

# Übung zur Vorlesung Technische Grundlagen der Informatik

Prof. Dr. Andreas Koch  
Thorsten Wink



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Wintersemester 09/10  
Übungsblatt 3 - Lösungsvorschlag

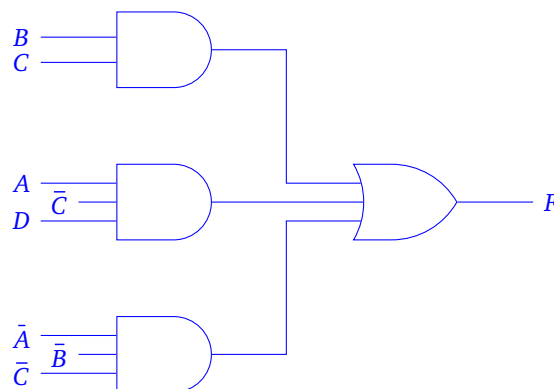
## Aufgabe 3.1 Minimierung mit Hilfe von K-Diagrammen

Minimieren Sie die folgenden Funktionen mit Hilfe von K-Diagrammen. Implementieren Sie die minimierten Funktionen mit Logikgattern.

a)  $F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + BCD + ABD + \bar{A}BC\bar{D} + ABC\bar{D} + \bar{B}\bar{C}D$

	AB		A		
	00	01	11	10	
CD	00	1	0	0	D
	01	1	0	1	
C	11	0	1	1	B
	10	0	1	1	

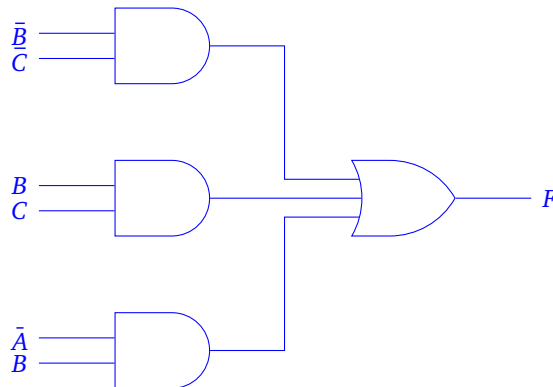
Die minimierte Funktion ist  $F = BC + \bar{A}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$ .



b)  $F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$

	AB		A		
	00	01	11	10	
C	0	1	1	0	C
	1	0	1	1	
					B

Die minimierte Funktion aus dem hier dargestellten K-Diagramm ist  $F = \bar{B}\bar{C} + BC + \bar{A}B$ . Eine weitere Lösung ist  $F = \bar{B}\bar{C} + BC + \bar{A}\bar{C}$ .



### Aufgabe 3.2 Gray-Codierung

Ein Code besteht aus verschiedenen Codewörtern, die mit einer bestimmten Zuordnungsvorschrift aus den Ursprungswörtern gebildet werden. In dieser Aufgabe betrachten wir den Gray-Code. Da sich bei der Gray-Codierung zwei benachbarte Codewörter nur in einem Bit unterscheiden, kann man Gray-Code beispielsweise benutzen, um Fehler bei der Übertragung von analogen Signalen zu erkennen.

Binär				Graycode			
$B_3$	$B_2$	$B_1$	$B_0$	$G_3$	$G_2$	$G_1$	$G_0$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0

Geben Sie für jede Stelle  $G_x, x \in \{0, 1, 2, 3\}$  des Gray-Codes die Funktion an, um sie aus der Binärdarstellung zu generieren. Minimieren Sie die Funktionen.

		$B_3B_2$		$B_3$	
		00	01	11	10
$B_1B_0$	00	0	0	1	1
	01	0	0	1	1
$B_1$	11	0	0	1	1
	10	0	0	1	1

$B_2$

$B_0$

$G_3$

		$B_3B_2$		$B_3$	
		00	01	11	10
$B_1B_0$	00	0	1	0	1
	01	0	1	0	1
$B_1$	11	0	1	0	1
	10	0	1	0	1

$B_2$

$B_0$

$G_2$

		$B_3B_2$		$B_3$	
		00	01	11	10
$B_1B_0$	00	0	1	1	0
	01	0	1	1	0
$B_1$	11	1	0	0	1
	10	1	0	0	1

$B_2$

$B_0$

$G_1$

		$B_3B_2$		$B_3$	
		00	01	11	10
$B_1B_0$	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	1
$B_1$	11	0	0	0	0
	10	1	1	1	1

$B_2$

$B_0$

$G_0$

Damit erhält man die folgenden Funktionen:

$$G_3 = B_3$$

$$G_2 = B_2\bar{B}_3 + B_3\bar{B}_2 = B_3 \oplus B_2$$

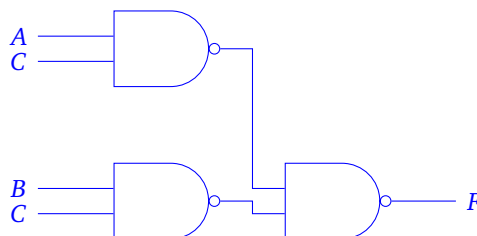
$$G_1 = B_1\bar{B}_2 + B_2\bar{B}_1 = B_2 \oplus B_1$$

$$G_0 = B_0\bar{B}_1 + B_1\bar{B}_0 = B_1 \oplus B_0$$

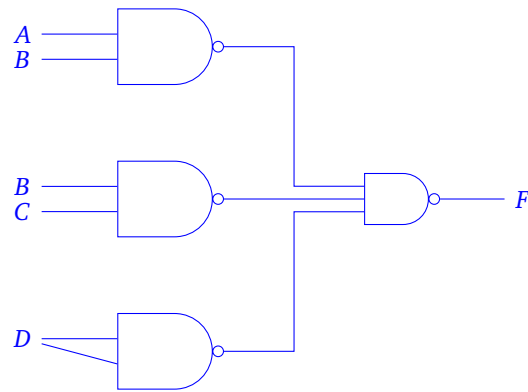
### Aufgabe 3.3 Realisierungen mit NAND-Gattern

Stellen Sie die folgenden Funktionen nur mit NAND-Gattern dar. Als Eingänge stehen Ihnen die Variablen zur Verfügung, nicht jedoch ihre Komplemente.

- a)  $F = (A+B)C$   
 $F = \overline{AC + BC}$   
 $F = \overline{AC} + \overline{BC}$   
 $F = (AC)(\overline{BC})$



- b)  $F = AB + CB + D$   
 $F = \overline{\overline{AB + CB + D}}$   
 $F = (\overline{AB})(\overline{CB})(\overline{D})$

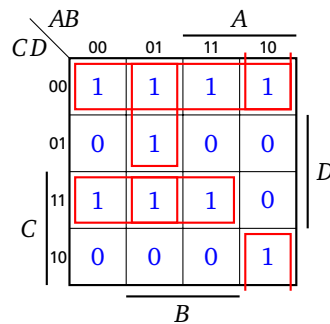


### Hausaufgabe 3.1 Minimierung

Stellen Sie die DNF der folgenden Funktion auf und minimieren sie mit Hilfe eines K-Diagramms.

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + ABC\bar{D} + ABCD$$



$$F = \bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}CD + BCD + \bar{A}B\bar{C}. \text{ Eine weitere Lösung enthält den Term } \bar{A}BD \text{ statt } \bar{A}B\bar{C}.$$

### Hausaufgabe 3.2 Funktion gesucht

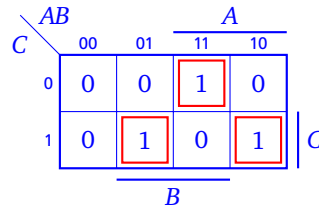
Gesucht ist eine Funktion, die bei drei Eingangsvariablen genau dann eine 1 ausgibt, wenn zwei der Eingänge 1 sind, ansonsten soll eine 0 ausgegeben werden.

Stellen Sie zunächst eine Wahrheitstabelle auf und leiten Sie daraus die KNF ab. Minimieren Sie die Funktion mit Hilfe

eines K-Diagramms.

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$F = (A+B+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+C)(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

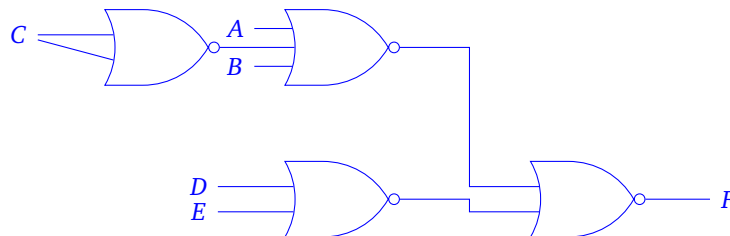


Das stellt schon die minimale Form dar, es ist keine weitere Minimierung möglich.

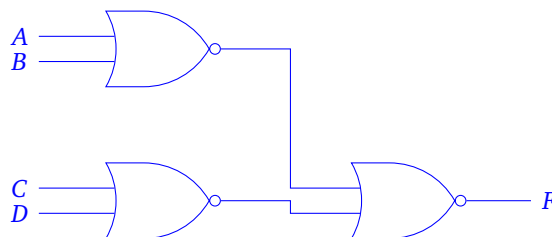
### Hausaufgabe 3.3 Realisierung mit NOR-Gattern

Stellen Sie die folgenden Funktionen nur mit NOR-Gattern dar. Als Eingänge stehen Ihnen die Variablen zur Verfügung, nicht jedoch ihre Komplemente.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \overline{(A+B+\bar{C})(D+E)} \\ & = \overline{(A+B+\bar{C})(D+E)} \\ & = \overline{(A+B+\bar{C})} + \overline{(D+E)} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{b) } & \overline{AC + BD + AD + BC} \\ & = \overline{(A+B)(C+D)} \\ & = \overline{(A+B)(C+D)} \\ & = \overline{A+B} + \overline{C+D} \end{aligned}$$

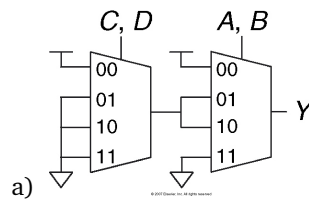


---

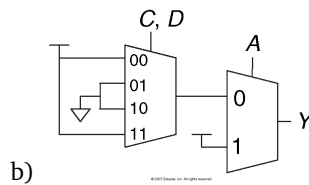
### Hausaufgabe 3.4 Multiplexer

---

Welche boole'sche Funktion implementieren folgende Multiplexer-Schaltungen?



$$Y = \bar{A}\bar{B} + \bar{C}\bar{D}(\bar{A}B + \bar{A}\bar{B})$$



$$Y = (CD + \bar{C}\bar{D})\bar{A} + A$$

---

### Plagiarismus

Der Fachbereich Informatik misst der Einhaltung der Grundregeln der wissenschaftlichen Ethik großen Wert bei. Zu diesen gehört auch die strikte Verfolgung von Plagiarismus. Weitere Infos unter [www.informatik.tu-darmstadt.de/plagiarism](http://www.informatik.tu-darmstadt.de/plagiarism)