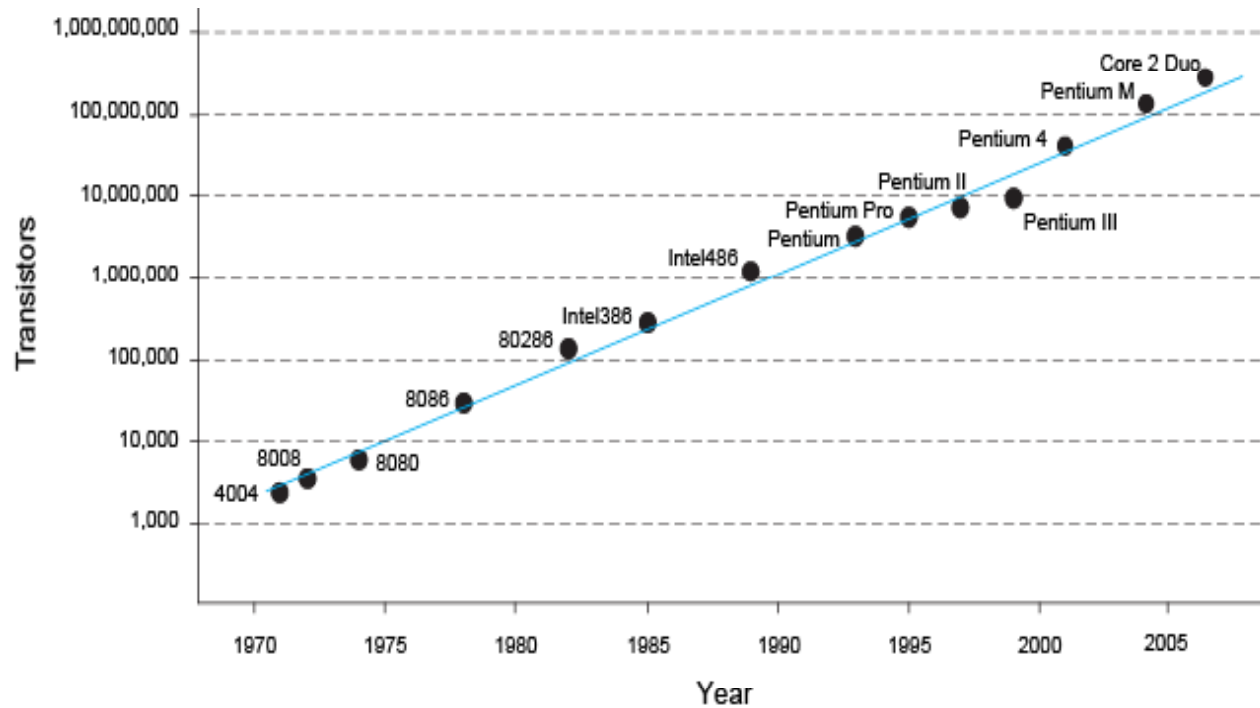
Gordon Moore, 1929 -



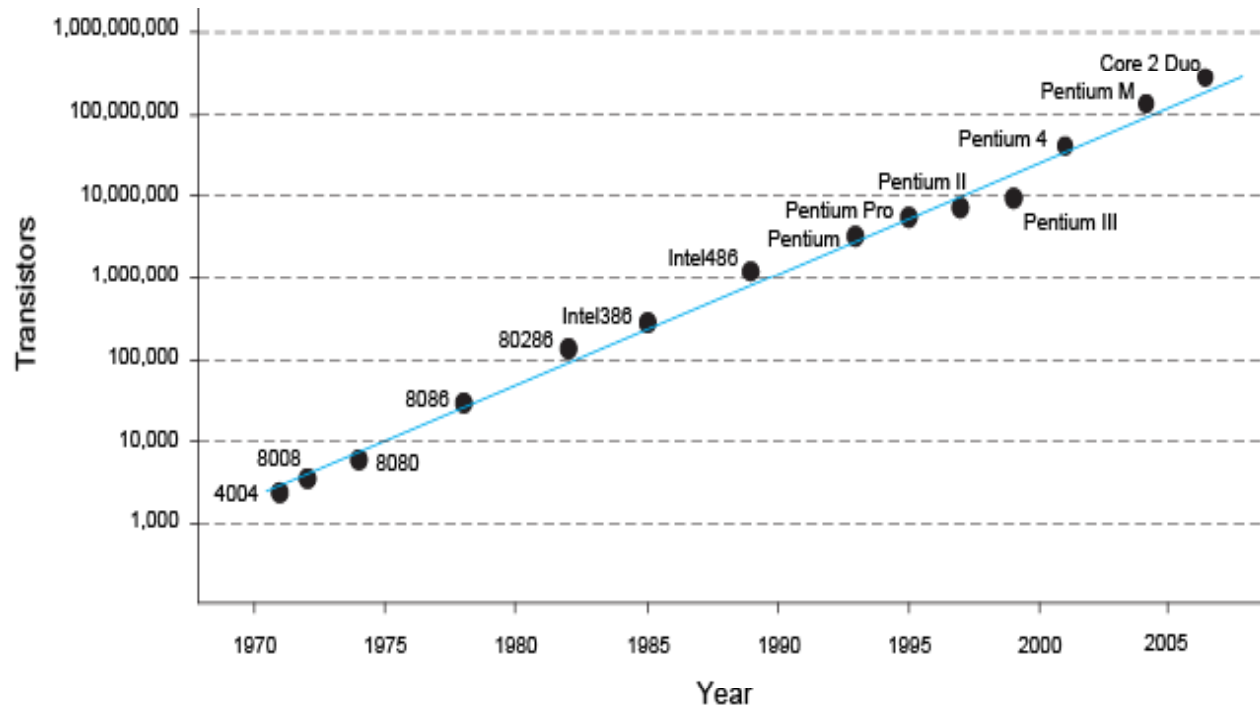
- Gründete Intel in 1968 zusammen mit Robert Noyce
- **Moores Gesetz:** Die Anzahl von Transistoren auf Chips verdoppelt sich
 - Jedes Jahr (1965)
 - Alle zwei Jahre (angepasst 1975)



Moore's Law



Moore's Law



- *“Wenn sich das Auto wie die Computer entwickelt hätte, würde ein Rolls-Royce heute \$100 kosten, 250 µl Benzin auf 100 km verbrauchen und einmal im Jahr explodieren ...”*

– Robert X. Cringely (Infoworld)

Leistungsaufnahme



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- **Leistung** = Energieverbrauch pro Zeiteinheit
- Zwei **Arten** der Leistungsaufnahme:
 - **Dynamische** Leistungsaufnahme
 - **Statische** Leistungsaufnahme

- Leistung um Gates der Transistoren **umzuladen**
 - Wirken als **Kondensator**
- **Energie** um einen Kondensator der Kapazität C auf V_{DD} zu laden:
 - $E = \frac{1}{2} Q V_{DD} = \frac{1}{2} (C V_{DD}) V_{DD} = \frac{1}{2} C V_{DD}^2$
 - Ebenso beim **Entladen** → **Gesamtenergie**: $C V_{DD}^2$
- Schaltung wird mit **Frequenz** f betrieben
 - Transistoren schalten f -mal pro **Sekunde**
 - Aber **nicht alle** Transistoren schalten jeden Takt um 0-1-0 um
 - Annahme: Jeden Takt nur Laden **oder** Entladen
 - **Halbe** Energieaufnahme (realistischer wäre 0,1)
- Die **dynamische** Leistungsaufnahme ist also:

$$P_{dynamic} = \frac{1}{2} C V_{DD}^2 f$$

Statische Leistungsaufnahme



- Leistungsbedarf wenn **kein** Gatter schaltet
- Wird verursacht durch den **Leckstrom** I_{DD}
 - Immer **kleinere** Transistoren schalten nicht mehr **vollständig** ab
 - Pseudo-nMOS, ...
- **Statische** Leistungsaufnahme ist also

$$P_{static} = I_{DD} V_{DD}$$

Beispielrechnung Leistungsaufnahme



- Abschätzen der Leistungsaufnahme für ein Netbook
- Parameter
 - Versorgungsspannung $V_{DD} = 1.2 \text{ V}$
 - Transistorkapazität $C = 20 \text{ nF}$
 - Taktfrequenz $f = 1 \text{ GHz}$
 - Leckstrom $I_{DD} = 20 \text{ mA}$

Beispielrechnung Leistungsaufnahme



- Abschätzen der Leistungsaufnahme für ein Netbook
- Parameter
 - Versorgungsspannung $V_{DD} = 1.2 \text{ V}$
 - Transistorkapazität $C = 20 \text{ nF}$
 - Taktfrequenz $f = 1 \text{ GHz}$
 - Leckstrom $I_{DD} = 20 \text{ mA}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} C V_{DD}^2 f + I_{DD} V_{DD} \\ &= \frac{1}{2} (20 \text{ nF}) (1.2 \text{ V})^2 (1 \text{ GHz}) + (20 \text{ mA})(1.2 \text{ V}) \\ &= \mathbf{14,4 \text{ W}} \end{aligned}$$